Baccalauréat STT 2000
L'intégrale de mai à décembre 2000

Pour un accès direct cliquez sur les liens bleus

Baccalauréat STT ACC - ACA Pondichéry mai 2000

EXERCICE **5 points**

Le tableau ci-après présente l'évolution de l'emploi dans l'éducation et dans la santé en France de 1968 à 1996. Par exemple, on peut lire qu'en 1968 4,3 % de la population active de 1968 travaille dans l'éducation.

		Éducation		Santé et action sociale	
Année	Rang x_i, de l'année	(en milliers)	Part y_i de l'emploi (en %)	(en milliers)	Part z_i de l'emploi (en %)
1968	1	860	4,3	730	3,7
1975	8	1 180	5,6	1 140	5,4
1982	15	1 310	6,1	1 610	7,5
1989	22	1 550	7,0	2 050	9,2
1996	29	1 730	7,9	2 300	10,5

(Sources : Recensements Insee)

1. Quel est l'effectif, arrondi en millions, de la population active en France en 1968 ? en 1996 ?

2. Construire le nuage de points associé à la série statistique $(x_i\ ;\ y_i)$ dans un repère orthogonal.

On choisira sur l'axe des abscisses 0,2 cm pour une unité et sur l'axe des ordonnées 1 cm pour 1 %.

3. On note G le point moyen du nuage formé par ces cinq points.

a. Calculer les coordonnées de G et le placer sur le graphique.

b. On choisit pour ajustement affine du nuage la droite Δ de coefficient directeur $0,123$ et passant par G.

Déterminer une équation de Δ et tracer la droite Δ sur le graphique.

4. a. Construire le nuage de points associé à la série statistique $(x_i\ ;\ z_i)$ dans le même repère que précédemment. On représentera les points de ce deuxième nuage d'une couleur différente du premier.

b. On choisit pour ajustement affine du nuage la droite Δ' d'équation :

$$y = 0,248x + 3,53.$$

Tracer la droite Δ' sur le graphique.

5. a. Déterminer graphiquement l'année à partir de laquelle le nombre d'emplois dans la santé dépasse celui dans l'éducation.

b. En utilisant les ajustements affines données en **3.** et **4.**, déterminer par le calcul une estimation de l'année à partir de laquelle il y aura 1,5 fois plus d'emplois dans la santé que dans l'éducation.

Quelles seront alors les parts de l'emploi dans la santé et dans l'éducation ?

PROBLÈME **15 points**

Partie A

Monsieur Gaston téléphone actuellement tous les jours pendant une heure pour un montant de 6 €.
Il souhaite réduire le prix de la minute de communication tout en continuant à payer exactement 6 € par jour.
Deux entreprises téléphoniques lui proposent leurs tarifs.

1. **a.** L'entreprise A annonce une réduction de 30 % du prix de la communication.

   Calculer le nouveau prix d'une minute de communication.

   b. L'entreprise B propose une augmentation de 30 % de la durée de communication pour le même prix.

   Combien de temps monsieur Gaston peut-il maintenant téléphoner pour 6 € ?

   Calculer le nouveau prix d'une minute de communication (on arrondira le résultat à 0,001 près).

2. Répondre aux mêmes questions si l'entreprise A fait une réduction de 20 % du prix et l'entreprise B une augmentation de 25 % de la durée.

3. **a.** L'entreprise A annonce une réduction de x % du prix de la communication. Combien monsieur Gaston paie-t-il maintenant une heure de communication ?

   Montrer que le prix d'une minute de communication avec l'entreprise A s'élève à $\dfrac{1}{10}\left(1-\dfrac{x}{100}\right)$.

   b. L'entreprise B propose une augmentation de y % de la durée de communication pour le même prix.

   Combien de temps monsieur Gaston peut-il maintenant téléphoner pour 6 € ?

   Montrer que le prix d'une minute de communication avec l'entreprise B s'élève à $\dfrac{1}{10\left(1+\dfrac{y}{100}\right)}$.

   On admet que les propositions des deux entreprises sont aussi avantageuses l'une que l'autre si :

$$y=\frac{100x}{100-x}.$$

Partie B

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;\,50]$ par :

$$f(x)=\frac{100x}{100-x}$$

1. Calculer la dérivée f' de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,50]$.
2. Étudier le signe de $\dfrac{10\,000}{(100-x)^2}$ sur l'intervalle $[0\,;\,50]$.
3. Dresser le tableau de variations de f sur l'intervalle $[0\,;\,50]$.
4. Construire la courbe représentative de f dans un repère orthonormé du plan (unité graphique : 1 cm représente 10 unités.)

5. L'entreprise A propose une réduction de 20 % du prix de la communication.

   Déterminer le pourcentage d'augmentation de la durée de communication que doit proposer l'entreprise B pour avoir un tarif aussi avantageux que celui de A.

6. L'entreprise B propose une augmentation de 30 % de la durée de communication.

   Déterminer graphiquement le pourcentage de réduction du prix de la communication que doit proposer l'entreprise A pour avoir un tarif aussi avantageux que celui de l'entreprise B.

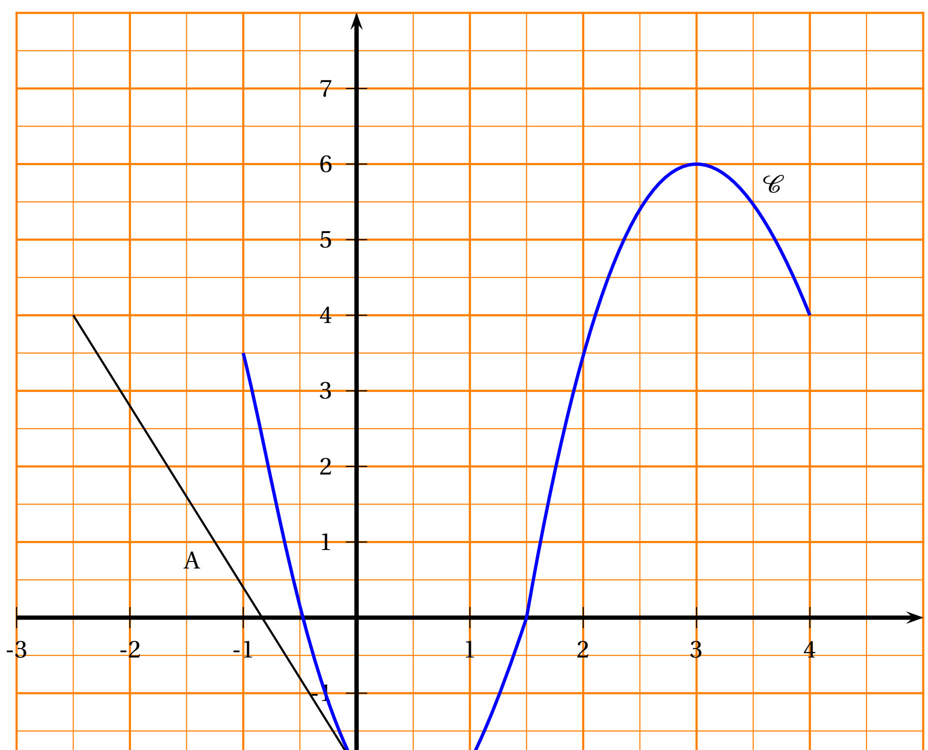
∽ Baccalauréat STT ACC - ACA Antilles–Guyane ∽ juin 2000

Exercice 1 **8 points**

La courbe $\mathscr{C}$, donnée ci-après , est la représentation graphique d'une fonction f définie et dérivable sur $[-1~;~4]$, dans un repère orthogonal d'unités graphiques :

- 2 cm sur l'axe des abscisses ;
- 1 cm sur l'axe des ordonnées.

1. Résoudre graphiquement les équations suivantes :
   a. $f(x) = 0$;
   b. $f(x) = 3,5$;
   c. $f'(x) = 0$.
2. **a.** Utiliser la courbe $\mathscr{C}$ pour donner le tableau de variations de f.
   b. En déduire le signe de $f'(x)$.
3. La droite T tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point B d'abscisse $x = 0$ passe par le point A de coordonnées $\left(-\dfrac{5}{4}~;~1\right)$.
   a. Déterminer une équation de T par le calcul.
   b. En déduire $f'(0)$.



Problème **12 points**

Les parties A et B sont indépendantes.

Partie A

Le tableau suivant montre l'évolution mensuelle du nombre de chômeurs en France, de juillet 1998 à juin 1999.

Mois	Juil. 98	Août 98	Sept. 98	Oct. 98	Nov. 98	Déc. 98	Jan. 98	Fév. 98	Mar. 98	Avr. 98	Mai 98	Juin 98
Rang du mois X_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Nombre de chômeurs Y_i (en milliers)	3 051	3 070	3 046	3 030	3 018	2 995	2 985	2 970	2 959	2 941	2 955	2 932

(Source : B. I. T.)

1. Construire, dans un repère orthogonal, le nuage de points de coordonnées $(X_i\ ;\ Y_i)$ associé à cette série. Unités :
   - 1 cm pour un mois en abscisses ;
   - 1 cm pour 25 en ordonnées en veillant à commencer à 2 850.
2. Déterminer les coordonnées du point moyen G de ce nuage.
3. On appelle G_1 le point moyen du sous-nuage formé par les six premiers points du tableau et G_2 le point moyen du sous-nuage formé par les six autres points.
   a. Calculer les coordonnées des points G_1 et G_2 et les placer sur le graphique.
   b. Déterminer une équation de la droite (G_1G_2).
   La tracer sur le graphique.
4. On admet que la droite (d) d'équation :
   $$y = -13x + 3\,080{,}5$$
   est une droite d'ajustement du nuage de points.
   En admettant que l'évolution du chômage se poursuive ainsi et en utilisant cet ajustement, donner une estimation du nombre de chômeurs prévisible en août 1999. Justifier par un calcul.
5. En utilisant cet ajustement, estimer au cours de quel mois le nombre de chômeurs deviendrait inférieur à 2 875 000 ? (on pourra choisir une méthode algébrique ou une méthode graphique ; selon le cas, on laissera apparentes les recherches graphiques ou on donnera le détail des calculs).

Partie B

On veut étudier certaines caractéristiques de la population active (= actifs occupés + chômeurs). Par la suite, tous les effectifs seront donnés en milliers.
En mars 1996, la population active était de 25 755, dont 54, 7 % étaient des hommes.
L'ensemble de la population active était composé pour 20 % de personnes âgées de 50 ans ou plus 18 466 actifs étaient d'âge compris entre 25 et 49 ans.
Parmi les actifs de moins de 25 ans, l'effectif des femmes était de 952. 19, 6 % des femmes actives avaient plus de 50 ans. (source : Insee, enquêtes emploi)

1. Recopier et compléter, à l'aide des données précédentes, le tableau suivant. Arrondir, si nécessaire à l'unité la plus proche.

	Femmes	Hommes	Total
Moins de 25 ans			
Entre 25 et 49 ans			
50 ans et plus			
Total			25 755

Dans la suite de l'exercice, tous les résultats seront donnés sous forme de fraction, puis arrondis à 10^{-2} près.

2. On interroge au hasard une personne active, chaque personne ayant la même probabilité d'être interrogée. Calculer les probabilités des évènements suivants :
   — A : « c'est une femme » ;
   — B : « c'est un homme entre 25 et 49 ans » ;
   — C : « c'est une femme ou une personne âgée de 50 ans et plus ».
3. Un organisme d'état décide d'envoyer un questionnaire à tous les actifs de moins de 25 ans ; ceux-ci y répondent tous. On choisit une réponse au hasard.

   Quelle est la probabilité que ce soit celle d'un homme ?

