Baccalauréat blanc ES février 2008
Lycée Dupuy de Lôme

Du papier millimétré est mis à la disposition des candidats L'utilisation de la calculatrice est autorisée

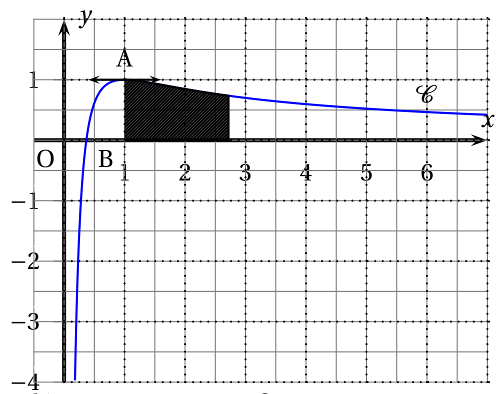
EXERCICE 1 **4,5 points**

Commun à tous les candidats

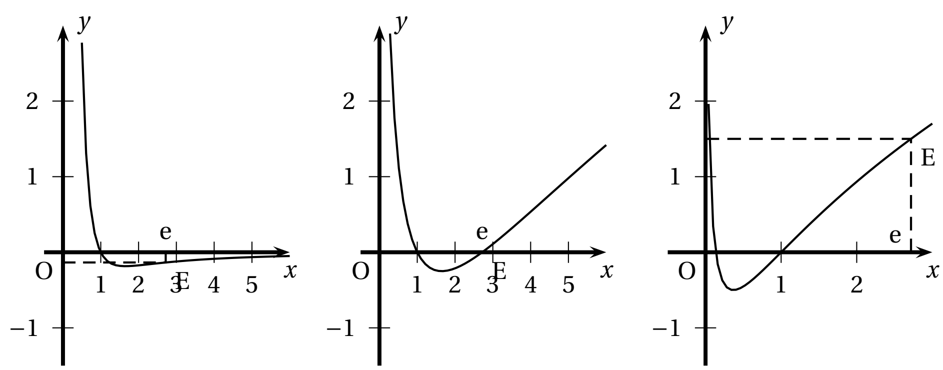
La courbe $\mathscr{C}$ ci-contre représente une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $\text{I} =]0\ ;\ +\infty[$. On note f' la fonction dérivée de f sur l'intervalle I.

Les axes (Ox) et (Oy) sont asymptotes à $\mathscr{C}$.

La courbe $\mathscr{C}$ passe par les points A(1 ; 1) et $\text{B}\left(\frac{1}{\text{e}}\ ;\ 0\right)$ et admet une tangente parallèle à (Ox) au point A.



1. En utilisant les données ci-dessus, déterminer sans justification :
   a. $f(1)$ et $f'(1)$.
   b. $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.
   c. Les solutions de l'inéquation $f(x) > 0$ et les solutions de l'inéquation $f'(x) > 0$.
2. On suppose que l'une des trois courbes suivantes est la représentation graphique de la fonction dérivée f' de f et une autre représente une primitive F de la fonction f.
   a. Déterminer la courbe associée à la fonction f' et celle associée à F en justifiant votre réponse.



Courbe 1 Courbe 2 Courbe 3

   b. En déduire l'aire du domaine hachuré exprimée en unité d'aire.

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Pour chacune des cinq questions suivantes numérotées de 1. à 5., une et une seule des trois propositions a., b., c. est exacte.

Indiquer sur la copie : « enseignement obligatoire » puis le numéro de la question et la lettre correspondant à la proposition exacte.

Aucune justification n'est attendue.
Barème : une réponse correcte rapporte 1 *point, une réponse incorrecte enlève* 0,25 *point, une absence de réponse ne rapporte et n'enlève aucun point. Si le total est négatif, la note pour cet exercice est ramenée à* 0.

1. Soit une série statistique à deux variables $(x\ ;\ y)$. Les valeurs de x sont 1, 2, 5, 7, 11, 13 et une équation de la droite de régression de y en x par la méthode des moindres carrés est : $y = 1,35x + 22,8$.
Alors les coordonnées du point moyen sont :

- **a.** (6,5 ; 30,575)
- **b.** (32,5756 ; 6,5)
- **c.** (6,5 ; 31,575)

2. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -\dfrac{x}{(x^2+1)^2}$.
Alors une primitive sur $\mathbb{R}$ de f est la fonction F définie par :

- **a.** $F(x) = \dfrac{1}{x^2}$
- **b.** $F(x) = \dfrac{1}{2(x^2+1)}$
- **c.** $F(x) = -\dfrac{1}{2(x^2+1)}$.

3. La valeur moyenne sur [1 ; 3] de la fonction f définie par $f(x) = x^2 + 2x$ est :

- **a.** $\dfrac{25}{3}$
- **b.** $\dfrac{50}{3}$
- **c.** 9

4. L'ensemble des solutions de l'inéquation $-4\ln x + 8 < 0$ est :

- **a.** $]2\ ;\ +\infty[$
- **b.** $]0\ ;\ \mathrm{e}^2[$
- **c.** $]\mathrm{e}^2\ ;\ +\infty[$

5. Pour tout nombre réel a strictement positif, le nombre $\ln\left(a^2+3a\right)$ est égal à :

- **a.** $\ln\left(a^2\right) + 3\ln(a)$
- **b.** $\ln(a) + \ln(a+3)$
- **c.** $\ln\left(a^2\right) \times \ln(3a)$

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Pour chacune des cinq questions suivantes numérotées de 1. à 5., une et une seule des trois propositions a., b., c. est exacte.
Indiquer sur la copie : « enseignement de spécialité » puis le numéro de la question et la lettre correspondant à la proposition exacte.
Aucune justification n'est attendue.
Barème : une réponse correcte rapporte 1 point, une réponse incorrecte enlève 0,25 *point, une absence de réponse ne rapporte et n'enlève aucun point. Si le total est négatif, la note pour cet exercice est ramenée à* 0.

