∽ Baccalauréat STT 2001 ∾

L'intégrale de mai à novembre 2001

Pour un accès direct cliquez sur les liens bleus

Baccalauréat STT ACC - ACA Antilles-Guyane juin 2001

Exercice 1 **8 points**

Les deux parties de cet exercice sont indépendants.
Une banque compte 2 500 clients.
42 % des clients possèdent un plan épargne logement (PEL), 1/4 des clients possède un compte-épargne logement (CEL) et 325 clients possèdent à la fois un PEL et un CEL.

Partie A

1. Compléter le tableau suivant :

	Titulaires d'un PEL	Non Titulaires d'un PEL	Total
Titulaires d'un CEL			
Non Titulaires d'un CEL			
Total			

2. On tire un nom de client au hasard, on note P l'évènement suivant : « il est titulaire d'un PEL » et on note C l'évènement : « il est titulaire d'un CEL ».

   Tous les résultats des calculs de probabilités seront donnés sous forme décimale exacte.

   a. Quelle est la probabilité de tirer le nom d'un client qui possède un PEL mais pas de CEL ?

   b. Traduire par une phrase l'évènement $E = P \cup C$ puis calculer la probabilité de E.

   c. Calculer la probabilité de l'évènement contraire de E

3. On tire un nom de client au hasard parmi les titulaires d'un CEL.

   Quelle est la probabilité de tirer le nom d'un client qui soit aussi titulaire d'un PEL ?

Partie B

Dans cette partie, les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles.
Un agent commercial de la banque doit visiter trois clients X, Y, et Z qui n'ont ni PEL ni CEL.
L'employé choisit un trajet au hasard.

1. Écrire tous les trajets possibles (on pourra utiliser un arbre).
2. Quelle est la probabilité pour que Y soit visité en premier ?
3. Quelle est la probabilité pour que X ne soit pas visité juste avant Z ?

Exercice 2 **12 points**

Partie A

Monsieur Faucher a pour habitude de toujours mettre 100 francs d'essence dans le réservoir de sa voiture.

1. Si l'essence est vendue 5 Francs le litre, quel volume V_0 met-il dans son réservoir ?
2. Si ensuite le prix de l'essence augmente de 25 %, quel volume V_1 pourra-t-il mettre dans son réservoir ?

3. Calculer V_1 / V_0 et en déduire que le volume acheté a diminué de 20 %.

Partie B

Soit f la fonction définie sur $[0~;~400]$ par

$$f(x) = \frac{100x}{(100+x)}.$$

1. Compléter le tableau de valeurs suivant :

x	0	25	50	80	100	150	200	300	400
$f(x)$		20			50				

2. **a.** Vérifier que pour tout x de $[0~;~400]$ on a $f'(x) = \dfrac{10000}{(100+x)^2}$.

b. Étudier le signe de $f'(x)$ et en déduire le tableau de variations de f sur $[0~;400]$.

3. Soit $(\mathscr{C})$ la courbe représentative de f dans le plan muni du repère orthogonal $\left(\text{O},~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$.

Montrer que la droite D tangente à $(\mathscr{C})$ au point d'abscisse 0 pour équation $y = x$.

4. Tracer $(\mathscr{C})$ et D (unités graphiques : en abscisse 1 cm pour 25 et en ordonnée 1 cm pour 10).

Partie C

On admet que, quel que soit le prix de départ, s'il y a augmentation de x % du prix du litre, alors le volume reçu diminue de y % avec $y = f(x) = \dfrac{10000}{(100+x)^2}$.

1. Calculer $f(25)$. Retrouve-t-on le résultat du A. 3. ?

2. Si le volume acheté diminue de 30 %, déterminer graphiquement de quel pourcentage a augmenté le prix.

∽ Baccalauréat STT ACC - ACA Centres étrangers ∾ juin 2001

Exercice 1 **8 points**

Le tableau ci-dessous donne le montant des importations et exportations (en milliards de francs) en France pour les années 1991 à 1998.
(Source I.N.S.E.E., comptes nationaux.)

Année	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998
Rang	1	2	3	4	5	6	7	8
Importations	1 514	1 493	1 405	1 523	1 638	1 664	1 768	1 922
Exportations	1 538	1 588	1 556	1 664	1 745	1 805	1 999	2 123

1. Créer un tableau dans lequel apparaît le rang de l'année et l'excédent commercial (différence entre le montant des exportations et celui des importations).
2. Représenter graphiquement le nuage de points correspondant (unités : 1 cm pour 1 an en abscisse et 1 cm pour 10 milliards de francs en ordonnées).
3. Calculer les coordonnées du point moyen G de ce nuage. Le placer sur le graphique.
4. Déterminer l'équation de la droite passant par les points :

$$A(2\,;\,85) \quad \text{et} \quad B(8\,;\,205).$$

   La représenter sur le graphique.
5. En admettant que la droite précédente représente un ajustement linéaire acceptable de la tendance, donner une approximation de l'excédent commercial de l'année 2000.

Problème **12 points**

Nous allons étudier différents aspects de la vente d'occasion automobile en France.

Partie A - étude statistique (d'après L'Argus automobile)

On effectue un classement des cinq modèles de véhicules les plus vendus en France au premier trimestre 2000 et on dresse le tableau suivant, en milliers de voitures (à rendre avec la copie)

	Moins de 1 an	De 1 à 4 ans	Plus de 4 ans	TOTAL
Renault Clio	16			78
Peugeot 205	0	3	66	69
Renault 5			60	
Renault Mégane et Scénic	21	24	0	45
Volkswagen Golf	3	9	36	48
TOTAL		60		300

1. Compléter le tableau d'effectifs précédent.
2. On suppose qu'un client choisit sa voiture parmi les cinq modèles proposés dans le tableau.
   a. Calculer la probabilité qu'il ait une voiture de moins de 1 an ?
   b. Calculer la probabilité qu'il ait une Renault ?

c. Calculer la probabilité qu'il ait une Renault Clio ou une voiture de moins de un an ?

On exprimera les probabilités sous forme d'une fraction puis d'un nombre décimal, arrondi au centième.

Partie B

Le prix moyen d'un véhicule d'occasion dépend du nombre d'années de son ancienneté.
Le tableau ci-dessous indique le prix moyen constaté en l'an 2000 du véhicule Biomobile en fonction du nombre d'années d'ancienneté (les véhicules sortis en 2000 ont l'ancienneté $x = 0$).

Nombre d'années d'ancienneté x	0	1	2	3		5	6
Prix (milliers de francs)	80	54	40	34		22	19

1. Représenter graphiquement le prix de la Biomobile en fonction de x, en prenant les unités suivantes pour un repère orthogonal :

- en abscisse, 1 cm pour 1 an ;
- en ordonnées, 1 cm pour 4 000 F.

2. On pose $f(x) = \dfrac{80000}{0,5x+1}$ pour x appartenant à l'intervalle $[0 ; 10]$.

a. Montrer, en détaillant les calculs, que :

$$f'(x) = \frac{-40000}{(0,5x+1)^2}$$

pour tout x appartenant à $[0 ; 10]$.

En déduire le tableau de variations de f sur $[0 ; 10]$.

b. Calculer les valeurs prises par $f(x)$ pour x entier, compris entre 0 et 10 ; présenter ces résultats sous forme de tableau. On arrondira à l'unité près

c. Représenter f sur le graphique précédent.

d. La fonction f vous semble-t-elle une bonne approximation de la cote d'Argus ?

e. En utilisant l'approximation précédente, donner une estimation du prix d'occasion, en l'an 2000, d'une Biomobile sortie en 1996.

∽ Baccalauréat STT ACC - ACA Métropole ∾
juin 2001

Exercice 1 **8 points**

En 1997, 2 500 personnes ont acheté, chacune, un télévision et certaines d'entre elles ont souscrit en même temps une assurance. Celle-ci couvre la totalité des dépenses liées à d'éventuelles pannes pouvant survenir dans les trois années suivant la date d'achat.
En 2000, une enquête auprès de tous ces acheteurs fournit les résultats suivants :

- 125 téléviseurs ont eu exactement une panne ; 52 % des propriétaires de ces télévisions ont souscrit à l'assurance.
- 75 téléviseurs ont eu exactement deux pannes ; 48 % des propriétaires de ces télévisions n'ont pas souscrit à l'assurance.
- Aucun téléviseur n'a eu plus de deux pannes.
- Parmi les propriétaires des télévisions qui n'ont eu aucune panne, 40 % ont souscrit à l'assurance.