∽ Baccalauréat STT ACC - ACA Centres étrangers ∾ juin 2000

Exercice 1 **10 points**

Partie A

Le tableau suivant donne l'évolution de la population de la ville A de 1960 à 1995 :

Année	1960	1965	1970	1975	1980	1985	1990	1995
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
Population y_i (en milliers d'habitants)	149	157,5	170	174	177	191	198,5	207

1. Représenter le nuage de points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ dans un repère orthogonal d'unités graphiques : 2 cm pour l'unité en abscisse, 1 cm pour 5 unités en ordonnée en partant de 140.
2. Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage de points.
3. Construire la droite D_1 d'équation $y = 8x + 150$ et la droite D_2 d'équation $y = 10x + 143$.
   Vérifier par le calcul que ces deux droites passent par le point G.
4. Laquelle de ces deux droites ajuste au mieux le nuage de points ?
   En utilisant la droite choisie, quelle population peut-on prévoir pour l'année 2000 ?

Partie B

Tous les 5 ans, on effectue un relevé de la population d'une ville B. En 1970, ce relevé a donné 125 milliers d'habitants ; les relevés suivants montrent une augmentation régulière de 3 %.
Soit R_n, la valeur (en milliers d'habitants) du relevé de rang n ($\mathrm{R}_0 = 125$ en 1970, R_1 relevé en 1975 etc.).

1. Calculer R_1, R_2 et R_3 (arrondir à 10^{-1} près).
2. Exprimer R_{n+1} en fonction de R_n. En déduire la nature de la suite (R_n) ; on précisera le premier terme et la raison.
3. Exprimer R_n en fonction de n.
4. Si cette évolution se poursuit, quelle population peut-on prévoir pour l'an 2000 ?
   Donner une valeur approchée en milliers d'habitants à 10^{-1}, près de cette population.
5. En utilisant la calculatrice, déterminer le rang du relevé pour lequel la population dépasse 163 milliers d'habitants. En déduire l'année correspondante.

Exercice 2 **10 points**

Partie A

Un artisan fabrique des objets en bois qu'il propose ensuite aux touristes de passage.
Pour chaque semaine, il estime que le coût de production de x objets est donné par :

$$C(x) = x^2 + 60x + 121, \quad x \text{ étant compris entre 1et 30.}$$

Le coût moyen de production d'un objet est donné par $f(x) = \dfrac{C(x)}{x}$ où x appartient à [1 ; 30].

1. Montrer que $f(x) = x + 60 + \dfrac{121}{x}$.
2. Montrer que $f'(x) = \dfrac{(x-11)(x+11)}{x^2}$.
3. Étudier le signe de $f'(x)$ et dresser le tableau de variations de f sur l'intervalle $[1~;~30]$.
4. Reproduire et compléter le tableau de valeurs ci-dessous : on arrondira à 10^{-1} près.

x	1	2	4	8	11	15	20	25	30
$f(x)$						83,1		89,8	

5. Construire la courbe représentative de f dans le repère orthogonal $\left(\text{O},~\overrightarrow{\imath},~\overrightarrow{\jmath}\right)$; unités graphiques : 1 cm pour 2 objets sur l'axe des abscisses, 1 cm pour 10 F sur l'axe des ordonnées.

Partie B

L'artisan vend chaque objet 110 F.

1. Montrer que le bénéfice réalisé après la fabrication et la vente de x objets est donné par :

$$B(x) = -x^2 + 50x - 121 \quad \text{où } x \text{ est pris dans } [1~;~30].$$

2. Calculer $B'(x)$ et étudier son signe.
3. Dresser le tableau de variations de la fonction B et en déduire le nombre d'objets à fabriquer et à vendre pour faire un bénéfice maximal. Donner ce bénéfice maximal.

Baccalauréat STT ACC - ACA Métropole juin 2000

Exercice 1 **8 points**

Les cadres d'une entreprise ont reçu des primes différentes selon leur ancienneté. Six d'entre eux comparent le montant de leur prime. Leurs observations sont reportées dans le tableau ci-dessous, où l'ancienneté x est exprimée en années et la prime p en milliers de francs.

Cadre	n° 1	n° 2	n° 3	n° 4	n° 5	n° 6
Ancienneté x	2	8	11	17	20	26
Prime p	1,08	2,84	3,27	3,88	4,11	4,48

1. Pour cette série de données, la calculatrice leur propose la droite d'ajustement Δ d'équation $y = 0,13x + 1,42$. On ne demande aucune représentation graphique pour cette première question.
En utilisant l'équation de la droite Δ, calculer :

a. Quelle prime recevrait un cadre ayant une ancienneté de 14 ans ?

b. Quelle ancienneté conduirait à l'obtention d'une prime de 1 550 francs ?

2. Peu satisfaits de l'étude précédente, les six cadres décident de poser $q = 2^p$ (où p représente la prime en milliers de francs) et d'arrondir au dixième. Ils obtiennent alors le tableau suivant :

Cadre	n° 1	n° 2	n° 3	n° 4	n° 5	n° 6
Ancienneté x	2	8	11	17	20	26
Résultat q	2,1	7,2	9,6	14,7	17,3	22,3

a. Vérifier les calculs ci-dessus et dire, pour chaque résultat, s'il correspond à un arrondi par excès ou par défaut.

b. Construire le nuage des points de coordonnées $(x\,;\,q)$ dans un repère orthogonal. On prendra 0,5 cm par unité en abscisse et 1 cm par unité en ordonnée.

Calculer les coordonnées du point moyen G_1, des trois premiers points et du point moyen G_2 des trois derniers.

c. Tracer la droite (G_1G_2). Montrer, en arrondissant les coefficients au centième, que la droite (G_1G_2) a pour équation $y = 0,84x + 0,40$.

d. On utilise la droite (G_1G_2) comme droite d'ajustement. À quelle ancienneté correspond alors une prime de 1 550 francs ? Le résultat obtenu est-il plus plausible que celui de la question **1. b.** ?

Exercice 2 **12 points**

Partie 1 :

Une entreprise souhaite promouvoir un nouveau produit. Elle estime que la probabilité qu'une personne prise au hasard en connaisse le nom après x semaines de publicité s'exprime par

$$p(x) = \frac{3x}{4x+3}.$$

1. Calculer $p(3)$. Déduire la probabilité qu'une personne prise au hasard ignore le nom du produit après trois semaines de publicité.

2. Résoudre l'équation $p(x) = \frac{1}{2}$. Interpréter le résultat obtenu.

3. La formule donnant $p(x)$ permet-elle de confirmer les affirmations ci-dessous ?

a. Avant le lancement de l'opération, personne ne connaît le nom du produit. Justifier.

b. Au bout de douze semaines de publicité, tout le monde connaît le nom du produit. Justifier.

Partie 2 :

On considère la fonction f définie sur $[0 ; 18]$ par : $f(x) = \dfrac{3x}{4x+3}$.

1. Recopier et compléter le tableau de valeurs ci-dessous. On arrondira au centième.

x	0	0,5	1	3	6	12	18
$f(x)$				0,6			

2. Vérifier que pour tout x de $[0 ; 18]$, $f'(x) = \dfrac{9}{(4x+3)^2}$ où f' désigne la fonction dérivée de f.

3. Étudier le signe de $f'(x)$ pour x élément de $[0 ; 18]$.
En déduire le tableau des variations de la fonction f sur l'intervalle $[0 ; 18]$.

4. On désigne par $\mathscr{C}$ la courbe représentative de f.
On considère la droite $\mathscr{D}$ tangente à $\mathscr{C}$ en son point d'abscisse 3. Montrer que $\mathscr{D}$ a pour équation $y = 0,04x + 0,48$.

5. Tracer $\mathscr{D}$ puis $\mathscr{C}$ dans un repère orthogonal. On prendra 1 cm pour unité sur l'axe des abscisses et 10 cm sur l'axe des ordonnées.

Partie 3 :

1. Compléter le graphique de la **partie 2** en traçant la droite d'équation $y = 0,66$.

2. Graphiquement :

a. déterminer la durée nécessaire pour que la probabilité exprimée en **partie 1** passe de $0,6$ à $0,66$.

b. déterminer la durée nécessaire pour que la probabilité exprimée en **partie 1** passe de $0,66$ à $0,72$.

3. Cette étude explique-t-elle pourquoi l'entreprise a prévu une campagne publicitaire de cinq semaines et demie ?

☙ Baccalauréat STT C.G. - I.G. Polynésie ❧ juin 2000

Exercice 1 **10 points**

Partie A

Monsieur Gaston téléphone actuellement tous les jours pendant une heure pour un montant de 6 euros. Il souhaite réduire le prix de la minute de communication tout en continuant à payer exactement 6 euros par jour.
Deux entreprises téléphoniques lui propose leurs tarifs.

1. **a.** L'entreprise A annonce une réduction de 30 % du prix de communication.
   Calculer le nouveau prix d'une minute de communication.

   b. L'entreprise B propose une augmentation de 30 % de la durée de communication pour le même prix.
   Combien de temps Monsieur Gaston peut-il maintenant téléphoner pour 6 euros.
   Calculer le nouveau prix d'une minute de communication (on arrondira à 0,001 près).
2. Répondre à la même question si l'entreprise A fait une réduction de 20 % du prix et l'entreprise B une augmentation de la durée de 25 %.
3. **a.** L'entreprise A annonce une réduction de x % du prix de la communication.
   Combien Monsieur Gaston paie-t-il maintenant une heure de communication ?
   Montrer que le prix d'une minute de communication avec l'entreprise A s'élève à : $\dfrac{1}{10}\left(1-\dfrac{x}{100}\right)$.

   b. L'entreprise B propose une augmentation de y % de la durée de communication pour le même prix.
   Combien de temps Monsieur Gaston peut-il maintenant téléphoner pour 6 euros ?
   Montrer que le prix d'une minute de communication avec l'entreprise B s'élève à $\dfrac{1}{10\left(1+\dfrac{y}{100}\right)}$.
   On admet que les propositions des deux entreprises sont aussi avantageuses l'une que l'autre si : $y=\dfrac{100x}{100-x}$.

Partie B

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;\,50]$ par :

$$f(x)=\frac{100x}{100-x}.$$

1. Calculer la dérivée f' de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,50]$.
2. Étudier le signe de $\dfrac{10000}{(100-x)^2}$ sur l'intervalle $[0\,;\,50]$.
3. Dresser le tableau de variations de f sur l'intervalle $[0\,;\,50]$.
4. Construire la courbe représentative de f dans un repère orthonormé du plan (unités graphiques : 1 cm représente 10 unités). On utilisera la feuille Annexe 1.

5. L'entreprise A propose une réduction de 20 % du prix de la communication.

Déterminer le pourcentage d'augmentation de la durée de communication que doit proposer l'entreprise B pour avoir un tarif aussi avantageux que celui de A.

6. L'entreprise B propose une augmentation de 30 % de la durée de communication.

Déterminer graphiquement le pourcentage de réduction du prix de la communication que doit proposer l'entreprise A pour avoir un tarif aussi avantageux que celui deB.

Exercice 2 **10 points**

Le tableau suivant présente l'évolution de l'emploi dans l'éducation et dans la santé en France de 1968 à 1996. (Sources : *recensements, INSEE*)
Par exemple, on peut lire qu'en 1968, 4,3 % de la population active travaille dans l'éducation.

		Éducation		Santé et action sociale	
Année	Rang de l'année x_i	En milliers	Part de l'emploi (en %) : y_i	En milliers	Part de l'emploi (en %) : z_i
1968	1	860	4,3	730	3,7
1975	8	1 180	5,6	1 140	5,4
1982	15	1 310	6,1	1 610	7,5
1989	22	1 550	7,0	2 050	9,2
1996	29	1 730	7,9	2 300	10,5

1. Quel est l'effectif, arrondi en millions, de la population active en France en 1968 ?

2. Construire le nuage de points associé à la série statistique $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ dans un repère orthogonal.

On choisira sur l'axe des abscisses 0,2 cm pour une unité et sur l'axe des ordonnées 1 cm pour 1 %.

Les nuages de points et les droites d'ajustement doivent être tracées sur la feuille Annexe 2.

3. On note G le point moyen du nuage formé par ces cinq points.

a. Calculer les coordonnées de G et placer G sur le graphique.

b. On choisit pour ajustement affine la droite Δ de coefficient directeur 0,123 et passant par G.

Déterminer une équation de Δ et tracer Δ sur le graphique.