1. La suite (u_n) est définie par $u_0 = 2$ et pour tout entier naturel n, $u_{n+1} - u_n = -0,1u_n$.

- **a.** La suite (u_n) est arithmétique.
- **b.** La suite (u_n) n'est ni arithmétique, ni géométrique.

c. La suite (u_n) est géométrique.

2. Les ventes d'un nouveau roman ont régulièrement progressé de 2 % chaque semaine depuis sa parution.
Au cours de la première semaine, il s'en était vendu 10 000 exemplaires.
Le nombre d'exemplaires vendus au cours des 45 semaines écoulées depuis sa parution est :

a. 23 900

b. 718 927

c. 743 306

3. Dans l'espace muni d'un repère orthonormé, on considère : le plan (P) d'équation $x+y+z-2=0$ et la droite (D) d'équations cartésiennes : $\left\{\begin{array}{lcl} y & = & 1 \\ z & = & 1-x \end{array}\right.$

a. La droite (D) est incluse dans le plan (P).

b. La droite (D) est sécante au plan (P).

c. La droite (D) est strictement parallèle au plan (P).

4. La matrice d'un graphe non orienté G, de sommets A, B, C, D, E est : $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

a. Le graphe G comporte 12 arêtes.

b. Le graphe G admet une chaîne eulérienne.

c. Le graphe G est complet.

5. M est la matrice d'un graphe G dont les sommets A, B, C et D sont rangés dans cet ordre. $\mathrm{M} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$. On donne $\mathrm{M}^4 = \begin{pmatrix} 7 & 6 & 6 & 6 \\ 3 & 4 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 4 & 3 \\ 3 & 3 & 3 & 4 \end{pmatrix}$

6. Il y a 16 chemins de longueur 4 partant de B.

7. Il y a 3 chemins de longueur 4 partant de C pour arriver à B : CABDB, CACAB et CAADB.

8. Il y a 3 chemins de longueur 4 partant de B pour arriver à C : BCABC, BCADC et BDBDC.

EXERCICE 3 **4,5 points**

Commun à tous les candidats

La société MERCURE vend des machines agricoles. Suite à une restructuration en 1998, elle a pu relancer sa production et ses bénéfices annuels ont évolué comme indiqué dans le tableau suivant :

Année	1999	2000	2001	2002	2003	2004
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5
Bénéfice en milliers d'euros y_i	64	75	100	113	125	127

1. **a.** Représenter le nuage de points associé à la série statistique $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ dans un repère orthogonal. Les unités graphiques seront 2 cm pour une unité sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 10 unités sur l'axe des ordonnées.

b. Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage (arrondir au dixième). Placer le point G dans le repère.

2. En première approximation, on envisage de représenter le bénéfice y comme une fonction affine du rang x de l'année.

a. Donner une équation de la droite d'ajustement (D) obtenue par la méthode des moindres carrés (arrondir les coefficients au centième).

b. Tracer cette droite (D) dans le repère.

c. Quelle prévision ferait-on pour le bénéfice en 2005 avec cette approximation ?

3. En observant le nuage de points, on envisage un deuxième modèle d'ajustement donné par $y = f(x)$ avec $f(x) = -2x^2 + 23x + 63$.

a. Étudier les variations de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,6]$.

b. Tracer la courbe représentative $\left(\mathscr{C}_f\right)$ de la fonction f dans le repère de la question 1.

c. Quelle prévision ferait-on pour le bénéfice en 2005 avec ce deuxième modèle d'ajustement ?

4. En réalité, le bénéfice en 2005 est en hausse de 0,9 % par rapport à celui de 2004.
Des deux ajustements envisagés dans les questions précédentes, quel est celui qui donnait la meilleure prévision pour le bénéfice en 2005 ? Justifier la réponse.

EXERCICE 3 **6 points**

Commun à tous les candidats

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]0;+\infty[$ par :

$$f(x) = 5\frac{\ln x}{x} + 3.$$

On note $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthogonal du plan.

1. **a.** Déterminer la limite de f en 0 et en donner une interprétation graphique.

b. Déterminer la limite de f en $+\infty$ et en donner une interprétation graphique.

2. **a.** Calculer $f'(x)$ où f' est la fonction dérivée de f, puis étudier son signe.

b. En déduire le tableau de variations de la fonction f. On y indiquera les limites aux bornes de l'intervalle de définition de f ainsi que la valeur exacte de $f(\text{e})$.

3. On considère la fonction F définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par

$$F(x) = \frac{5}{2}(\ln x)^2 + 3.$$

a. Démontrer que F est une primitive de la fonction f sur $]0\,;\,+\infty[$.

b. En déduire la valeur exacte de $\text{I} = \displaystyle\int_2^4 f(t)\,\text{d}t$ sous la forme $a(\ln 2)^2 + b$ avec a et b deux réels à déterminer.

4. **a.** Préciser le signe de f sur l'intervalle $[2\,;\,4]$.

b. Donner une interprétation graphique de I .

5. On admet que le bénéfice, en milliers d'euros, que réalise une entreprise lorsqu'elle fabrique x milliers de pièces est égal à $f(x)$.
En utilisant les résultats précédents, déterminer la valeur moyenne du bénéfice lorsque la production varie entre 2 000 et 4 000 pièces. On donnera une valeur approchée de ce bénéfice à 100 euros près.
Rappel : Soit f une fonction définie et dérivable sur un intervalle $[a\,;\,b]$.
La valeur moyenne de f sur l'intervalle $[a\,;\,b]$ est le nombre m tel que :

$$m = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)\,\text{d}x.$$