1. **a.** Montrer que 65 téléviseurs assurés ont eu exactement une panne.

b. Montrer que 920 téléviseurs assurés n'ont eu aucune panne.

c. Reproduire puis compléter le tableau suivant :

	Nombre de téléviseurs ayant subi une seule panne	Nombre de téléviseurs ayant subi deux pannes	Nombre de téléviseurs n'ayant subi aucune panne	Totaux
Nombre de téléviseurs assurés				
Nombre de téléviseurs non assurés				
Totaux	125	75		2 500

Toutes les probabilités demandées dans les questions 2 *et* 3 *seront données sous forme décimale exacte.*

2. On téléphone, au hasard, à un des 2 500 propriétaires des téléviseurs, sans connaître les réponses fournies lors de l'enquête. Soient A et B les évènements suivants :

A : « Le propriétaire a souscrit une assurance »

B : « Le poste du propriétaire a subi exactement deux pannes ».

a. Calculer la probabilité de A, notée $p(\text{A})$; calculer la probabilité de B, notée $p(\text{B})$.

b. Décrire, à l'aide d'une phrase, l'évènement : $\text{A} \cap \text{B}$. Calculer la probabilité de cet évènement.

c. Déduire des questions précédentes la probabilité de l'évènement : $\text{A} \cup \text{B}$.

3. **a.** Déterminer le nombre de propriétaires de téléviseurs n'ayant pas eu de réparation à payer pendant les trois années, pour maintenir le poste en état de marche.

b. Déduire de la question **1 a** la probabilité $p(\text{C})$ de l'évènement C : « Le propriétaire contacté par téléphone n'a pas eu de réparation à payer pendant les trois années pour maintenir son poste en état de marche ».

4. On téléphone maintenant au hasard, à l'un des propriétaires parmi ceux ayant souscrit une assurance lors de l'achat de leur téléviseur.

a. Combien de propriétaires sont susceptibles d'être contactés ?

b. Déterminer, dans ce cas, la probabilité notée $p'(\text{D})$, de l'événement D : « Le propriétaire contacté reconnaît que l'assurance souscrite lui a été utile ». On donnera le résultat en arrondissant à 0,01 près.

c. Traduire le résultat précédent par une phrase, en terme de pourcentage.

Exercice 2 **12 points**

Une entreprise fabrique des machines-outils. Ses capacités de production, sur un an, sont telles qu'eHe peut fabriquer entre 20 et 80 machines. Soit x le nombre des machines fabriquées annuellement. Les représentations graphiques, données en annexe, sont celles de deux fonctions C et B, définies toutes deux sur l'intervalle $[20 ; 80]$. Pour tout x entier naturel, $C(x)$ est le coût de production unitaire, exprimé en francs, $B(x)$ est le bénéfice, exprimé en francs.
Il est à remarquer que l'axe des abscisses est commun aux deux représentations, mais que deux axes des ordonnées sont utilisés, l'un de ceux-ci sert à la lecture de $C(x)$ et il est gradué en milliers de francs, l'autre sert à la lecture de $B(x)$ et il est aussi gradué en milliers de francs.

Partie A. Lectures graphiques

1. **a.** Quel est le coût de production unitaire lorsque 25 machines sont produites ? lorsque 70 machines sont produites ?
   b. Quelles productions correspondent à un coût unitaire de 32 500 francs ?
   c. Quel est le coût unitaire de production minimum ? À quelle production correspond-il ?
2. **a.** Quelles productions assurent un bénéfice supérieur ou égal à 350 000 francs ?
   b. Quelle production assure un bénéfice maximum ? Quel est ce bénéfice ?
   c. Quel bénéfice est obtenu lorsque la production vise le coût unitaire minimum ?

Partie B. Études de fonctions.

En fait la fonction C représentée en annexe est telle que, pour tout x de l'intervalle $[20 ; 80]$,

$$C(x) = 400x + \frac{490\,000}{x}.$$

1. Calculer $C'(x)$ où C' est la fonction dérivée de C.
   Montrer que $C'(x) = \dfrac{400}{x^2}(x+35)(x-35)$.
2. Étudier le signe de $C'(x)$ sur l'intervalle $[20 ; 80]$. Construire le tableau de variation de C.
3. Comparer les résultats obtenus à la question **1. c.** de la partie A, avec ceux fournis dans le tableau de variation précédent.
4. **a.** Montrer que le coût total de production de x machines-outils, appelé $C_t(x)$ et exprimé en francs, est égal à $400x^2 + 490\,000$.
   b. Le prix de vente de chaque machine-outil est de 40 000 francs. Montrer que la fonction B représentée en annexe, est en fait définie sur l'intervalle $[20 ; 80]$ par :

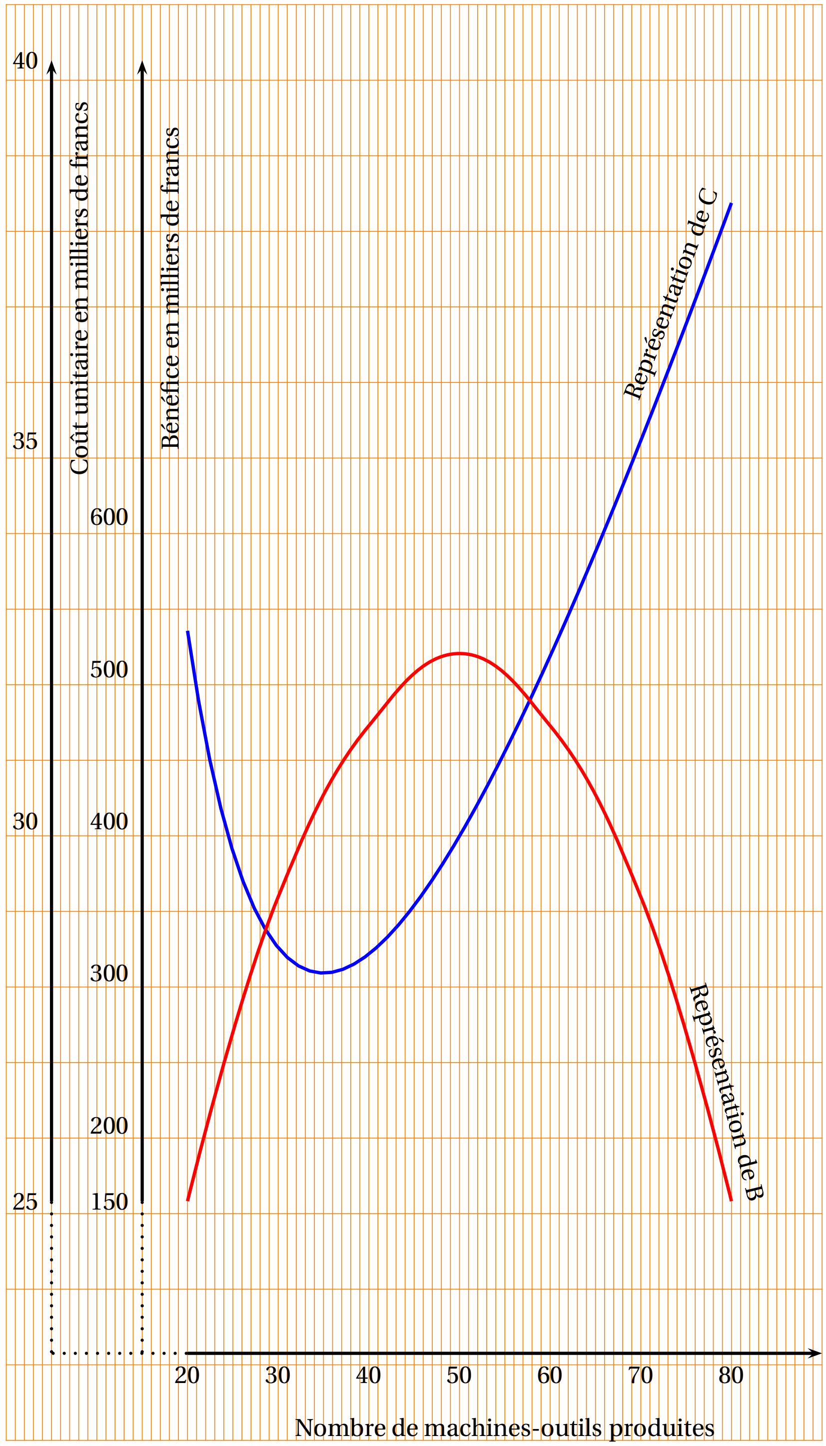
$$B(x) = -400x^2 + 40\,000x - 490\,000.$$

   c. Calculer $B'(x)$ où B' est la fonction dérivée de B. étudier le signe de $B'(x)$ sur l'intervalle $[20 ; 80]$. Construire le tableau de variations de B.
   Comparer les résultats obtenus à la question **2. b.** de la **partie A**, avec ceux fournis par le tableau de variations précédent.

d. Le chef d'entreprise décide de produire 50 machines-outils par an. Calculer le bénéfice réalisé par machine produite. Quel serait ce bénéfice par machine, si le chef d'entreprise décidait de produire seulement 35 machines-outils ?