4. a. Construire le nuage de points associé à la série statistique $(x_i\ ;\ z_i)$ dans le même repère que précédemment. On représentera les points de ce deuxième nuage d'une couleur différente du premier.

b. On choisit comme ajustement affine du nuage, la droite Δ' d'équation y = 0, 248 x + 3,53. Tracer Δ' sur le graphique.

5. a. Déterminer graphiquement l'année à partir de laquelle le nombre d'emplois dans la santé dépasse celui dans l'éducation.

b. En utilisant les ajustements affines donnés en 3. et 4., déterminer par le calcul une estimation de l'année à partir de laquelle il y aura 1,5 fois plus d'emplois dans la santé que dans l'éducation.

c. Quelles seront alors les parts de l'emploi dans la santé et dans l'éducation ?

∽ Baccalauréat STT ACC - ACA Métropole ∾ septembre 2000

Exercice 1 **8 points**

Un magasin d'électroménager vend, depuis le 1er janvier 1990, des aspirateurs de la marque ASPIRTOU. Son directeur nous a fourni les renseignements consignés dans le tableau ci-dessous, dans lequel on a également précisé le rang x_i de l'année $1989 + x_i$.

Année	1990	1991	1992	1993	1994	1995
Rang x_i de l'année	1	2	3	4	5	6
Nombre y_i d'aspirateurs vendus	594	670	770	830	930	1 000

1. Représenter le nuage de points M_i de coordonnées $(x_i\ ;\ y_i)$ associé à cette série statistique dans un repère orthogonal. On prendra pour unités graphiques
   - 1 cm pour 1 unité sur l'axe des abscisses ;
   - 1 cm pour 50 unités sur l'axe des ordonnées en commençant la graduation à 500.
2. Déterminer les coordonnées du point moyen G du nuage et placer G sur le graphique.
3. On observe l'aspect du nuage et on choisit pour ajustement affine la droite d'équation

$$y = 82x + 512.$$

   Tracer cette droite.
4. En utilisant l'ajustement précédent, déterminer graphiquement, puis par le calcul, une estimation du nombre d'aspirateurs que le magasin peut espérer vendre en l'an 2000.
5. En réalité, on a constaté que, après 1995, les ventes ont progressé régulièrement de 15 % par an.
   a. Montrer que le magasin a vendu 1 150 aspirateurs en 1996.
   b. Combien en a-t-il vendu en 1997 ?
   c. Combien peut-il espérer en vendre dans ces conditions en l'an 2000 ?
   Les deux derniers résultats seront arrondis à l'unité près.

Exercice 2 **12 points**

Partie A - Coût marginal

L'entreprise ASPIRTOU fabrique des aspirateurs. Chaque mois, elle produit un nombre x d'aspirateurs, x étant un nombre entier compris entre 1 000 et 6 000.
Le coût de production, exprimé en euros, de x aspirateurs est donné par :

$$C(x) = 0,003x^2 + 60x + 48000.$$

1. Quel est le coût de production exact de 1 000 aspirateurs ? De 1 001 aspirateurs ?
   En déduire l'augmentation du coût entraînée par le 1 001e aspirateur.
2. On appelle coût marginal au rang x et on note $d(x)$ la différence :

$$C(x+1) - C(x).$$

   Ainsi $d(x) = C(x+1) - C(x)$ représente l'augmentation de coût correspondant à la fabrication d'un aspirateur supplémentaire, sachant qu'on en a déjà fabriqué x.

a. Quel est le coût marginal $d(1\,000)$ au rang 1 000 ?

b. Montrer que :

$$C(x+1) = 0,003x^2 + 60,006x + 48\,060,003$$

et $\quad d(x) = 0,006x + 60,003.$

3. On considère que x est un réel de l'intervalle $[1\,000\,;\,6\,000]$ et on note C' la dérivée de la fonction C définie par :

$$C(x) = 0,003x^2 + 60x + 48\,000.$$

a. Calculer $C'(x)$, puis $C'(1\,000)$.

b. Calculer $d(1\,000) - C'(1\,000)$ et vérifier que :

$$d(x) - C'(x) = 0,003.$$

Partie B - étude d'une fonction

Dans cette partie, on se propose d'étudier la fonction f définie sur l'intervalle $[1\,000\,;\,6\,000]$ par :

$$f(x) = 0,003x + 60 + \frac{48\,000}{x}.$$

1. On note f' la dérivée de la fonction f. Calculer $f'(x)$ et vérifier que pour tout x de $[1\,000\,;\,6\,000]$:

$$f'(x) = \frac{0,003}{x^2}(x - 4\,000)(x + 4\,000).$$

2. étudier le signe de $f'(x)$ lorsque x varie dans l'intervalle $[1\,000\,;\,6\,000]$ et dresser le tableau de variations de f sur $[1\,000\,;\,6\,000]$.

3. Recopier et compléter le tableau suivant :

x	1 000	2 000	3 000	4 000	5 000	6 000
$f(x)$		90				

4. Tracer la courbe représentative de la fonction f dans le plan rapporté à un repère orthogonal.

On prendra pour unités graphiques :

- 1 cm pour 500 aspirateurs en abscisse
- 1 cm pour 4 euros en ordonnée, en commençant la graduation à 60.

Partie C - Coût moyen et coût marginal

1. Tracer dans le repère précédent la droite D représentant graphiquement la fonction C' définie dans la **partie A**.

2. Le coût moyen d'un aspirateur de l'entreprise ASPIRTOU est égal au coût de production divisé par le nombre d'aspirateurs.

Vérifier que, pour tout x de l'intervalle $[1\,000\,;\,6\,000]$, ce coût moyen est égal a $f(x)$.

3. a. Dans la pratique, on remplace le coût marginal d par la dérivée C'.

Donner, par lecture graphique, le nombre d'aspirateurs produits pour lequel le coût moyen est égal au coût marginal.

b. Calculer, pour cette valeur, le coût moyen.

∾ Baccalauréat STT ACC - ACA Nouvelle–Calédonie ∾ décembre 2000

Exercice 1 **8 points**

Une entreprise envisage de mettre en place un service de transport en commun.
Elle a effectué, pour cela, une enquête sur le mode de transport habituel de ses salariés.
L'entreprise emploie 400 personnes, dont 74,5 % sont favorables au projet. Parmi ces 400 personnes, 65 % viennent en voiture 80 % des personnes qui viennent en voiture sont favorables au projet.
Parmi les 400 personnes de l'entreprise, 18 % viennent en bus le sixième des personnes qui viennent en bus n'est pas favorable au projet.
Aucun piéton n'est favorable au projet et le quart des cyclistes non plus.

1. Recopier et compléter le tableau suivant :

	Voiture	Bus	Vélo	Pied	Total
Favorable					
Non favorable					
Total					400

   Dans les questions **2** et **3** les résultats seront donnés sous forme de fractions, puis sous forme décimale à 10^{-3} près.

2. On prend une personne au hasard parmi les 400.
   Calculer les probabilités des évènements suivants :
   A : « elle est venue en voiture » ;
   B : « elle est favorable au projet » ;
   C : « elle est venue en voiture et est favorable au projet ».
   Quel est l'évènement noté $A \cup B$? Calculer sa probabilité.
3. On choisit une personne au hasard parmi ceux qui sont favorables au projet.
   Quelle est la probabilité pour que cette personne soit venue en bus ?

Exercice 2 **12 points**

Une petite entreprise fabrique des agendas. Chaque jour, elle en produit x, ce nombre x étant un nombre compris entre 0 et 50.
Le coût de production journalière de x agendas est la somme du coût de fabrication de ces x agendas et des frais fixes.
Le coût de production exprimé en francs est

$$f(x) = x^2 + 30x + 400.$$

Partie A

1. Calculer $f(0)$; que représente le nombre trouvé ?
2. On suppose que la production journalière est de 10 unités.
   Calculer l'augmentation du coût de production journalière si la production passe à 12 unités.

Partie B

Chaque agenda est vendu 120 francs.

1. Calculer le bénéfice correspondant à 10 agendas, puis celui correspondant à 30 agendas.

2. On désigne par $B(x)$ le bénéfice réalisé, chaque jour, par la vente de x agendas.
   a. Montrer que $B(x) = -x^2 + 90x - 400$ sur $[0\,;\,50]$.
   b. Calculer $B'(x)$ et étudier son signe sur $[0\,;\,50]$.
   c. En déduire le nombre d'agendas à fabriquer chaque jour pour avoir un bénéfice maximal ainsi.

Partie C

L'entreprise travaille 300 jours par an et produit 45 agendas par jour. On admettra qu'ils sont tous vendus.

1. Calculer le bénéfice total réalisé.
2. L'entreprise décide de placer à intérêts composés au taux de 4,5 % l'an, le bénéfice réalisé par la vente de la production des 100 premiers jours.

   Calculer la valeur acquise en francs par cette somme au bout de 6 ans de placement (valeur arrondie à l'unité près).

Baccalauréat STT C.G. – G.I. Pondichéry avril 2000

Exercice 1 **5 points**

Les probabilités seront données sous forme de fractions irréductibles.

Dans le cadre d'une campagne de sensibilisation sur le tri des ordures ménagères, une enquête a été menée auprès de 400 personnes d'une ville, réparties de la manière suivante :

— moins de 35 ans : 25 % ;
— entre 35 et 50 ans : 40 % ;
— plus de 50 ans : 35 %.

À la question : « Triez-vous le verre et le papier ? », 80 personnes de moins de 35 ans ont répondu « oui », 70 % des personnes de plus de 50 ans ont répondu « non » et 45 % des personnes interrogées ont répondu « oui ».

1. À l'aide de ces informations, recopier et compléter le tableau suivant en explicitant les calculs intermédiaires :

	Moins de 35 ans	Entre 35 et 50 ans	Plus de 50 ans	Total
La réponse est **oui**				
La réponse est **non**				
Total				

2. On choisit au hasard une personne parmi celles qui ont été interrogées. Les choix sont équiprobables.
   a. Quelle est la probabilité p_1 que la personne choisie ait répondu « oui » ?
   b. Quelle est la probabilité p_2 que la personne choisie ait entre 35 et 50 ans et qu'elle ait répondu « non » ?
   c. Quelle est la probabilité p_3 que la personne choisie ait moins de 50 ans et qu'elle ait répondu « oui » ?
3. On choisit à présent au hasard une personne parmi celles ayant répondu « oui ».
   Quelle est la probabilité p_4 que cette personne ait moins de 35 ans ?

Exercice 2 **5 points**

Un exploitant forestier dispose d'une parcelle de 40 ha sur laquelle il souhaite planter deux essences de résineux : des pins sylvestres et des douglas.
Cependant pour des considérations de nature de terrain et d'orientation, il ne pourra pas planter plus de 30 ha de douglas.
Pour les pins sylvestres il doit dépenser 1,20 F par pied et pour les douglas 1,50 F par pied. On plante en moyenne 2 000 pins sylvestres par ha, alors que pour les douglas il faut compter 1 200 pieds par ha. Enfin il dispose d'un budget maximum de 90 000 F.
On note x le nombre d'hectares de pins sylvestres et y le nombre d'hectares de pins douglas plantés sur cette parcelle.

1. **a.** Déterminer un système d'inéquations portant sur x et y traduisant les conditions du problème.
   b. Montrer que les contraintes du problème sont traduites par le système suivant :

$$\left\{\begin{array}{lcl} x & \geqslant & 0\\ y & \geqslant & 0\\ y & \leqslant & 30\\ x+y & \leqslant & 40\\ 4x+3y & \leqslant & 150 \end{array}\right.$$

2. À tout couple $(x\,;\,y)$ on associe un point M de coordonnées $(x\,;\,y)$ dans un repère orthonormal $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$. (1 cm pour 4 ha).

Déterminer graphiquement l'ensemble des points M dont les coordonnées vérifient les contraintes. (On hachurera la zone ne convenant pas).

3. Compte tenu des prix actuels, cet exploitant peut espérer obtenir 150 000 F par ha de pins sylvestres et 300 000 F par ha pour les douglas.

a. Exprimer, en fonction de x et y, la recette R que cet exploitant pourrait tirer de la parcelle.

On obtient ainsi une équation de la droite Δ_R

b. Tracer sur le même graphique la droite Δ_R correspondant à une recette de 4 500 000 F.

c. Expliquer comment, grâce au graphique, on peut trouver le couple $(x_0\,;\,y_0)$ pour lequel la recette R est maximale.

d. Par une étude graphique, trouver ce couple $\left(x_0\,;\,y_0\right)$ et conclure sur le meilleur choix des surfaces à planter en pins sylvestres et en douglas.

Problème **10 points**

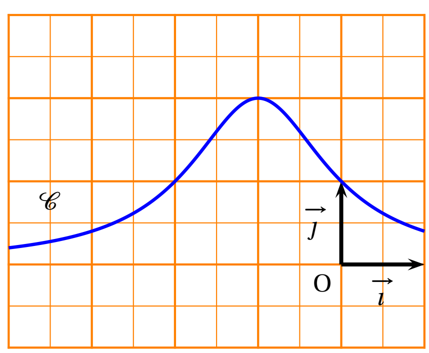
Le plan est rapporté à un repère orthonormal $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ d'unité graphique 2 cm.
On désigne par I l'intervalle $[-4\,;\,1]$. Toutes les représentations graphiques se feront dans ce repère.

Partie A

On considère la fonction f définie sur I par

$$f(x) = \frac{2}{(x+1)^2+1}.$$

Résoudre dans I l'inéquation $f(x) \leqslant 2$, d'inconnue x. En déduire que 2 est le maximum de f sur I
On donne sur le graphique ci-contre la courbe représentative de f, notée $\mathscr{C}$, dans le repère $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$.



Partie B

On considère la fonction g définie sur I par $g(x) = \text{e}^{x+1} - x$, et on note Γ sa courbe représentative dans $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$.

1. Résoudre dans I l'inéquation : $\text{e}^{x+1} - 1 > 0$, d'inconnue x.

2. Calculer $g'(x)$.

En déduire le sens de variation de la fonction g.

3. Déterminer une équation de la tangente à Γ au point d'abscisse 0.

4. Représenter Γ.

5. Déterminer les primitives de g sur I.

Partie C

1. Déduire des deux études précédentes (partie A et partie B) que $g(x) \geqslant f(x)$ pour tout réel x de I.

2. On considère les intégrales

$$\mathrm{A}_1 = \int_{-4}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x \quad \text{et} \quad \mathrm{A}_2 = \int_{-4}^{1} g(x)\,\mathrm{d}x$$

a. Calculer A_2.

b. Comparer A_1 et A_2 sans calculer A_1.

Baccalauréat STT C.G. – I.G. Antilles–Guyane juin 2000

Exercice 1 **4 points**

Benoît sait que le congélateur de la cuisine renferme cinq bâtons de crème glacée, de cinq parfums différents (vanille, chocolat, pistache, café, praliné).
Gourmand et insomniaque, il décide de se lever en pleine nuit, sans allumer la lumière, et de prendre, à tâtons et successivement, deux bâtons dans le congélateur. (Tous les choix sont équiprobables.)

1. À l'aide d'un arbre, déterminer le nombre de couples différents de bâtons qu'il peut ainsi obtenir.
2. Ses parfums préférés sont vanille et café. Calculer les probabilités pour qu'il obtienne :
   a. le bâton à la vanille, puis le bâton au café ;
   b. les bâtons de ses parfums préférés dans un ordre quelconque ;
   c. un seul de ses parfums préférés ;
   d. aucun de ses parfums préférés.

Exercice 2 **6 points**

Pour équiper le club de bridge qu'il vient de créer, Michel a besoin de 16 tables, 72 chaises et 44 jeux de cartes.
Il s'adresse à deux boutiques spécialisées : la boutique A et la boutique B.
La boutique A lui propose un lot de 2 tables, 8 chaises et 11 jeux de cartes pour 2 500 F.
La boutique B lui propose un lot de 2 tables, 10 chaises et 4 jeux de cartes pour 2 750 F.
Le but de l'exercice est de déterminer le nombre x de lots qu'il va acheter à la boutique A et le nombre y de lots qu'il va acheter à la boutique B pour que la dépense soit minimale.

1. Traduire par un système d'inéquations les contraintes d'équipement.
2. Dans le plan muni d'un repère orthonormal (unité graphique : 1 cm), résoudre graphiquement le système :

$$\left\{\begin{array}{lcl} x & \geqslant & 0\\ y & \geqslant & 0\\ x+y & \geqslant & 8\\ 4x+5y & \geqslant & 36\\ 11x+4y & \geqslant & 44\end{array}\right.$$

   (Hachurer l'ensemble des points dont les coordonnées ne vérifient pas le système, en expliquant votre démarche pour la seule inéquation $4x+5y \geqslant 36$.)

3. **a.** Exprimer la dépense D occasionnée par l'achat de x lots à la boutique A et de y lots à la boutique B.
   b. Les couples $(x\ ;\ y)$ correspondant à une dépense donnée D, sont les coordonnées de points de la droite Δ_D dont on donnera une équation sous la forme $y = ax + b$.
   c. Tracer la droite Δ_D avec $D = 27\,500$.
4. Déterminer à l'aide du graphique, en le justifiant, le nombre x_0 de lots à acheter à la boutique A et le nombre y_0 de lots à acheter à la boutique B pour satisfaire les besoins avec une dépense minimale.
   Calculer cette dépense minimale.

Problème **10 points**

Le repère $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ est orthonormal (unité : 2 cm).
On note $\mathscr{C}$ la courbe représentative de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = ax + b + c\mathrm{e}^{-x},$$

où a, b et c sont trois réels.
La courbe $\mathscr{C}$ est jointe ci-après.

Partie A - à la découverte de la fonction f

1. **a.** Calculer $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} \mathrm{e}^{-x}$.
   b. En déduire que la droite Δ d'équation $y = ax + b$ est asymptote à $\mathscr{C}$.
   c. Utiliser le graphique pour obtenir l'équation réduite de l'asymptote oblique à $\mathscr{C}$.
   En déduire, par comparaison, les coefficients a et b.
2. **a.** $\mathscr{C}$ passe par le point A(0 ; 3).
   Calculer le coefficient c et donner l'expression définitive de $f(x)$.
   b. Justifier par le calcul que $\mathscr{C}$ est au-dessus de Δ, pour toutes valeurs de la variable.
3. Résoudre graphiquement l'inéquation $f'(x) \geqslant 0$.

Partie B -Vérification par le calcul des données du graphique

1. **a.** Montrer que, pour tout x réel, $f'(x) = \dfrac{1 - 4\mathrm{e}^{-x}}{2}$.
   b. Résoudre $f'(x) \geqslant 0$ et confirmer le résultat du **A. 3.**.
2. **a.** Montrer que, pour tout x non nul, $f(x) = x\left(\dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{x} + 2 \times \dfrac{1}{x\mathrm{e}^{x}}\right)$.
   b. En déduire $\displaystyle\lim_{x \to -\infty} f(x)$.(On rappelle que $\displaystyle\lim_{x \to -\infty} x\mathrm{e}^{x} = 0$.)
3. Établir le tableau de variations de f.
4. Déterminer une équation de la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 0.
5. **a.** Montrer que l'équation $f(x) = 4$ admet une unique solution α sur l'intervalle $[-1 ; 0]$.
   b. Reproduire et compléter le tableau suivant. On donnera des valeurs décimales approchées de $f(x)$ à 0,001 près.

x	$-0,1$	$-0,2$	$-0,3$	$-0,4$	$-0,5$	$-0,6$	$-0,7$	$-0,8$	$-0,9$
$f(x)$									

   En déduire un encadrement de α d'amplitude 0,1.

Partie C - Un calcul d'aire

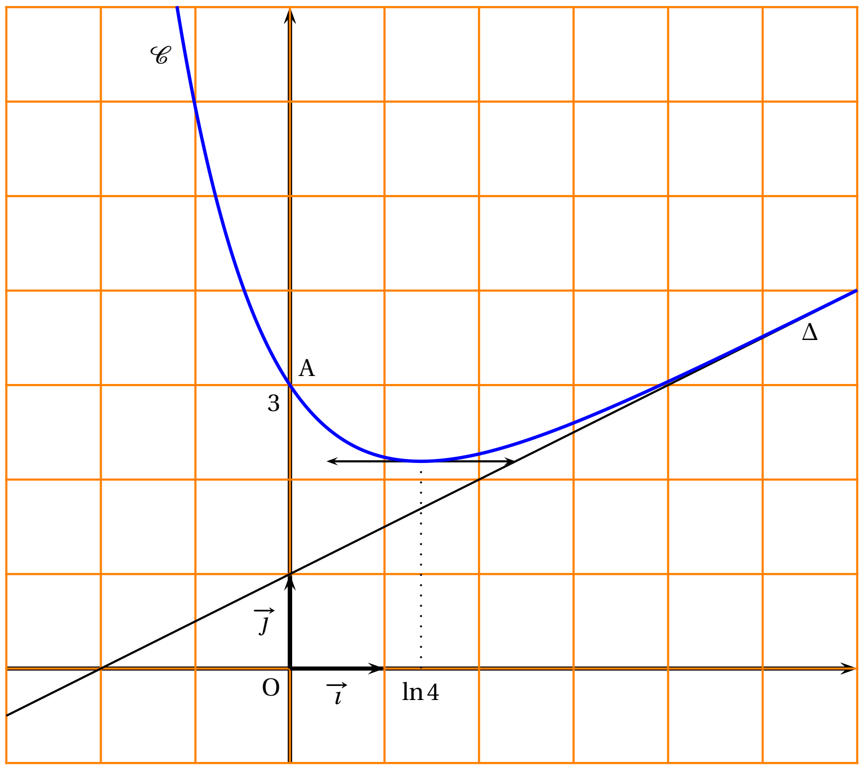
1. On considère la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$F(x) = \frac{1}{4}x^2 + x - 2\mathrm{e}^{-x}.$$

   Montrer que F est une primitive de f sur $\mathbb{R}$.
2. Soit $\mathscr{A} = \displaystyle\int_0^1 (x) f(x)\,\mathrm{d}x$.

a. Donner la valeur exacte de $\mathscr{A}$.

b. En déduire une valeur décimale approchée à 0,01 près de l'aire, en cm^2, de la portion de plan comprise entre $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 1$.

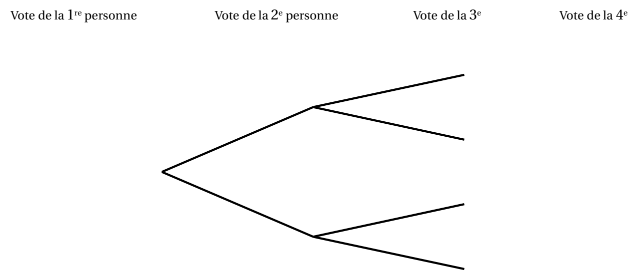


Baccalauréat STT C.G. – I.G. Centres étrangers juin 2000

Exercice 1 **5 points**

Quatre personnes votent pour élire un candidat parmi deux, X ou Y. Un candidat ne peut être élu au premier tour que s'il obtient la majorité absolue (au moins trois voix).
Chacun des votants doit voter pour un seul des deux candidats. On suppose tous les votes équiprobables.

1. Reproduire et compléter l'arbre suivant :



2. On considère les deux évènements suivants :
A : « Le candidat X est élu au premier tour » ;
B : « Le candidat Y est élu au premier tour ».
   a. Calculer la probabilité de l'évènement A et celle de l'évènement B.
   b. Calculer la probabilité de l'évènement $A \cup B$.
3. Calculer la probabilité de l'évènement C : « aucun des candidats n'est élu au premier tour ».