Le bénéfice maximal pour l'entreprise et le bénéfice maximal par machine sont-ils obtenus pour la même production ?

ANNEXE


40
35
30
25
Coût unitaire en milliers de francs
Bénéfice en milliers de francs
600
500
400
300
200
150
Représentation de C
Représentation de B
20
30
40
50
60
70
80
Nombre de machines-outils produites

Baccalauréat STT ACC - ACA Métropole septembre 2001

Exercice 1 **9 points**

A - Vente de billets à un guichet

Parmi les billets vendus dans une gare, on distingue trois catégories A, B et C :

A : billets individuels	B : billets famille	C : billets groupes

D'autre part, deux types de destinations sont recensés :

destination française	destination internationale

Une étude statistique sur 1 000 billets vendus a donné les renseignements suivants :

- 35 % des billets sont vendus pour des destinations internationales. Dans cette catégorie, la moitié est constituée de billets individuels.
- La catégorie B représente 30 % du total des ventes et 2/3 des billets de cette catégorie sont à destination française.
- Dans la catégorie C, le nombre de billets internationaux vendus est le triple de celui des billets à destination française.

1. Montrer que sur 1 000 billets vendus, le nombre de « billets famille à destination française » est égal à 200.

2. Recopier et compléter le tableau suivant en utilisant les renseignements précédents :

Catégories / Destinations	A	B	C	Total
française	425	200		
internationale				
Total				1 000

3. On choisit au hasard un billet vendu. Soit les évènements

- E : « le billet choisi est individuel »
- F : « le billet choisi est à destination française »
- G : « le billet choisi est un billet à destination française de la catégorie A ».

a. Comment s'exprime G en fonction de E et de F ?

b. Calculer les probabilités notées $p(\text{E})$, $p(\text{F})$, $p(\text{G})$, $p(\text{E} \cup \text{F})$ des évènements E, F, G, $\text{E} \cup \text{F}$.

c. Quelle est la probabilité d'obtenir un billet n'appartenant pas à la classification « billet famille à destination française » ?

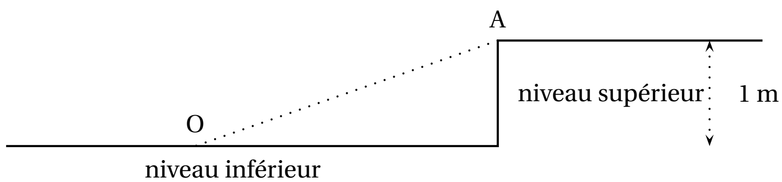
B - Évolution de la fréquentation

La fréquentation normale est de 1 000 acheteurs de billets par journée. Au début d'une période de vacances, on prévoit que la fréquentation augmentera, cinq fois de suite, de 8 % par journée avant de se stabiliser.
La direction estime qu'un guichet ne peut s'occuper que de 200 acheteurs, au maximum, par journée.
Pour rendre le meilleur service à la clientèle, la direction prévoit en fonction de l'affluence de la journée d'ouvrir autant de guichets que nécessaire dès le début de la journée. Elle s'appuie sur le tableau suivant, où la première augmentation de la fréquentation se produit lorsque l'on passe de la journée 1 à la journée 2.
Recopier et compléter (sur les 7 premiers jours de l'évolution) le tableau ci-dessous :

Nº de la journée	1	2	3	4	5	6	7
Fréquentation (en arrondissant à l'entier le plus proche)	1 000						
Nombre de guichets à ouvrir	5						

Problème **11 points**

Dans un hôpital, deux parties sont à des niveaux différents, le dénivelé étant de un mètre. On désire créer une rampe d'accès reliant les deux plates-formes.
On écarte la solution la plus simple schématisée ci-dessous qui consisterait à relier les deux niveaux par une rampe au profil rectiligne.



En effet, cette solution est rejetée car les raccordements aux extrémités sont jugés trop brutaux et peuvent engendrer des ennuis par le transport des patients et pour les matériels.
Un bureau d'études propose une solution dont le profil est donné par une fonction du troisième degré.
On choisit le repère orthonormé $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ dans lequel le point A a pour coordonnées $(4\,;\,1)$. (On prendra comme unité graphique 4 cm.)
On propose comme courbe répondant au problème la courbe $\mathscr{C}$ d'équation :

$$y = -\frac{1}{32}x^3 + \frac{3}{16}x^2,$$

avec x appartenant à l'intervalle $[0\,;\,4]$.

1. Vérifier que les points O et A sont situés sur la courbe $\mathscr{C}$.
2. Soit f la fonction, représentée par $\mathscr{C}$, définie sur $[0\,;\,4]$ par

$$f(x) = -\frac{1}{32}x^3 + \frac{3}{16}x^2.$$

   a. Calculer la dérivée f' de f. Montrer que :

$$f'(x) = -\frac{3}{32}x(x-4).$$

   b. Étudier le signe de $f'(x)$ sur $[0\,;\,4]$ et donner le tableau de variations de f.

3. **a.** Calculer $f'(4)$.
   Donner une interprétation graphique de ce résultat.

   b. Calculer le coefficient directeur de la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ à l'origine. Montrer que la tangente en O est l'axe des abscisses.

4. Recopier et compléter le tableau suivant. On arrondira les valeurs au centième.

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
$f(x)$		0,04		0,32				0,96	
en cm		0,16		1,28				3,84	

5. Tracer la courbe $\mathscr{C}$ représentative de f et les tangentes en O et en A. (On rappelle que l'unité graphique est 4 cm.)

6. Monter que, pour le point I de la courbe $\mathscr{C}$ d'abscisse 2, la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ a pour coefficient directeur 0,375. *Dans le repère orthonormé, ce nombre est aussi appelé pente.*

   Construire soigneusement cette tangente sur le graphique.

7. En utilisant la question précédente, quelle est la pente p de la tangente à la courbe au point I, exprimée en pourcentage ?

∽ Baccalauréat STT ACC - ACA Nouvelle-Calédonie ∽ novembre 2001

Exercice 1 **9 points**

Un club de vol libre compte 150 membres.
Chacun des membres pratique un seul des trois sports suivants : le parapente, le deltaplane, le cerf-volant.
De plus on sait que :

- 42 % des membres ont 35 ans ou plus,
- 20 % des membres pratiquent le deltaplane,
- $\frac{1}{3}$ des moins de 35 ans pratiquent le cerf-volant,
- $\frac{2}{5}$ des pratiquants du deltaplane ont moins de 35 ans,
- le nombre de parapentistes est le double de celui des pratiquants du cerf-volant.

1. Recopier et compléter le tableau suivant :

	Parapente	Deltaplane	Cerf-volant	Total
Moins de 35 ans				
35 ans et plus				
Total				150

On justifiera le résultat : 40 membres pratiquent le cerf-volant.
Les résultats des questions 2 *et* 3 *seront donnés sous forme d'une fraction irréductible puis sous la forme décimale arrondie à* 10^{-2} *près.*

2. On choisit au hasard un membre de ce club, calculer les probabilités des évènements suivants :
   A : « ce membre a moins de 35 ans » ;
   B : « ce membre ne pratique pas le parapente » ;
   C : « ce membre a moins de 35 ans et pratique le parapente » ;
   D : « ce membre a moins de 35 ans ou pratique le parapente ».
3. Quelle est la probabilité qu'un membre du club choisi au hasard parmi ceux qui pratiquent le parapente ait 35 ans ou plus ?

Exercice 2 **12 points**

Un artisan se lance dans la fabrication en série d'un petit objet.
Il calcule que le coût de fabrication de n objets est donné en francs par

$$C(n) = -0,2n^2 + 50n + 2000.$$

Partie A

1. On note C' la dérivée de la fonction C.
   Calculer $C'(n)$ et montrer que la fonction C est croissante sur l'intervalle $[0\,;100]$.
2. Reproduire et complèter le tableau suivant :

n	0	20	40	60	80	100
$C(n)$						

3. Construire la courbe représentative de C dans un repère orthogonal pour $n \leqslant 100$.

Unités : 1 cm représente 5 objets en abscisse, 1 cm représente 250 francs en ordonnée.

Partie B

1. Tous les objets fabriqués sont vendus 80 francs pièce.

Quel est le montant $R(n)$ des rentrées d'argent pour la vente de n objets ?