Exercice 2 **5 points**

Pour un échantillon de 15 millions de foyers français, on dispose des informations portées dans le tableau suivant, concernant l'équipement informatique :

Année	1995	1996	1997	1998	1999	2000
Rang de l'année : x_i	0	1	2	3	4	5
Nombre de foyers équipés en millions : y_i	0,5	1	1,2	2,2	3	3,8

1. Représenter, dans le plan rapporté à un repère orthogonal, le nuage des points M_i de coordonnées $(x_i\ ;\ y_i)$ associé aux informations ci-dessus, où x_i représente le rang de l'année et y_i le nombre de foyers équipés. Unités graphiques : sur l'axe des abscisses, 2 cm représentent 1 année, sur l'axe des ordonnées, 5 cm représentent 1 million de foyers.
2. a. Calculer les coordonnées du point moyen G_1 du nuage formé des points M_0, M_1 et M_3.
   b. Vérifier que les coordonnées du point moyen G_2 du nuage formé des points M_3, M_4 et M_5 sont $(4\,;3)$.
   c. On réalise un ajustement du nuage à l'aide de la droite (G_1G_2). Déterminer une équation de la droite (G_1G_2) et tracer cette droite sur le graphique précédent.
3. En utilisant l'équation de la droite d'ajustement de la question **2** :

a. Déterminer une estimation du nombre de foyers qui seraient équipés d'un ordinateur en l'an 2002.

b. Déterminer à partir de quelle année on peut estimer que 40 % des foyers seraient équipés d'un ordinateur.

Problème **11 points**

Partie A

L'objectif de cette partie est l'étude du signe d'un polynôme du second degré.

1. Pour tout nombre réel x, on pose $P(x) = x^2 + 4x + 3$.
Résoudre l'équation : $P(x) = 0$.

2. a. Vérifier que $P(x) = (x+1)(x+3)$.

b. Déterminer, en fonction de x, le signe de $P(x)$.

Partie B

L'objectif de cette partie est l'étude d'une fonction. Seule la question **B 2 b** dépend de la partie **A**.

Soit f la fonction définie sur l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels par :

$$f(x) = (x+3)^2 \mathrm{e}^{-x}.$$

1. a. Déterminer la limite de f en $-\infty$.

b. Vérifier que, pour tout réel x, $f(x) = \dfrac{x^2}{\mathrm{e}^x} + \dfrac{6x}{\mathrm{e}^x} + \dfrac{9}{\mathrm{e}^x}$.

c. Donner $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{\mathrm{e}^x}{x^2}$ et $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{\mathrm{e}^x}{x}$.

En déduire $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{x^2}{\mathrm{e}^x}$ et $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{x}{\mathrm{e}^x}$, puis $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

2. a. Calculer $f'(x)$ puis vérifier que $f'(x) = -P(x)\mathrm{e}^{-x}$.

b. À partir du signe de $P(x)$ trouvé en **partie A**, étudier le signe de $-P(x)\mathrm{e}^{-x}$.
En déduire le tableau de variations de f.

3. Reproduire et compléter le tableau de valeurs suivant (on donnera les valeurs décimales arrondies à 10^{-2}

x	$-3,5$	-3	-2	-1	0	1	2	3	3,5
$f(x)$									

4. Tracer la courbe représentative $\mathscr{C}$ de f, dans le plan rapporté à un repère orthonormal $\left(\mathrm{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ pour les abscisses appartenant à l'intervalle $\mathrm{I} = [-3,5\,;\,3,5]$.
(Unité graphique : 1 cm).

Partie C

L'objectif de cette partie est l'étude d'une aire liée à la fonction étudiée en **partie B**.

1. On considère la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par

$$F(x) = \left(-x^2 - 8x - 17\right)\mathrm{e}^{-x}.$$

Montrer que F est une primitive de f sur $\mathbb{R}$.

2. a. Hachurer sur le graphique de la question **B 4.** le domaine délimité par la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 3$.

b. Calculer l'aire $\mathscr{A}$, exprimée en cm^2, de la partie hachurée. On donnera la valeur exacte de $\mathscr{A}$ et sa valeur décimale arrondie à 10^{-1}.

∾ Baccalauréat STT C.G. – I.G. La Réunion ∾ juin 2000

Exercice 1 **4 points**

Le tableau suivant indique le nombre d'inscrits à un rallye pédestre annuel organisé par une association de quartier.

Année	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999
Rang x_i de l'année	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nombre d'inscrits y_i	25	40	42	48	55	69	66	70	79	86

1. Représenter le nuage de points $M(x_i\ ;\ y_i)$ associé à cette série statistique dans le repère orthogonal.
   On choisira les unités suivantes :
   - 1 cm pour 1 année sur l'axe des abscisses ;
   - 1 cm pour 10 inscrits sur l'axe des ordonnées.
2. On appelle G_1 le point moyen du premier sous-nuage constitué des cinq premiers points du nuage, et G_2 le point moyen du second sous-nuage constitué des cinq derniers points.
   a. Déterminer les coordonnées de G_1 et de G_2.
   b. Placer les points G_1 et G_2 sur le graphique (on les notera avec une couleur différente de celle utilisée pour le nuage), puis tracer la droite (G_1G_2).
3. Déterminer une équation de la droite (G_1G_2).
4. **a.** Estimer, par calcul, le nombre d'inscrits pour le rallye en l'an 2000.
   b. Estimer graphiquement, à partir de quelle année le nombre d'inscrits dépassera 105.

Exercice 2 **5 points**

Un client reçoit, en cadeau, un ticket d'un jeu de grattage.
Sur chaque ticket figurent trois cases à gratter.
Pour chacune des deux premières cases, il est possible d'obtenir les lettres A, B, ou C.
Pour la dernière case, seules les lettres A ou B peuvent être obtenues.
Un résultat possible est une liste de trois éléments ; par exemple : CAB.

1. Justifier qu'il y a 18 résultats possibles. (On pourra s'aider d'un arbre.)
2. On considère les évènements suivants :
   E : « obtenir 3 lettres identiques » ;
   F : « obtenir au plus un A » ;
   G : « obtenir 3 lettres distinctes » ;
   H : « obtenir au moins un C ».
   Calculer les probabilités des évènements : E, F, G, H.
3. Montrer que la probabilité de l'évènement $F \cap H$ est égale à $\dfrac{4}{9}$.
   Déduire la probabilité de l'évènement $F \cup H$.
   Les résultats des calculs de probabilité seront présentés sous forme de fractions irréductibles.

Problème **11 points**

Le plan est muni d'un repère orthonormal (unité graphique 2 cm).
La courbe $\mathscr{C}$ représentée ci-après est la courbe représentative d'une fonction f définie sur l'intervalle $]-\infty\ ;\ 1]$.
La droite T_1 est la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 0.
La tangente T_2 est parallèle à l'axe des abscisses.

Partie A

1. f' désigne la fonction dérivée de la fonction f sur $]-\infty\ ;\ 1]$.
   - **a.** Résoudre graphiquement l'équation $f'(x) = 0$.
   - **b.** Résoudre graphiquement l'inéquation $f'(x) < 0$.
2. **a.** Sachant que la tangente T_1 à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 0 passe par le point de coordonnées $(1\ ;\ 1)$, trouver une équation de T_1.
   - **b.** En déduire $f'(0)$.

Partie B

On admet que la fonction f est définie sur $]-\infty\ ;\ 1]$ par :

$$f(x) = 3 - 2x\mathrm{e}^{x}.$$

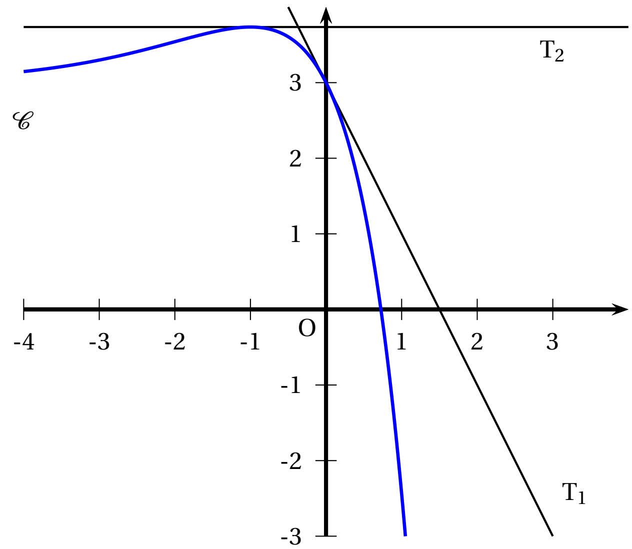
1. **a.** Calculer la limite de $f(x)$ quand x tend vers $-\infty$; on donne $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} x\mathrm{e}^{x} = 0$.
   - **b.** Interpréter graphiquement ce résultat.
   - **c.** Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) > 3$.
2. **a.** Calculer le dérivée f' de f.
   - **b.** Étudier le signe de $f'(x)$ selon les valeurs de x.
   - **c.** En déduire les variations de la fonction f.

Partie C

On considère la fonction G définie sur $]-\infty\ ;\ 1]$ par :

$$G(x) = (x-1)\mathrm{e}^{x}.$$

1. **a.** Calculer $G'(x)$.
   - **b.** En déduire une primitive F de f sur $]-\infty\ ;\ 1]$.
2. **a.** Calculer en cm^2 la valeur exacte de l'aire du domaine limité par la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses, la droite d'équation $x = -2$ et la droite d'équation $x = 0$.
   - **b.** En donner une valeur décimale approchée à 10^{-2} près.



T_2
3
$\mathscr{C}$
2
1
O
-4
-3
-2
-1
1
2
3
-1
-2
T_1
-3

Baccalauréat STT C.G.–I.G. Métropole juin 2000

Exercice 1 **5 points**

Le tableau ci-dessous indique la vente journalière, en milliers d'exemplaires, d'un grand quotidien français entre les années 1989 et 1998 :

Année	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Vente moyenne y_i (en milliers)	287	303	334	357	371	387	407	420	431	444

1. Construire dans un repère orthogonal, le nuage de points $M\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ associé à ce tableau statistique.
On prendra comme unités : en abscisse : 1 cm pour une année, en ordonnée : 1 cm pour 10 milliers de journaux en commençant à 250 milliers.

2. **a.** Calculer les coordonnées du point moyen G_1, associé aux 5 premiers points du nuage, et placer G_1, sur le graphique.

b. Calculer les coordonnées du point moyen G_2 associé aux 5 derniers points, et placer G_2 sur le graphique.

c. Déterminer une équation de la droite (G_1G_2).

3. On admet qu'une équation de (G_1G_2) est $y = 17,5x + 278$ et on suppose que l'évolution des ventes suivra le même rythme dans les années à venir.

a. En utilisant l'équation de (G_1G_2), estimer à 1 000 unités près, le nombre de journaux qui seront vendus quotidiennement pour l'année 2000.

b. Graphiquement, estimer à partir de quelle année la vente quotidienne sera supérieure à 500 000 exemplaires.

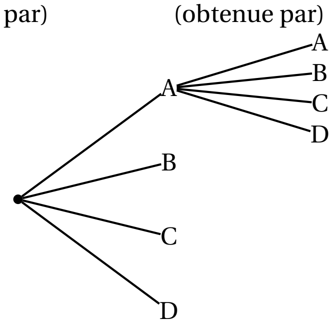
Exercice 2 **5 points**

En ce dimanche midi de début d'année, A, B, C et D souhaitent tirer les rois. Pour cela, ils disposent de 2 galettes (une frangipane et une brioche) qui contiennent chacune une fève. Ils décident de couper les deux gâteaux en 4 parties égales et de manger tous une part de chaque galette. A, C sont des filles ; B, D sont des garçons.

1. On s'intéresse à la répartition des fèves.

a. Recopier et compléter l'arbre ci-dessous :

Fève de la brioche (obtenue par) — Fève de la frangipane (obtenue par)



b. Combien y a-t-il de résultats possibles pour la répartition des 2 fèves ?

c. En supposant que les tirages sont équiprobables, déterminer la probabilité des évènements ci-dessous :

E : « A a au moins une fève » ;

F : « A n'a pas de fève » ;

G : « Aucun garçon n'a obtenu de fève » ;

H : « Les deux fèves ont été obtenues par la même personne ».