Tracer la droite représentative de R dans le même repère que celui de la question **A 3**.

2. Lire graphiquement :

a. Pour quelles valeurs de n l'artisan réalise un bénéfice.

b. Pour quelle valeur de n l'artisan subit une perte de 1 000 francs.

Partie C

1. Montrer que le bénéfice réalisé pour la vente de n objets est donné par

$$B(n) = 0,2n^2 + 30n - 2\,000.$$

2. Montrer que $B(n) = 0,2(n-50)(n+200)$.

Expliquer comment on retrouve le résultat du **B 2 a**.

∽ Baccalauréat STT C.G. – I.G. Pondichéry ∾ mai 2001

Exercice 1 **6 points**

Un assembleur en micro-informatique utilise pour le montage des ordinateurs qu'il vend :

- un processeur P_1 de haut de gamme ;
- un processeur P_2 de gamme moyenne ;
- une carte graphique G performante.

Il doit pouvoir disposer, au début du mois de décembre, de 50 processeurs P_1, 80 processeurs P_2 et 90 cartes graphiques G.

Il commande son matériel début novembre, afin d'être livré pour le début du mois de décembre et s'adresse pour cela à un fournisseur qui propose à ses clients des lots :

- le lot L_1 composé de 5 processeurs P_1, 5 processeurs P_2 et 5 cartes graphiques G ;
- le lot L_2 composé de 2 processeurs P_1, 4 processeurs P_2 et 6 cartes graphiques G.

Pour bénéficier d'une remise, l'assembleur doit commander au moins 3 lots L_1 et 3 lots L_2.

Après cette remise, le fournisseur facture à l'assembleur : 5 900 francs un processeur P_1, 3 200 francs un processeur P_2 et 900 francs une carte graphique G.

On note x le nombre de lots L_1 et y le nombre de lots L_2 que doit commander l'assembleur début novembre, afin de satisfaire la demande pour début décembre.

1. Expliquer pourquoi les contraintes auxquelles doivent satisfaire x et y afin que l'assembleur obtienne les produits dont il a besoin, tout en profitant de la remise du fournisseur, se traduisent par le système d'inéquations ci-après.

$$(S)\left\{\begin{array}{lcl} x & \geqslant & 3\\ y & \geqslant & 3\\ 5x+2y & \geqslant & 50\\ 5x+4y & \geqslant & 80\\ 5x+6y & \geqslant & 90 \end{array}\right.$$

2. On considère le plan rapporté à un repère orthonormal $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ d'unité graphique 1 cm. Déterminer la région du plan formée des points $M(x\;;\;y)$ dont les coordonnées vérifient le système (S).

   On rayera la partie du plan formée des points dont les coordonnées **ne vérifient pas le système** (S) et on expliquera la démarche suivie pour les trois premières contraintes du système (S).

3. **a.** À combien revient la commande d'un lot L_1 ?
   Même question pour un lot L_2.

   b. Montrer que la dépense D en francs, occasionnée à l'assembleur pour l'achat de x lots L_1, et de y lots L_2 s'exprime en fonction de x et y sous la forme :

$$D = 50\,000x + 30\,000y.$$

   c. Montrer que l'ensemble des couples $(x\;;\;y)$ correspondant à une dépense donnée D sont les coordonnées de points situés sur une droite Δ_D dont on donnera l'équation réduite (sous la forme $y = mx + p$).

   d. Tracer la droite Δ_D pour $D = 900\,000$.

4. **a.** Expliquer comment, à l'aide du graphique, on peut déterminer le couple $\left(x_0\;;\;y_0\right)$ correspondant à une dépense D minimale.

b. En déduire, à l'aide du graphique, le nombre x_0 de lots L_1 et le nombre y_0 de lots L_2 que doit commander l'assembleur afin de satisfaire la demande de début décembre. Quelle est alors la dépense engagée ?

Exercice 2 **4 points**

Une usine fabrique en très grand nombre des pièces métalliques.
La fabrication est vérifiée journellement par prélèvement de pièces produites, dont on mesure la longueur.
En fin de journée, on calcule la longueur moyenne des pièces prélevées durant la journée et le contremaître juge que la fabrication est valable lorsque cette longueur moyenne est comprise entre 7,45 cm et 7,55 cm. Dans ce cas, on considère que la machine est bien réglée, sinon on doit procéder à son réglage.
Fin novembre, la machine est réglée et fabrique donc des pièces de longueur valable au début du mois de décembre.
Durant les 8 premiers jours du mois de décembre, on a obtenu, en fin de journée, les résultats suivants

Jour x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
Longueur moyenne y_i	7,50	7,50	7,49	7,49	7,48	7,47	7,47	7,46

1. Représenter dans un repère orthogonal, le nuage de points $M_i(x_i\ ;\ y_i)$ associé à la série statistique ci-dessus.
On utilisera comme unités :
- en abscisse 1 cm pour un jour
- en ordonnée : 1 cm pour 0,01 en commençant à graduer l'axe à partir de $7,44$.

2. **a.** Déterminer les valeurs exactes des coordonnées du point moyen G_1, associé aux 4 points du nuage ayant les plus petites abscisses.
Placer G_1 sur le graphique.

b. Déterminer les valeurs exactes des coordonnées du point moyen G_2 associé aux 4 points du nuage ayant les plus grandes abscisses.
Placer G_2 sur le graphique.

c. Tracer la droite $d = (G_1G_2)$ sur le graphique.
Déterminer l'équation réduite (sous la forme $y = mx + p$) de la droite d. On donnera les valeurs de m et p avec 6 décimales.

3. On admet que la droite d représente l'évolution, dans le temps, de la longueur des pièces fabriquées par la machine.
En utilisant le graphique, déterminer à partir de quel jour du mois de décembre la machine a-t-elle besoin d'un nouveau réglage.
Vérifier le résultat par calcul.

Problème **10 points**

On considère la fonction f définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ par :

$$f(x) = a(\ln x)^2 + b\ln x + c$$

où a, b et c sont des réels fixés.
On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ du plan, d'unité graphique 2 cm.

1. **a.** Déterminer c sachant que : $f(1) = -\dfrac{1}{2}$.

b. En utilisant la valeur de c trouvée en **a**, déterminer a et b sachant que $f\left(\mathrm{e}^2\right) = \dfrac{3}{2}$ et que le point de coordonnées $\left(\mathrm{e}^3\ ;\ \dfrac{11}{2}\right)$ est un point de $\mathcal{C}$.

2. On considère dans la suite la fonction f définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ par :

$$f(x) = (\ln x)^2 - \ln x - \frac{1}{2}.$$

a. Montrer que pour tout x de $]0\ ;\ +\infty[$: $\quad f(x) = \ln x(\ln x - 1) - \dfrac{1}{2}$.

En déduire la limite de f en 0 et en $+\infty$.

b. Déterminer $f'(x)$ et montrer que l'on peut écrire

$$f'(x) = \frac{2\ln x - 1}{x}.$$

c. Déterminer le sens de variations de la fonction f et dresser son tableau de variations.

3. **a.** Reproduire et compléter le tableau de valeurs ci-dessous, en donnant des valeurs approchées décimales à 10^{-2} près :

x	0,2	0,5	0,9	$\mathrm{e}^{\frac{1}{2}}$	2	3	4	5	8
$f(x)$									

b. Tracer $\mathcal{C}$ dans le repère $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$.

En utilisant la représentation graphique, expliquer pourquoi l'équation $f(x) = 0$ admet deux solutions distinctes dans $]0\ ;\ 5]$.

c. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α telle que :

$$0,6 \leqslant \alpha \leqslant 0,7.$$

À l'aide de la calculette, donner une valeur approchée décimale de α à 10^{-2} près.

4. On considère la fonction F définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ par :

$$F(x) = x(\ln x)^2 - 3x\ln x + \frac{5}{2}x.$$

a. Montrer que F est une primitive de f sur $]0\ ;\ +\infty[$. En déduire l'expression d'une primitive quelconque de f sur $]0\ ;\ +\infty[$.

b. Déterminer la primitive de f sur $]0\ ;\ +\infty[$ qui prend la valeur 3 pour $x = 1$.

c. Calculer l'intégrale $\mathrm{I} = \displaystyle\int_5^7 f(x)\,\mathrm{d}x$.

En donner une valeur approchée à 10^{-2} près.

En déduire une valeur approchée à 10^{-2} près de l'aire, en cm^2, de la partie du plan comprise entre l'axe des abscisses, la courbe $\mathcal{C}$ et les droites d'équations $x = 5$ et $x = 7$.

Baccalauréat STT C.G. – I.G. Centres étrangers juin 2001

Exercice 1 **5 points**

Dans une entreprise créée en 1994, on étudie l'évolution annuelle de la proportion de salariés payés au SMIC, par rapport au nombre total de salariés de l'entreprise. Le tableau ci-dessous indique le nombre x d'années écoulées depuis 1994 ainsi que le pourcentage y de salariés payés au SMIC pour l'année correspondante.

Année	1994	1995	1996	1997	1998	1999
x	0	1	2	3	4	5
y	8,6	10,6	10,8	12,6	13	14,3

1. Dans le plan rapporté à un repère orthogonal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, représenter le nuage des points de coordonnées $(x\ ;\ y)$ associé aux données du tableau. Unités graphiques : 2 cm pour une année sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 1 % sur l'axe des ordonnées.

2. **a.** Déterminer les coordonnées du point moyen G_1 des trois premiers points (abscisses respectives 0, 1, 2) et celles du point moyen G_2 des trois autres points.

b. Placer G_1 et G_2 sur le graphique et tracer la droite (G_1G_2).

c. Déterminer une équation de la droite (G_1G_2) .

3. On réalise avec la droite (G_1G_2) un ajustement du nuage de points représenté à la question **1**.

a. Utiliser le graphique pour estimer quel serait le pourcentage de salariés payés au SMIC en 2001.

b. Utiliser l'équation de la droite (G_1G_2) pour estimer au cours de quelle année le pourcentage de salariés payés au SMIC serait supérieur à 20 %

Exercice 2 **5 points**

Un groupe représentatif d'une population est constitué de 1300 personnes. Il compte 667 personnes de sexe féminin. Parmi celles-ci, 168 ont moins de 20 ans et 384 ont entre 20 et 65 ans.
Parmi les personnes de sexe masculin, 176 ont moins de 20 ans et 192 ont plus de 65 ans.

1. Reproduire et remplir le tableau suivant :

	Moins de 20 ans	Entre 20 et 65 ans	Plus de 65 ans	Total
Personnes de sexe féminin				
Personnes de sexe masculin				
Total				1 300

Dans les questions suivantes, on donnera les résultats arrondis à 10^{-3} près.

2. On choisit au hasard une personne dans le groupe de 1 300 personnes.

a. Quelle est la probabilité qu'elle soit de sexe masculin (évènement A) ?

b. Quelle est la probabilité qu'elle ait moins de 20 ans (évènement B) ?

c. Déterminer la probabilité de chacun des évènements $\text{A} \cap \text{B}$ et $\text{A} \cup \text{B}$.

3. On choisit à présent au hasard une personne parmi les personnes de sexe masculin du groupe.
   Quelle est la probabilité qu'elle ait entre 20 et 65 ans ?
4. On choisit au hasard dans le groupe de 1300 personnes une personne de plus de 65 ans.
   Quelle est la probabilité qu'elle soit de sexe féminin ?

Problème **10 points**

On considère la fonction f, définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = \mathrm{e}^{2x} - 10\mathrm{e}^{x} + 16.$$

On appelle $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthogonal $\left(\mathrm{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.
Les objectifs de ce problème sont d'étudier la fonction f et de tracer la courbe $\mathcal{C}$, puis de calculer une aire qui lui est associée.

1. Déterminer la limite de $f(x)$ lorsque x tend vers $-\infty$.
   Interpréter graphiquement ce résultat.
2. **a.** Vérifier que, pour tout nombre réel x, $f(x) = (\mathrm{e}^{x} - 2)(\mathrm{e}^{x} - 8)$.
   b. En déduire la limite de $f(x)$ lorsque x tend vers $+\infty$.
3. **a.** Calculer $f'(x)$ et vérifier que, pour tout nombre réel x :
   $$f'(x) = 2\mathrm{e}^{x}\left(\mathrm{e}^{x} - 5\right).$$
   b. Étudier le signe de $f'(x)$.
   En déduire le tableau de variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
4. Déterminer les coordonnées des deux points A et B situés à l'intersection de la courbe $\mathcal{C}$ avec l'axe des abscisses. (On pourra utiliser le résultat de la question **2.a.**)
5. **a.** Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant, en portant les arrondis à 10^{-1} près.

x	-3	-2	-1	0	1	2	2,2
$f(x)$			12,5	7	$-3,8$		7,2

   b. Tracer $\mathcal{C}$. Unités graphiques : 2 cm sur l'axe des abscisses et 1 cm sur l'axe des ordonnées.
6. Calculer une valeur approchée à 10^{-2} près de l'aire, en cm^2, de la partie limitée sur le graphique par la courbe $\mathcal{C}$, l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x = \ln 2$.

∽ Baccalauréat STT C.G. – I.G. Métropole ∽ juin 2001

Exercice 1 **4 points**

Dans un magasin on a relevé le mode de paiement et le montant M (en euros) mentionnés sur 250 tickets de caisse.
On a constaté que :

- Tous les achats strictement inférieurs à 10 euros sont payés en espèces ;
- La moitié des achats dont le montant M est tel que $10 \leqslant M \leqslant 20$ est payé en espèces ;
- 16 % des achats sont payés par carte de crédit.
- 36 % des achats ne sont pas payés en espèces.

1. Recopier le tableau ci-dessous et finir de le remplir à l'aide des informations données.

Montant / Mode de paiement	$M < 10$	$10 \leqslant M \leqslant 20$	$M \geqslant 20$	Total
Espèces		38		
Chèque				
Carte de crédit		15		
Total	106			250

2. On choisit au hasard un ticket de caisse et on considère les évènements :
   A : « Le ticket indique un montant supérieur à 20 euros. »
   B : « Le ticket correspond à un paiement par chèque ».
   Calculer la probabilité des évènements : A, B, $A \cap B$, $A \cup B$.
3. On choisit un ticket de caisse correspondant à un paiement par chèque. Quelle est la probabilité qu'il indique un montant supérieur à 20 euros ?

Exercice 2 **6 points**

Le mobilier d'une bibliothèque municipale doit être changé pour contenir au moins 4 400 livres de petit format et 2 600 livres de grand format.
Un premier fournisseur propose des meubles de type A pouvant contenir 110 livres de petit format et 100 livres de grand format pour un prix de 400 euros.
Un deuxième fournisseur propose des meubles de type B pouvant contenir 220 livres de petit format et 100 livres de grand format pour un prix de 9 600 euros.
Par ailleurs le responsable de la bibliothèque a pour consigne de ne passer aucune commande supérieure à 9 600 euros chez un même fournisseur.

1. Soit x le nombre de meubles de type A et y le nombre de meubles de type B.
   Traduire les contraintes que doit respecter le bibliothécaire sous forme d'un système d'inéquations portant sur x et y.
2. À tout couple $(x\,;\, y)$ de nombres réels, en associe le point M de coordonnées $(x\,;\, y)$ dans un repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.
   (On choisira un centimètre pour deux unités).
   a. Montrer que le système obtenu au **1)** est équivalent à

$$\left\{\begin{array}{lcccl} 0 & \leqslant & x & \leqslant & 24\\ 0 & \leqslant & y & \leqslant & 16\\ x+2y & & \geqslant & & 40\\ x+y & & \geqslant & & 26\\ x\in\mathbb{N} & & , & & y\in\mathbb{N}\end{array}\right.$$

b. Déterminer graphiquement l'ensemble des points M du plan dont les coordonnées vérifient le système précédent. (On hachurera la zone qui ne convient pas).

3. a. Exprimer en fonction de x et y la dépense d occasionnée par l'achat de x meubles du type A et y meubles du type B.

b. Tracer dans le repère précédent la droite correspondant à une dépense de 15 600 euros.

c. Déterminer graphiquement le nombre de meubles à commander chez chacun des fournisseurs pour que la dépense soit minimale, en précisant la méthode utilisée.

d. Quelle eu alors la dépense en euros ?

Problème **10 points**

Partie A

On considère la fonction g définie sur $]0~;~+\infty[$ par :

$$g(x) = x^2 - 1 + \ln x.$$

1. a. Montrer que la dérivée g' de g est définie sur $]0~;~+\infty[$ par :

$$g'(x) = \frac{2x^2+1}{x}.$$

b. Montrer que la fonction g est strictement croissante sur $]0;~+\infty[$.

2. a. Calculer $g(1)$.

b. En déduire que $g(x) > 0$ pour $x > 1$ et que $g(x) < 0$ pour $0 < x < 1$.

Partie B

On considère la fonction f définie sur $]0~;~+\infty[$ par :

$$f(x) = -\frac{\ln x}{x} + x - 1.$$

On appelle $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthogonal $\left(\mathrm{O},~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$.