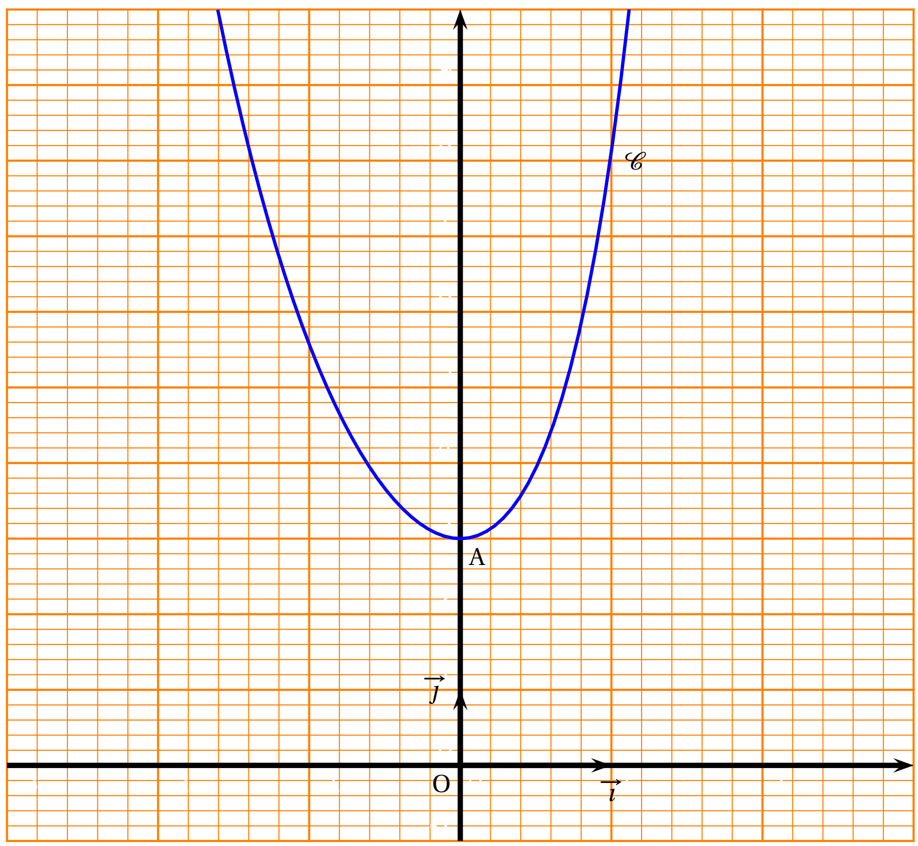
2. Sachant que la fève de la brioche a été obtenue par une fille, déterminer la probabilité de l'évènement :
   I : « La fève de la frangipane est obtenue par B ».

Problème **10 points**

Partie A. Lecture graphique

Le plan est muni d'un repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ d'unité graphique 1 cm. La courbe $\mathscr{C}$ représentée ci-dessous représente une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = a\text{e}^{2x} + b\text{e}^{-x} \quad \text{où } a \text{ et } b \text{ sont deux réels à déterminer.}$$



On sait que $\mathscr{C}$ passe par A(0 ; 3) et qu'en ce point, la courbe admet une tangente parallèle à l'axe des abscisses.

1. À l'aide du graphique, déterminer le signe de $f(x)$ sur $\mathbb{R}$.
2. Donner le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 6$ et un encadrement de chacune de ces solutions par deux entiers consécutifs.
3. En justifiant brièvement, résoudre graphiquement
   a. l'équation $f'(x) = 0$;
   b. l'inéquation $f'(x) \leqslant 0$, f' désigne la fonction dérivée de f.

Partie B. Détermination des réels a et b

1. Calculer l'expression de $f'(x)$ en fonction des réels a et b.
2. Lire sur le graphique $f(0)$ et $f'(0)$.

3. En déduire un système de 2 équations à 2 inconnues. Calculer les valeurs de a et de b.

Partie C : étude d'une fonction et calcul d'une aire

On suppose que f est définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = \mathrm{e}^{2x} + 2\mathrm{e}^{-x}$$

et que la courbe $\mathcal{C}$ donnée dans la **partie A**, est effectivement sa représentation graphique.

1. Déterminer en justifiant :

a. la limite de f en $+\infty$.

b. la limite de f en $-\infty$.

2. **a.** Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $\mathrm{e}^{3x} - 1 > 0$.

b. Montrer que $f'(x) = 2\mathrm{e}^{-x}\left(\mathrm{e}^{3x} - 1\right)$.

c. En déduire le signe de $f'(x)$.

d. En déduire les variations de f et dresser son tableau de variations.

3. **a.** Calculer une primitive de f.

b. Montrer que :

$$\int_0^{\ln 2} f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{5}{2}.$$

∽ Baccalauréat STT C.G. - I.G. Polynésie ∾ juin 2000

Exercice 1 **5 points**

L'entreprise « BOJOUET » assure la distribution de jeux et de jouets chez des détaillants spécialisés.
L'évolution du chiffre d'affaires annuel (en milliers de francs) de 1994 à 1999 est donnée par le tableau suivant :

Année	1994	1995	1996	1997	1998	1999
Rang x_i	1	2	3	4	5	6
Chiffre d'affaires y_i	830	980	1 100	1 225	1 375	1 480

1. Représenter le nuage de points M_i de coordonnées $(x_i\ ;\ y_i)$ dans le plan rapporté à un repère orthogonal :
- 1 cm représente une année sur l'axe des abscisses;
- 1 cm représente 50 milliers de francs sur l'axe des ordonnées et on commencera la graduation sur cet axe à 800 milliers de francs.

2. **a.** Calculer les coordonnées du point moyen G_1 associé aux trois premières années du tableau, puis celles du point moyen G_2 associé aux trois dernières années.

b. Déterminer par un calcul une équation de la droite (G_1G_2).
Tracer cette droite sur le graphique précédent.

3. En utilisant la droite (G_1G_2), déterminer graphiquement (on fera apparaître les tracés correspondants) :

a. une estimation du chiffre d'affaires de l'entreprise en l'an 2000;

b. à partir de quelle année le chiffre d'affaires dépasserait pour la première fois deux millions de francs.

Exercice 2 **4 points**

Les 1 200 étudiants d'un campus universitaire ont été questionnés sur deux de leurs activités de loisirs. Certains de ces étudiants participent à un atelier de création artistique : atelier de chant choral ou atelier de danse contemporaine.
L'enquête a révélé que :
- 5 % des étudiants pratiquent le chant choral;
- parmi les étudiants pratiquant le chant choral, 15 % pratiquent la danse contemporaine;
- parmi les étudiants qui ne pratiquent pas le chant choral, 60 % ne pratiquent pas la danse contemporaine.

On donnera les probabilités demandées sous forme décimale arrondie à 10^{-2}.

1. Reproduire et compléter le tableau suivant :

Nombre d'étudiants du campus :	pratiquant le chant choral	ne pratiquant pas le chant choral	Total
pratiquant la danse contemporaine			
ne pratiquant pas la danse contemporaine			
Total			200

2. On interroge un étudiant du campus, pris au hasard.

a. Calculer la probabilité qu'il pratique la danse contemporaine.

b. Calculer la probabilité qu'il ne participe à aucun atelier de création artistique.

c. Calculer la probabilité qu'il pratique la danse contemporaine ou le chant choral.

3. On interroge au hasard un étudiant du campus qui pratique la danse contemporaine.
Quelle est la probabilité qu'il pratique le chant choral ?

Problème **11 points**

Soit f la fonction définie sur $[1~;~+\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{x^2}{2}\left(\frac{3}{2} - \ln x\right).$$

On désigne par $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ (unité graphique : 1 cm).

Partie A - étude de f et tracé de $\mathcal{C}$

1. Déterminer $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

a. Calculer $f'(x)$ et vérifier que $f'(x)$ peut s'écrire sous la forme :

$$f'(x) = x(1-\ln x).$$

b. Résoudre dans $[1~;~+\infty[$ l'inéquation : $1-\ln x > 0$.
En déduire le signe de $f'(x)$ sur $[1~;~+\infty[$.

c. Dresser le tableau de variations de f sur $[1~;~+\infty[$.

2. Reproduire et compléter le tableau ci-dessous : on donnera des valeurs décimales arrondies à 10^{-2} près.

x	1	2	3	4	5	6	7
$f(x)$							

3. Déterminer une équation de la tangente T à la courbe $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 1.

4. a. Résoudre dans $[1~;~+\infty[$ l'équation $f(x) = 0$.

b. En déduire les coordonnées du point D, point d'intersection de la courbe $\mathcal{C}$ et de l'axe des abscisses $\left(\text{O}~;~\vec{\imath}\right)$.

5. Tracer la tangente T et la courbe $\mathcal{C}$. (Faire apparaître le point D.)

Partie B - Calcul d'aire

1. Soit G la fonction définie sur $[1~;~+\infty[$ par :

$$G(x) = \frac{1}{3}x^3\left(\ln x - \frac{1}{3}\right).$$

Montrer que G est une primitive de la fonction g définie par : $g(x) = x^2\ln x$.

2. En remarquant que $f(x)$ peut s'écrire $f(x) = \dfrac{3}{4}x^2 - \dfrac{1}{2}g(x)$, en déduire une primitive F de f sur $[1~;~+\infty[$.

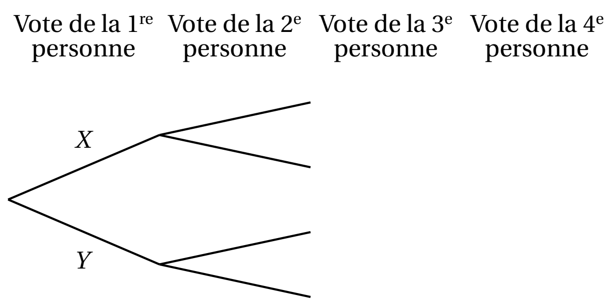
3. Déterminer l'aire , en cm^2, de la région délimitée sur le graphique par la courbe $\mathcal{C}$, l'axe des abscisses $\left(\text{O}~;~\vec{\imath}\right)$ et les droites d'équations : $x = 1$ et $x = \text{e}$.
(On donnera la valeur exacte de cette aire, puis sa valeur décimale arrondie à 10^{-2}).

Baccalauréat STT C.G. – I.G. Antilles–Guyane septembre 2000

Exercice 1 **4 points**

Quatre personnes votent pour élire un candidat parmi deux, X ou Y.
Un candidat ne peut être élu au premier tour que s'il obtient la majorité absolue (au moins trois voix).
Chacun des votants doit voter pour un seul des deux candidats. On suppose tous les votes équiprobables.

1. Reproduire et compléter l'arbre suivant :



2. On considère les deux évènements suivants :
A : « Le candidat X est élu au premier tour ».
B : « Le candidat Y est élu au premier tour ».

a. Calculer la probabilité de l'évènement A et celle de l'évènement B.

b. Calculer la probabilité de l'évènement $A \cup B$.

3. Calculer la probabilité de l'évènement C : « Aucun des candidats n'est élu au premier tour ».

Exercice 2 **5 points**

Pour un échantillon de 15 millions de foyers français, on dispose des informations portées dans le tableau suivant, concernant l'équipement informatique :

Année	1995	1996	1997	1998	1999	2000
Rang de l'année : x_i	0	1	2	3	4	5
Nombre de foyers équipés en millions : y_i	0,5	1	1,2	2,2	3	3,8

1. Représenter, dans le plan rapporté à un repère orthogonal, le nuage des points M_i de coordonnées $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ associé aux informations ci-dessus, où x_i représente le rang de l'année et y_i le nombre de foyers équipés.
Unités graphiques : sur l'axe des abscisses, 2 cm représentent 1 année et sur l'axe des ordonnées, 5 cm représentent 1 million de foyers.

2. a. Calculer les coordonnées du point moyen G_1 du nuage formé des points M_0, M_1, et M_2.

b. Vérifier que les coordonnées du point moyen G_2 du nuage formé des points M_3, M_4 et M_5 sont $(4\,;3)$.

c. On réalise un ajustement du nuage à l'aide de la droite (G_1G_2). Déterminer une équation de la droite (G_1G_2) et tracer cette droite sur le graphique précédent.

3. En utilisant l'équation de la droite d'ajustement de la question 2 :

a. Déterminer une estimation du nombre de foyers qui seraient équipés d'un ordinateur en l'an 2002.

b. Déterminer à partir de quelle année on peut estimer que 40 % des foyers seraient équipés d'un ordinateur.