1. a. Calculer $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

b. Calculer $\displaystyle\lim_{x\to+0} f(x)$. En déduire que la courbe $\mathscr{C}$ admet une asymptote que l'on précisera.

2. a. Montrer que, pour tout x de $]0~;~+\infty[$ $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^2}$. En déduire, en utilisant le résultat de la dernière question de la **partie A**, le sens de variation de f.

b. Dresser le tableau de variations de f.

3. Calculer $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\left[f(x) - x + 1\right]$ et en déduire que $\mathscr{C}$ admet une asymptote D dont on donnera une équation.

4. Montrer que $\mathscr{C}$ est en dessous de D pour $x > 1$.

Partie C

On admet que $\mathscr{C}$ est la courbe tracée sur la feuille annexe.

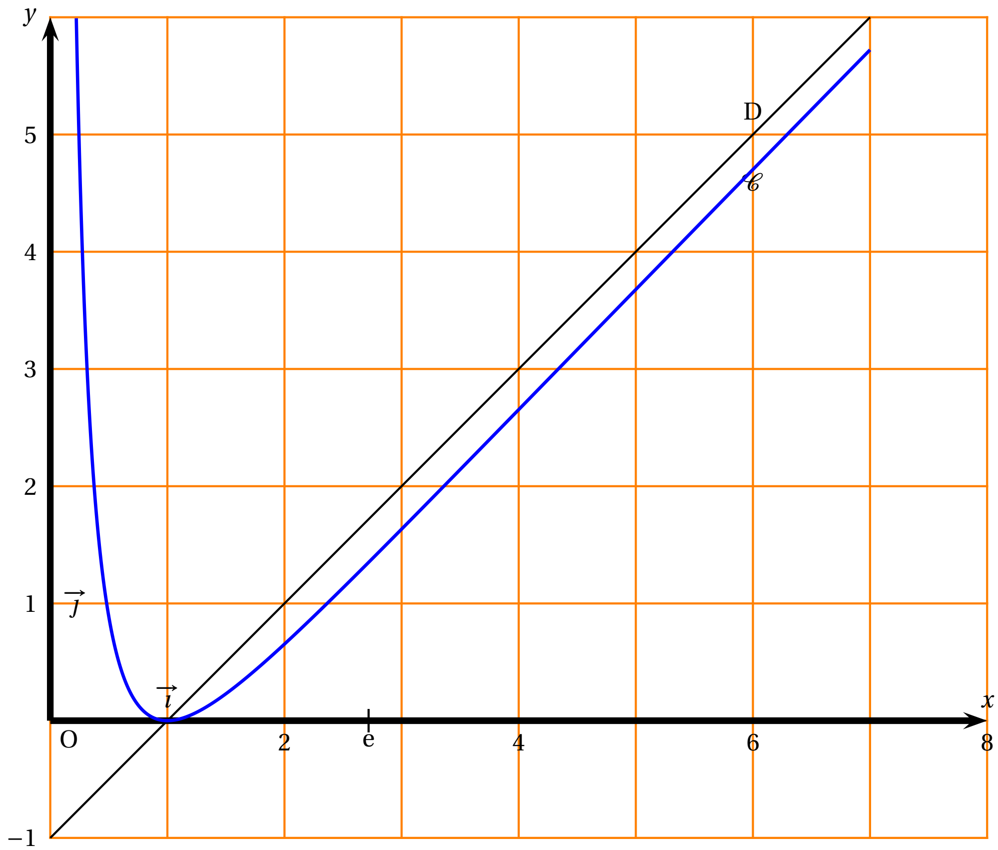
1. Hachurer sur le graphique de la feuille annexe la partie du plan comprise entre l'axe des abscisses, la courbe $\mathscr{C}$ et les droites d'équations $x = 1$ et $x = \mathrm{e}$.
2. Montrer que la fonction F définie sur $]0~;~+\infty[$ par :

$$F(x) = -\frac{(\ln x)^2}{2} + \frac{x^2}{2} - x$$

   est une primitive de f sur $]0~;~+\infty[$.
3. Calculer, en unités d'aire, la valeur exacte de l'aire de la partie hachurée sur le graphique, puis une valeur décimale approchée à 10^{-2} près.

ANNEXE

CE DOCUMENT EST À RENDRE AVEC VOTRE COPIE



∽ Baccalauréat STT C.G. – I.G. Polynésie ∾ juin 2001

Exercice 1 **6 points**

Maximalisation par programmation linéaire

1. Le plan est muni d'un repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.

   Unités graphiques : 1 cm pour dix unités en abscisse et en ordonnée.

   Hachurer, sur la figure donnée page suivante l'ensemble des points M dont les coordonnées $(x\,;\,y)$ ne vérifient pas le système (S) suivant :

$$(S)\quad \left\{\begin{array}{lcl} x & \geqslant & 0;\\ y & \geqslant & 0;\\ y & \leqslant & -\frac{7}{8}x + 126,25;\\ y & \leqslant & -\frac{3}{2}x + 195;\\ y & \leqslant & -\frac{5}{8}x + 118,75. \end{array}\right.$$

2. Afin de renouveler son stock, un confiseur décide d'organiser une vente promotionnelle et propose deux lots :

   • Un lot A comportant 7 boîtes de chocolats, 6 boîtes de dragées, et 5 boîtes de pâtes de fruits,

   • Un lot B comportant 8 boîtes de chocolats, 4 boîtes de dragées et 8 boîtes de pâtes de fruits.

   La vente d'un lot A lui rapporte 700€ et celle d'un lot B, 600€.

   Le confiseur dispose en stock de 1 010 boîtes de chocolats, de 780 boîtes de dragées et de 950 boîtes de pâtes de fruits.

   On désigne par x le nombre de lots A et par y le nombre de lots B.

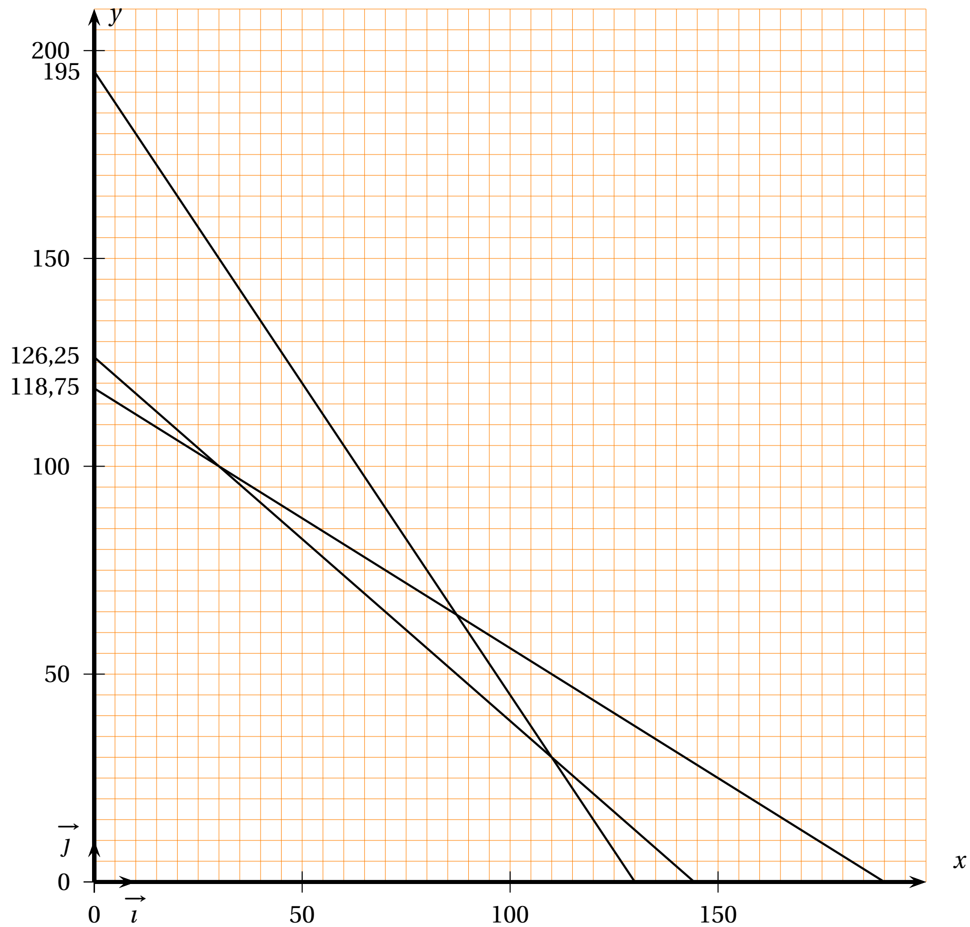
   a. Montrer que les contraintes de la situation peuvent se traduire par le système (S) de la question 1, où x et y désignent des nombres entiers naturels.

   b. Exprimer en fonction de x et de y la recette R, en euros, réalisée par la vente de x lots A et de y lots B.

   c. Écrire l'équation de la droite $\mathcal{D}$ correspondant à une recette de 54 000 € sous la forme $y = ax + b$.

   Tracer la droite $\mathcal{D}$ sur la figure ci-dessous.

   d. À l'aide du graphique, donner les nombres de lots A et de lots B que le confiseur doit vendre pour que la recette soit maximale. Quelle est alors cette recette ?



Exercice 2 **5 points**

Une urne contient 60 boules : vertes, bleues ou jaunes.
Dans chaque couleur, certaines sont unies et d'autres sont rayées de noir.

1. Représenter la répartition des boules par un tableau sachant que :
   — 30 % des boules sont bleues unies,
   — 20 % des boules sont vertes et les deux tiers d'entre elles sont rayées,
   — il y a deux fois plus de boules jaunes que de vertes,
   — 75 % des boules jaunes sont rayées.
2. On choisit au hasard une boule dans cette urne. Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :
   A : « obtenir une boule rayée »,
   B : « obtenir une boule verte et unie »,
   C : « obtenir une boule jaune ou unie »,
   D : « obtenir une boule ni bleue, ni unie ».
   On donnera la valeur exacte et la valeur arrondie à 10^{-3} près de chacune des probabilités demandées.

Problème **9 points**

Les objectifs de ce problème sont de déterminer graphiquement quelques résultats concernant une fonction f (partie A), puis d'étudier cette fonction et de calculer une intégrale qui lui est associée (partie B).

Partie A

La courbe $\mathscr{C}$ donnée ci-dessous, représente une fonction f, définie sur l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels.
Sur cette figure, sont également tracées une droite $\mathscr{D}$ ainsi que les tangentes à $\mathscr{C}$ aux points d'abscisses respectives 0 et 1,5.
En utilisant cette figure :

1. Déterminer $f(0)$ et $f'(0)$.
2. Déterminer une valeur approchée à 0,1 près de $f(1,5)$, ainsi qu'une valeur approchée à 0,1 près de $f'(1,5)$.
3. Déterminer une équation de la droite $\mathscr{D}$.
4. Préciser le sens de variation de f sur l'intervalle $[-3~;~1,5]$.

Partie B

La fonction étudiée graphiquement dans la partie A est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \mathrm{e}^x - x + 1.$$

1. **a.** Déterminer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$.

   b. Vérifier que, pour tout réel x non nul, $f(x) = x\left(\dfrac{\mathrm{e}^x}{x} - 1 + \dfrac{1}{x}\right)$ et déterminer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$
2. **a.** Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} [f(x) - (-x+1)]$.
   Qu'en déduire pour la courbe $\mathscr{C}$?

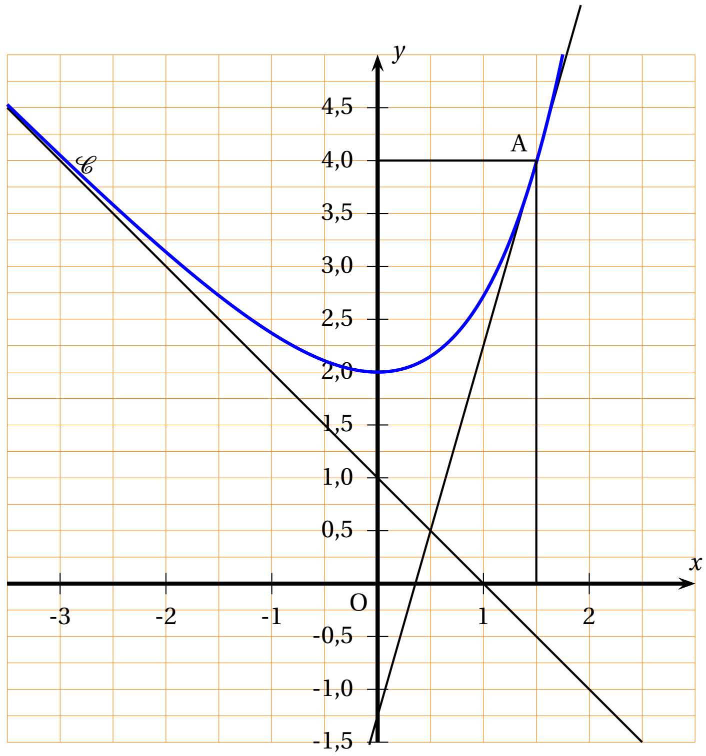
   b. Étudier, pour x appartenant à $\mathbb{R}$, le signe de $f(x) - (-x+1)$.
   Interpréter graphiquement le résultat.
3. **a.** Calculer $f'(x)$.

   b. Résoudre, pour x appartenant à $\mathbb{R}$, l'inéquation $\mathrm{e}^x - 1 \geqslant 0$.

   c. Étudier le sens de variation de la fonction f, sur $\mathbb{R}$.
4. **a.** Déterminer une primitive de f sur $\mathbb{R}$.

   b. Montrer que $\displaystyle\int_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x = 2 + \mathrm{e} - \frac{1}{\mathrm{e}}$.

   c. Calculer une valeur approchée à 10^{-3} près par excès de cette intégrale et interpréter graphiquement le résultat.

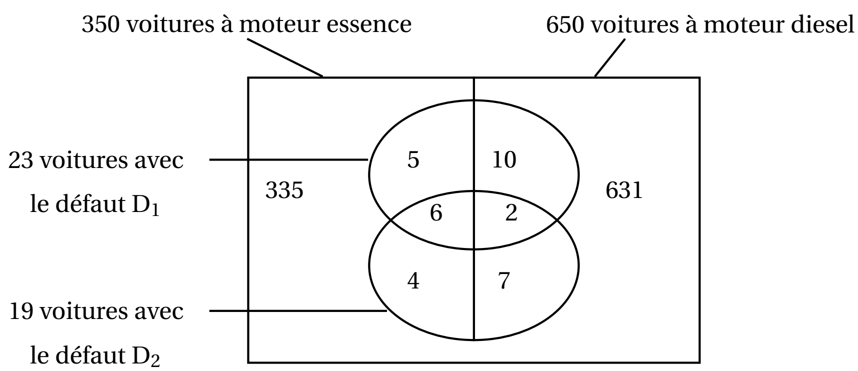

y
x
4,5
4,0
3,5
3,0
2,5
2,0
1,5
1,0
0,5
-0,5
-1,0
-1,5
-3
-2
-1
O
1
2
A
$\mathscr{C}$

Baccalauréat STT C.G. – I.G. Métropole juin 2001

Durée : 3 heures Coefficient : 4

Exercice 1 **5 points**

Avant de commercialiser une voiture, un constructeur fabrique une pré-série de 1 000 véhicules afin d'en étudier les éventuels défauts. Ces voitures fonctionnent, soit avec un moteur essence, soit avec un moteur diesel.
Deux types de défauts, notés D_1 et D_2, sont apparus.
Voici le schéma que l'on a pu construire à l'issue de l'étude :



Chaque voiture possède un numéro de série inscrit sur une clé, un employé mélange toutes les clés.
On choisit au hasard l'une d'entre elles.
Dans la suite de l'exercice, tous les résultats seront donnés sous forme décimale.

1. On considère les évènements suivants :
A « la clé est celle d'une voiture à moteur diesel »,
B « la clé est celle d'une voiture ne présentant aucun défaut »,
C « la clé est celle d'une voiture présentant un seul défaut ».

a. Calculer les probabilités suivantes : $p(A)$, $p(B)$ et $p(C)$.

b. Définir par une phrase l'évènement $A \cap B$, puis calculer $p(A \cap B)$.

2. On note $\overline{A}$ l'évènement contraire de A.
Définir par une phrase l'évènement $\overline{A} \cap C$, puis calculer $p\left(\overline{A} \cap C\right)$.

a. Le constructeur décide le lancement en série des voitures à condition que plus de 98 % des voitures à moteur diesel, et plus de 95 % des voitures à moteur essence ne présentent aucun défaut.
Le lancement en série peut-il débuter ? Justifier.

b. Une nouvelle directive décide le démarrage en série si moins de 3,5 % de l'ensemble des voitures présentent au moins un défaut.
La construction en série peut-elle démarrer ? Justifier.