Problème **11 points**

Partie A

L'objectif de cette partie est l'étude du signe d'un polynôme du second degré.

1. Pour tout nombre réel x, on pose

$$P(x) = x^2 + 4x + 3.$$

Résoudre l'équation : $P(x) = 0$.

2. a. Vérifier que $P(x) = (x+1)(x+3)$.

b. Déterminer, en fonction de x, le signe de $P(x)$.

Partie B

L'objectif de cette partie est l'étude d'une fonction. Seule la question B. 2. a. dépend de la partie A.

Soit f la fonction définie sur l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels par :

$$f(x) = (x+3)^2\mathrm{e}^{-x}.$$

1. a. Déterminer la limite de f en $-\infty$.

b. Vérifier que, pour tout réel x, $f(x) = \dfrac{x^2}{\mathrm{e}^x} + \dfrac{6x}{\mathrm{e}^x} + \dfrac{9}{\mathrm{e}^x}$.

c. Donner $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{\mathrm{e}^x}{x^2}$ et $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{\mathrm{e}^x}{x}$.

En déduire $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{x^2}{\mathrm{e}^x}$ et $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{x}{\mathrm{e}^x}$, puis $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

2. a. Calculer $f'(x)$ puis vérifier que $f'(x) = -P(x)\mathrm{e}^{-x}$.

b. À partir du signe de $P(x)$ trouvé en partie A, étudier le signe de $-P(x)\mathrm{e}^{-x}$.
En déduire le tableau de variations de f.

3. Reproduire et compléter le tableau de valeurs suivant (on donnera les valeurs décimales arrondies à 10^{-2}) :

x	$-3,5$	-3	-2	-1	0	1	2	3	$3,5$
$f(x)$									

4. Tracer la courbe représentative $\mathscr{C}$ de f, dans le plan rapporté à un repère orthonormal $\left(\mathrm{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, pour les abscisses appartenant à l'intervalle $\mathrm{I} = [-3,5 ; 3,5]$. (Unité graphique : 1 cm).

Partie C

L'objectif de cette partie est l'étude d'une aire liée à la fonction étudiée en partie B.
On considère la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par

$$F(x) = \left(-x^2 - 8x - 17\right) \mathrm{e}^{-x}.$$

Montrer que F est une primitive de f sur $\mathbb{R}$.

1. Hachurer sur le graphique de la question B. 4. le domaine délimité par la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 3$.
2. Calculer l'aire $\mathscr{A}$, exprimée en cm^2, de la partie hachurée. On donnera la valeur exacte de $\mathscr{A}$ et sa valeur décimale arrondie à 10^{-1}.

∾ Baccalauréat STT C. G-I. G. La Réunion ∾ septembre 2000

Exercice 1 **4 points**

Dans le système de numération à base seize, les caractères utilisés sont les chiffres de 0 à 9 et les lettres de A à F.
Un nombre de ce système de numération est une suite de plusieurs caractères de ce type ; par exemple, on peut considérer les nombres A5F, 1A, 331, AB, C81C, ...
On considère les nombres de deux caractères écrits en base seize.
On remarquera qu'un nombre de deux caractères ne peut pas commencer par zéro.

1. Montrer qu'il y a 240 nombres de deux caractères en base seize.
   On pourra s'aider d'un arbre.
2. On écrit au hasard un nombre de deux caractères en base seize. On considère l'évènement A : « le nombre ne contient aucune lettre », et l'évènement B : « le nombre commence par 1 ».
   a. Calculer la probabilité de A.
   b. Calculer la probabilité de B.
   c. Calculer la probabilité de l'évènement A ∩ B.
   d. Déterminer la probabilité de l'évènement A ∪ B.
   e. Déterminer la probabilité pour qu'un nombre contienne au moins une lettre.
   f. Déterminer la probabilité pour qu'un nombre soit formé de deux caractères différents.

Remarque : *Les probabilités demandées seront données sous forme de fraction irréductible.*

Exercice 2 **6 points**

Une entreprise fabrique des baladeurs pour disques compacts et des platines laser.
Il y a 140 ouvriers travaillant à la fabrication, et chacun de ces ouvriers travaille 40 heures par semaine.
Les chefs de service estiment qu'il faut 10 heures de main d'œuvre pour fabriquer un baladeur et 5 heures pour fabriquer une platine laser.
Les services commerciaux ne peuvent vendre plus de 480 baladeurs et 480 platines laser par semaine.
Le prix de revient, pièces et main-d'œuvre, d'un baladeur est de 300 francs, il est de 400 francs pour une platine laser.
Les services comptables de l'entreprise donnent la consigne de ne pas dépasser la somme de 240 000 francs par semaine pour les pièces et la main-d'oeuvre.
On note x le nombre de baladeurs et y le nombre de platines laser fabriqués par semaine.

1. Traduire les contraintes de fabrication sous la forme d'un système d'inéquations à 2 variables portant sur x et sur y.
2. À tout couple $(x~;~y)$ de nombres réels, on associe le point M de coordonnées $(x~;~y)$ dans le repère orthonormal $\left(\text{O},~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$ d'unité graphique 0,02 cm.
   Déterminer graphiquement l'ensemble des points M du plan dont les coordonnées vérifient :

$$\left\{\begin{array}{l c l c l}
0 & \leqslant & x & \leqslant & 480\\
0 & \leqslant & y & \leqslant & 480\\
2x+y & \leqslant & 1\,120 & &\\
3x+4y & \leqslant & 2\,400 & &
\end{array}\right.$$

Remarque : *On hachurera la partie du plan qui n'est pas solution.*

3. Les prix de vente sont tels que l'entreprise, tous frais payés, fait un bénéfice de 160 francs par baladeur et de 240 francs par platine laser.

a. Exprimer en fonction de x et y le bénéfice B par semaine de fabrication.

b. Les couples $(x ; y)$ permettant d'obtenir un bénéfice donné B sont les coordonnées des points d'une droite notée D_B, dont on donnera une équation sous la forme $y = ax + b$.

c. Tracer la droite D_B, avec B = 96 000 F.

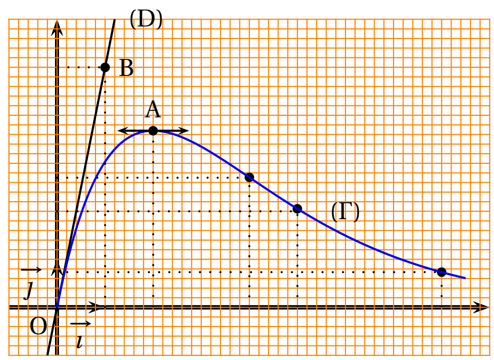
4. Déterminer à l'aide du graphique, en le justifiant, le nombre de baladeurs et de platines laser à produire par semaine pour obtenir un bénéfice maximal. Calculer ce bénéfice maximal.

Problème **10 points**

Le graphique ci-dessous représente, dans un repère orthonormal, la courbe représentative (Γ) d'une fonction f définie sur $[0 ; +\infty[$ et dérivable sur cet intervalle.

On précise que :

- l'origine O du repère appartient à (Γ).
- la droite (D) passant par O et par le point B de coordonnées (1 ; 5) est tangente en O à (Γ).
- la tangente au point A d'abscisse 2 de (Γ) est parallèle à l'axe des abscisses.
- l'axe des abscisses est asymptote à la courbe (Γ).



1. En utilisant le graphique et les renseignements donnés ci-dessus :

a. Préciser $f(0)$, $f'(0)$ et $f'(2)$.

b. Donner la limite de f en $+\infty$.

c. Préciser le sens de variation de f ; dresser son tableau de variations.

2. On cherche une fonction f définie sur $[0 ; +\infty[$ par

$$f(x) = (ax + b)\mathrm{e}^{cx}$$

où a, b, c sont trois réels.

a. En utilisant $f(O)$, calculer b.

b. Calculer $f'(x)$.

c. En utilisant $f'(0)$ et $f'(2)$, calculer a et c. En déduire que $f(x) = 5x{\cdot}\exp\left(-\dfrac{x}{2}\right)$.

d. Calculer alors une valeur décimale approchée à 10^{-1} près de $f(2)$, $f(4)$, $f(5)$ et $f(8)$. Peut-on dire que f est une bonne approximation de la fonction cherchée ?

Dans la suite du problème, on admettra que (Γ) *est la courbe représentative de la fonction* f *définie sur* $[0 ; +\infty[$ *par :* $f(x) = 5x \cdot exp\left(-\dfrac{x}{2}\right)$, *et on pourra utiliser les résultats de la question 1.*

3. Soit F la fonction définie sur $[0 ; +\infty[$ par :

$$F(x) = 20 - 10(x + 2) \cdot \exp\left(-\frac{x}{2}\right).$$

On note $(\mathscr{C})$ sa courbe représentative dans le plan rapporté au repère orthonormal $\left(\mathrm{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, d'unité 1 cm.

a. Montrer que, pour tout réel x de $[0\ ;\ +\infty[$, $F'(x) = f(x)$.

b. Étudier le sens de variation de F.

c. En utilisant **1. b.**, déterminer la limite de F en $+\infty$.

d. En déduire que la courbe $(\mathscr{C})$ admet une asymptote (Δ) dont on donnera une équation.

e. Dresser le tableau de variations de F.

f. Préciser la tangente à la courbe $(\mathscr{C})$ en son point d'abscisse 0.

g. Construire $(\mathscr{C})$ et (Δ) dans le plan.

4. a. Calculer : $I = \displaystyle\int_0^5 f(x)\,\mathrm{d}x$.

b. Interpréter géométriquement ce résultat à l'aide de la courbe (Γ), puis à l'aide de $(\mathscr{C})$.

∽ Baccalauréat STT C.G. – I.G. Métropole ∾ septembre 2000

Exercice 1 **5 points**

Un automobiliste gravit le col le plus élevé d'une région montagneuse. Disposant d'un altimètre et d'un thermomètre, il note ses observations dans le tableau suivant :

Altitude x (en km)	0,4	0,8	1,2	1,5	1,9	2
Température y (en °C)	8,5	6,5	3	1,5	-1	-2

1. Représenter la série statistique double $(x\,;\ y)$ ci-dessus dans un repère orthogonal. (Unités : 5 cm pour 1 km en abscisse 1 cm pour 1 °C en ordonnée.)
   On veillera à graduer l'axe des ordonnées entre -10° C et 10°C.
2. Calculer les coordonnées des points moyens G_1 et G_2 correspondant respectivement aux trois premières et trois dernières observations.
3. Déterminer une équation de la droite (G_1G_2).
   Représenter cette droite sur le graphique en faisant figurer G_1 et G_2 d'une couleur différente de celle utilisée pour les points du nuage.
4. Par lecture graphique (faire figurer la construction), estimer la température extérieure à une altitude de 2 300 mètres.
5. Le véhicule est ravitaillé en gazole ordinaire, lequel se coagule lorsque la température descend en dessous de -5 °C.
   Estimer, par calcul, l'altitude maximale que l'automobiliste pourra atteindre sans risque.
   On donnera le résultat à cent mètres près.

Exercice 2 **4 points**

Dans une enquête réalisée auprès de 300 personnes dont 60 % de femmes, la question suivante a été posée : de ces 3 loisirs « faire du sport », « regarder la télévision et « lire un livre », quel est celui que vous préférez ?
55 % des hommes et 30 % des femmes ont répondu préférer « faire du sport ».
Le nombre de femmes qui préfèrent regarder la télévision est le double du nombre de femmes qui préfèrent « lire un livre ».
114 personnes ont dit qu'elles préféraient « regarder la télévision ».

1. Recopier et compléter le tableau suivant (aucune justification n'est demandée) :

	Faire du sport	Regarder la télévision	Lire un livre	TOTAL
Hommes				
Femmes				
TOTAL				300

2. Les résultats à cette question seront donnés sous forme de pourcentages.
   On interroge une personne au hasard :
   a. Soit A l'évènement : « la personne préfère lire un livre ».
   Donner la probabilité de l'évènement A.
   b. Soit B l'évènement : « c'est un homme ».
   Donner la probabilité de l'évènement B.
   c. Soit C l'évènement : « la personne préfère regarder la télévision ».
   Donner la probabilité de l'évènement C.

d. Calculer la probabilité de l'évènement $B \cup C$.

Problème **11 points**

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = 4e^x - e^{2x} = e^x\left(4 - e^x\right).$$

On donne sa courbe représentative Γ dans le plan rapporté à un repère orthogonal $\left(O,\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$. (Unités graphiques : 4 cm sur l'axe des abscisses ; 1 cm sur l'axe des ordonnées.)

Partie A

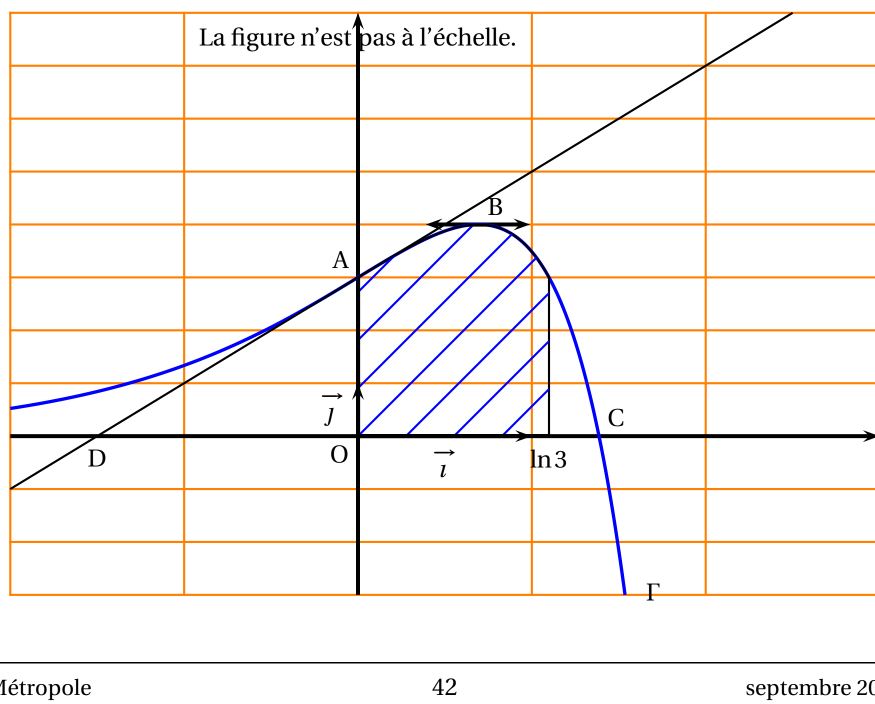
1. Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$. En déduire les asymptotes éventuelles de Γ.
2. **a.** Calculer la dérivée $f'(x)$.
   Justifier que $f'(x)$ est du signe de $4 - 2e^x$.
   b. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $4 - 2e^x \geqslant 0$.
   c. En déduire les variations de f sur $\mathbb{R}$ et dresser son tableau de variations.

Partie B

1. Calculer les coordonnées des points suivants :
   a. le point A, intersection de Γ avec l'axe $\left(O\ ;\ \vec{\jmath}\right)$.
   b. le point B, d'abscisse $\ln 2$ sur Γ ;
   c. le point C, intersection de Γ avec l'axe $\left(O\ ;\ \vec{\imath}\right)$.
2. **a.** Déterminer une équation de la droite tangente T à Γ au point A.
   b. Soit le point D, intersection de T avec l'axe $\left(O\ ;\ \vec{\imath}\right)$.
   Calculer les coordonnées de D.

Partie C

1. Trouver une primitive F de f sur $\mathbb{R}$.
2. Montrer que l'aire du domaine hachuré sur la figure est égale à 16 cm^2.



Baccalauréat STT C.G. – I.G. Nouvelle–Calédonie décembre 2000

Exercice 1 **6 points**

Dans un supermarché, le responsable de la cafétéria souhaite ajuster le nombre de repas préparés chaque jour, à la fréquentation du magasin.
Pour cela, il a fait faire une enquête qui a duré 10 jours. Chaque jour, les enquêteurs ont déterminé le nombre de clients entrant dans le magasin, exclusivement entre 10 heures et 11 heures, ainsi que le nombre exact de repas servis à la cafétéria ce midi-là.
On note x_i le nombre de clients comptabilisés et y_i le nombre de repas servis à la cafétéria le jour de rang i.
L'ensemble des résultats est donné dans le tableau suivant :

Rang i du jour	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nombre x_i de clients comptés entre 10h et 11 h	820	280	910	440	750	510	900	250	800	310
Nombre y_i de repas servis à midi	400	207	480	323	370	290	505	175	450	180

1. Représenter sur un graphique le nuage de points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ associé à la série statistique à deux variables $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$.

   En abscisse, 2 cm représenteront 100 clients et, en ordonnée, 2 cm représenteront 100 repas servis.

2. **a.** Pendant ces 10 jours, quel fut le nombre moyen de clients entrant dans le magasin entre 10 heures et 11 heures ?

   b. Sur la période de l'étude, combien de repas ont été servis en moyenne par jour ?

   c. Placer le point moyen G du nuage.

3. On veut envisager un ajustement linéaire de la série.

   a. Calculer les coordonnées de G_1, point moyen associé aux cinq points :

   $$M_2\ ;\ M_4\ ;\ M_6\ ;\ M_8 \text{ et } M_{10}.$$

   Calculer ensuite les coordonnées de G_2, point moyen associé aux cinq points :

   $$M_1\ ;\ M_3\ ;\ M_5;\ M_7 \text{ et } M_9.$$

   b. Tracer la droite (G_1G_2) sur le graphique précédent. Déterminer, sous la forme $y = mx + p$, une équation de la droite (G_1G_2).

   Les valeurs de m et p seront arrondies à 10^{-2} près par défaut.

4. Un jour, entre 10 heures et 11 heures, le responsable de la cafétéria a compté 700 personnes qui entraient dans le supermarché. Par lecture graphique, estimer combien de repas seront servis à midi ce jour.

5. Le directeur du supermarché souhaite augmenter la capacité d'accueil du magasin. Pour des raisons pratiques, la cafétéria ne peut servir plus de 800 repas.

   Par le calcul, estimer alors à partir de quel nombre de clients comptabilisés dans la tranche horaire de 10 heures à 11 heures, la cafétéria risque d'être saturée. Expliquer.

Exercice 2 **6 points**

Un artisan fabrique des objets décoratifs selon deux modèles (A) ou (B). Il cherche à optimiser sa production. Pour cela, il fait une étude en fonction de contraintes qu'il a identifiées. Il en donne une représentation graphique avec le schéma ci-après à rendre avec la copie (les solutions correspondent aux points de coordonnées entières de la zone non hachurée, frontières comprises).
Le nombre d'objets du modèle (A) est noté x ; le nombre d'objets du modèle (B) est noté y.

1. La réalisation d'un objet du modèle (A) nécessite 150 francs de matière première. Celle d'un objet du modèle (B) en nécessite 350 francs. Pour une bonne gestion de son entreprise, la dépense journalière en matière première doit rester inférieure à2 800 francs. Traduire cette contrainte par une inéquation.

Quelle droite du schéma est la frontière du demi-plan correspondant ?

Justifier.

2. La fabrication d'un objet du modèle (A) prend 48 minutes tandis que celle d'un objet du modèle (B) prend 30 minutes. L'artisan dispose de 8 heures de travail maximum par journée. Traduire cette contrainte par une inéquation.

Quelle droite du schéma est la frontière du demi-plan correspondant ? Justifier.

3. Sur chaque objet du modèle (A) vendu, il réalise un bénéfice de 108 F. Sur chaque objet du modèle (B) vendu, il réalise un bénéfice de 90 F.

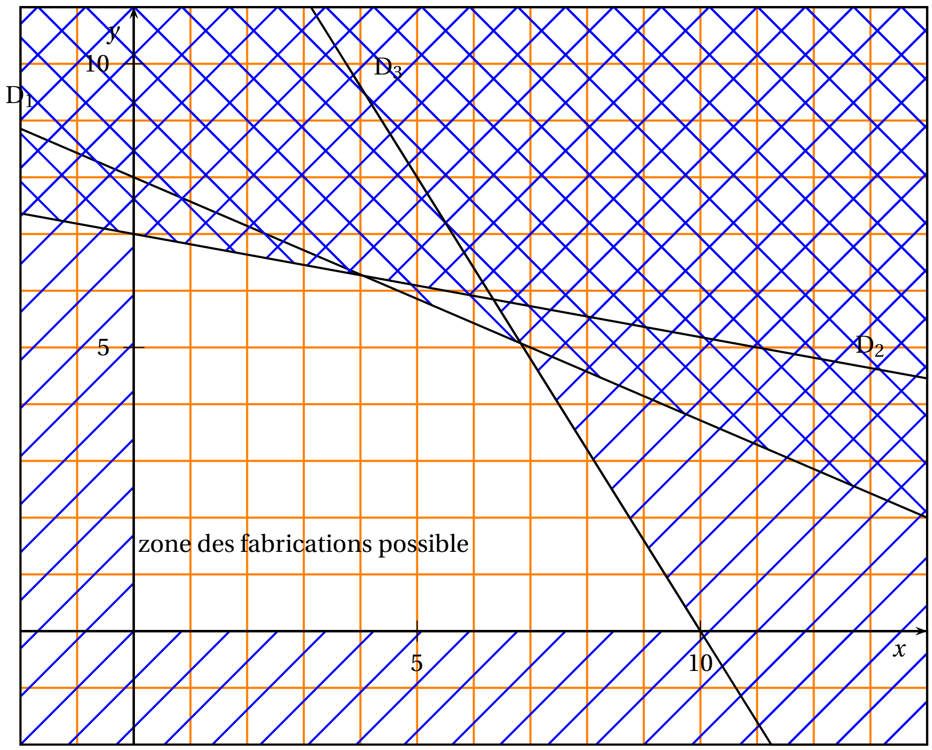
a. Exprimer, en fonction de x et de y le bénéfice journalier b qu'il peut réaliser.

b. Tracer, sur la feuille annexe, la droite Δ_{756} qui, correspond à un bénéfice journalier de 756 F. (On suppose que l'artisan vend toute sa production.)

Déterminer graphiquement toutes les solutions qui conduisent à réaliser ce bénéfice de 756 F.

4. L'artisan souhaite réaliser un bénéfice maximum. Pour cela, déterminer graphiquement le nombre d'objets du modèle (A) et le nombre d'objets du modèle (B) qu'il doit réaliser (et vendre) chaque jour. Expliquer la méthode utilisée.

Quel sera ce bénéfice maximum ?



Problème **8 points**

Soit f la fonction définie sur $[-1~;~+\infty[$ par

$$f(x) = x + \frac{1}{2} + 2\mathrm{e}^{-x}.$$

$\mathscr{C}$ est la courbe représentative de f dans un repère orthonormal $\left(\mathrm{O},~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$ (unité graphique : 2 cm).

Étude de f et tracé de la courbe représentative de f

1. Étudier la limite de f en $+\infty$.
2. Vérifier que, pour tout x de $[-1~;~+\infty[$: $f'(x) = \dfrac{\mathrm{e}^x - 2}{\mathrm{e}^x}$.
3. Étudier le signe de $f'(x)$ sur $[-1~;~+\infty[$.
   Dresser le tableau de variations de f.
4. **a.** Montrer que la droite Δ d'équation $y = x + \dfrac{1}{2}$ est asymptote oblique à la courbe représentative de f.

   b. Étudier la position respective de la courbe $\mathscr{C}$ et de l'asymptote Δ.
5. Tracer la courbe $\mathscr{C}$ et la droite Δ.

Calcul d'une aire

1. Déterminer une primitive de f sur $[-1~;~+\infty[$.
2. En déduire l'aire exacte, en cm^2, de la portion de plan comprise entre $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = 0$ et $x = 2$.
   On donnera une valeur décimale, arrondie à 10^{-2} près par excès, de cette aire.