Exercice 2 **5 points**

Les espaces publicitaires d'un magazine sont soumis à deux contraintes :

- D'une part, il ne doit pas y avoir plus de 20 publicités.

• D'autre part, l'aire du domaine occupé par l'ensemble de la publicité ne doit pas dépasser 2 240 cm^2.
Dans ce magazine, il existe deux types de formats publicitaires :
• Un « grand format » d'aire 224 cm^2 ;
• Un « petit format » d'aire 64 cm^2.
On appelle x le nombre de publicités « grand format » et y le nombre de publicités « petit format ».

1. a. Justifiez que les couples d'entiers $(x,\ y)$ vérifiant les contraintes de l'énoncé sont solutions du système (S) suivant :

$$\left\{\begin{array}{lcl} x & \geqslant & 0 \\ y & \geqslant & 0 \\ x+y & \leqslant & 20 \\ 7x+2y & \leqslant & 70 \end{array}\right.$$

b. Représenter graphiquement l'ensemble des points $M(x,\ y)$ vérifiant le système (S) dans un repère orthonormal d'unité 1 cm. (On hachurera la partie du plan qui ne convient pas).

2. Le magazine réalise un bénéfice de 1 200 F par publicité « grand format » et de 600 F par publicité « petit format ».

a. Exprimer le bénéfice B dégagé par l'édition de x publicités « grand format » et y publicités « petit format ».

b. Représenter graphiquement la droite Δ du bénéfice dans le cas où B = 12 000 F.

c. Expliquer la méthode graphique qui permet de déterminer les nombres x et y de publicités induisant un bénéfice maximal pour le magazine. Calculer ce bénéfice.

Problème **10 points**

Partie A : Étude d'une fonction

Soit f la fonction définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ par :

$$f(x) = 1 - \frac{1}{x} + \ln x.$$

On note $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormal,(unité : 2 cm sur chaque axe).

1. a. Déterminer $\displaystyle\lim_{x\to 0} f(x)$. Interpréter ce résultat pour $\mathcal{C}$.

b. Déterminer $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} f(x)$.

2. a. Montrer que la dérivée f' de f est définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ par $f'(x) = \dfrac{x+1}{x^2}$.

b. Étudier le signe de $f'(x)$ sur $]0\ ;\ +\infty[$ et dresser le tableau de variation de f.

c. Calculer $f(1)$ et, à l'aide du tableau de variations, étudier le signe de $f(x)$ sur $]0\ ;\ +\infty[$.

3. Déterminer une équation de la tangente T à $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 1.

4. a. Recopier et compléter le tableau suivant. On donnera des valeurs approchées à 0,1 près.

x	0,2	0,5	1	2	4	6	8
$f(x)$							

b. Tracer la courbe $\mathscr{C}$ et la droite T.

Partie B Calcul d'une aire

1. Montrer que la fonction F, définie sur $]0~;~+\infty[$ par

$$F(x) = (x-1)\ln x$$

est une primitive de f sur cet intervalle.

2. Hachurer la partie D du plan limitée par la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses et la droite d'équation $x = \text{e}$.
3. Calculer la valeur exacte en cm^2 de l'aire de ta partie D. Donner une valeur approchée à 10^{-2} près de cette aire.

Baccalauréat STT C.G. - I.G. Nouvelle-Calédonie novembre 2001

Exercice 1 **6 points**

L'Association des fournisseurs d'accès et de services internet (AFA) a relevé les données suivantes :

Mois	01/ 1998	04/ 1998	07/ 1998	10/ 1998	01/ 1999	04/ 1999	07/ 1999	10/ 1999
Rang x_i du mois	1	2	3	4	5	6	7	8
Abonnements individuels y_i AFA (en milliers)	540	697	802	960	1 280	1 500	1 642	1 925

(*Source : http : //www.afa-france.com/html/chiffres/index.* htm)

On considère le nuage de points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ associé au tableau ci-dessus, dans un repère orthogonal $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$, unités : 2 cm par rang de mois en abscisses, 1 cm pour 100 milliers d'abonnements en ordonnées.

1. **a.** Représenter le nuage de points.
   b. Déterminer les coordonnées du point moyen G du nuage. Placer G sur le graphique précédent.
2. On divise la série en deux parties, la première correspondant à l'année 1998 et la seconde à l'année 1999.
   a. Déterminer les coordonnées des points moyens G_1 et G_2 de chacune de ces deux parties.
   b. Déterminer une équation de la droite d'ajustement (G_1G_2) et tracer cette droite.
3. En utilisant l'équation de la droite d'ajustement
   a. Déterminer par le calcul une estimation du nombre d'abonnés en janvier 2001.
   b. Au cours de quel mois peut-on envisager un quintuplement (multiplication par 5) du nombre d'abonnés par rapport au mois de janvier 1988 ?
4. **a.** Déterminer le pourcentage d'augmentation du nombre d'abonnés entre les mois de janvier 1998 et janvier 1999 (on arrondira au nombre entier le plus proche).
   b. En supposant que ce pourcentage reste constant, quel serait le nombre d'abonnés prévisible en janvier 2000, puis en janvier 2001 ?

Exercice 2 **4 points**

Une classe comprend 36 élèves âgés de 16,17 ou 18 ans.
Il y a 22 garçons dont 3 garçons âgés de 18 ans.
50 % des élèves sont des garçons âgés de 17 ans et 25 % des élèves sont âgés de 18 ans.
50 % des filles sont âgées de 17 ans.

1. Reproduire et compléter le tableau d'effectifs suivants :

sexes / âges	garçons	filles	Total
16 ans			
17 ans			
18 ans			
Total			36

Dans les questions suivantes, les résultats seront mis sous forme de fractions irréductibles.

2. Lors d'un cours de mathématiques, le professeur interroge au hasard un élève. Calculer la probabilité des évènements suivants :

a. A : « l'élève interrogé a 16 ans » ;

b. B : « l'élève interrogé est un garçon ».

3. a. Définir sous forme d'une phrase les évènements :

$$\mathrm{C} = \mathrm{A} \cap \mathrm{B} \quad \text{et} \quad \mathrm{D} = \mathrm{A} \cup \mathrm{B}.$$

b. Calculer la probabilité de l'évènement C.

c. À l'aide des probabilités de A, B et C, calculer la probabilité de l'évènement D.

4. Le professeur décide d'interroger au hasard un garçon. Quelle est la probabilité de l'évènement E : « l'élève interrogé a 17 ans » ?

Problème

Partie A - étude d'une fonction

Soit la fonction numérique f définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ par :

$$f(x) = x - 1,5 + \mathrm{e}^{-x+1}.$$

On note $\mathscr{C}$ la courbe représentative de f dans un repère orthonormal $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$, unité graphique : 2 cm.

1. a. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $1 - \mathrm{e}^{-x+1} = 0$.

b. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $1 - \mathrm{e}^{-x+1} \geqslant 0$.

2. a. Étudier la limite de f en $+\infty$.

b. Vérifier que $f'(x) = 1 - \mathrm{e}^{-x+1}$. à l'aide de la question précédente, dresser le tableau des variations de la fonction f sur $[0\ ;\ +\infty[$.

3. Montrer que la droite Δ d'équation $y = x - 1,5$ est asymptote à la courbe $\mathscr{C}$.

4. a. Déterminer le coefficient directeur de la tangente T au point d'abscisse 0.

b. Tracer la droite Δ, la courbe $\mathscr{C}$ et la tangente T.

5. a. Déterminer une fonction primitive de f sur $[0\ ;\ +\infty[$.

b. En déduire l'aire, en cm^2, de la portion de plan comprise entre la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x = 2$.
On donnera la valeur exacte, puis la valeur approchée à 10^{-2} près.

Partie B – Application économique

Une entreprise fabrique un produit. Le coût total de fabrication d'un produit est donné par la fonction f précédente, où x est exprimé en tonnes et $f(x)$ est exprimé en milliers de francs.

1. Quelle quantité de produit faut-il fabriquer pour que le coût total de fabrication soit minimal ?

2. Une tonne de produit est vendue 750 F.

a. On appelle $R(x)$ la recette exprimée en milliers de francs procurée par la vente de x tonnes de produit. Justifier que $R(x) = 0,75x$.

b. Exprimer le bénéfice $B(x)$ en fonction de x.

c. On donne le signe de l'expression $-0,25+\mathrm{e}^{-x+1}$ dans le tableau suivant :

x	0 $1-\ln 0,25$ $+\infty$
signe de $-0,25+\mathrm{e}^{-x+1}$	$+$ 0 $-$

On ne demande pas de justifier ce tableau.

Déterminer la production donnant le bénéfice maximum ; on donnera le résultat à 10^{-3} près.