Baccalauréat STT 2003
L'intégrale d'avril à novembre 2003

Pour un accès direct cliquez sur les liens bleus

∽ Baccalauréat STT ACA – ACC Pondichéry ∾
avril 2003

EXERCICE 1 **8 points**

Dans un lycée technique de 1 200 élèves situé dans le centre d'une ville de province, on a procédé au cours du premier trimestre, à une enquête concernant les moyens de transport utilisés par les élèves.

- 42,5 % des élèves habitent au centre-ville, les autres élèves habitent dans les quartiers périphériques.
- 50 % des élèves utilisent les transports en commun et parmi eux, 75 % habitent en périphérie.
- 180 élèves utilisent la voiture et parmi eux, 30 habitent au centre-ville.
- 25 % des élèves viennent au lycée à pied.
- Parmi les élèves qui utilisent leur vélo, il y a trois fois plus d'élèves qui habitent en périphérie qu'au centre-ville.

1. Reproduire et compléter le tableau suivant :

	les transports en commun	la voiture	le vélo	à pied	Totaux
élèves habitant au centre-ville					
élèves habitant en périphérie					
Totaux					1 200

Dans la suite de l'exercice, les probabilités seront données sous forme décimale.

2. On interroge, au hasard, un élève du lycée. On considère les évènements suivants A : « l'élève vient au lycée en voiture » ; B : « l'élève habite en périphérie ».

a. Calculer la probabilité de A, notée $p(\text{A})$; calculer la probabilité de B, notée $p(\text{B})$.

b. Calculer la probabilité de l'évènement $\text{A} \cap \text{B}$.

c. Décrire, à l'aide d'une phrase, l'évènement $\text{A} \cup \text{B}$. Calculer, à l'aide des questions précédentes, la probabilité de cet évènement.

d. Calculer la probabilité de l'évènement C : « L'élève n'utilise pas la voiture pour venir au lycée et n'habite pas en périphérie ».

3. On interroge, au hasard, un élève qui vient au lycée en voiture. Calculer, à $0,01$ près, la probabilité que cet élève habite en périphérie.

4. Afin de remédier aux problèmes de circulation aux abords du lycée, l'équipe éducative décide d'encourager les élèves à ne plus venir en voiture. Au second trimestre, on constate que, parmi les élèves qui utilisaient la voiture, 60 % des élèves du centre-ville et 68 % des élèves de la périphérie ont accepté d'adopter un autre moyen de locomotion pour se rendre au lycée.

a. Calculer le nombre d'élèves utilisant encore la voiture.

b. Quel est alors, parmi les élèves qui utilisent encore la voiture, le pourcentage d'élèves habitant en périphérie ?

EXERCICE 2 **12 points**

Partie A

L'évolution du cours moyen mensuel d'une action en bourse, exprimé en euro (€), à partir du mois de janvier 2002 est donnée dans le tableau suivant :

Mois	janv. 2002	fév. 2002	mars 2002	avril 2002	mai 2002	juin 2002	juil. 2002	août 2002	sept. 2002	oct. 2002	nov. 2002
Rang du mois x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Cours moyen de l'action y_i	100	110	120	112	105	90	75	70	65	75	85

1. Représenter le nuage des points $M\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ dans le plan rapporté à un repère orthogonal. On prendra pour unités : 1 cm pour 1mois en abscisse et 1 cm pour 10 € en ordonnée.
2. Monsieur X achète 30 actions au mois de janvier 2002 qu'il paye au prix du cours moyen de ce mois. Il les revend en mars 2002 au prix du cours moyen de ce mois. Quelle somme a-t-il gagnée ?
3. Monsieur Y dispose de 3 000 €. Il place l'intégralité de ce capital en achetant des actions au mois de mars 2002.
   a. Combien d'actions a-t-il acheté ?
   b. Monsieur Y les revend toutes au mois de juillet 2002. Quel est son nouveau capital à la fin de cette opération ? Quelle baisse, en pourcentage, son capital a-t-il subie ?
   c. À quel mois de l'année, Monsieur Y aurait-il dû revendre ses actions pour que son capital ne diminue que de 25 % ? Justifier la réponse par un calcul.
4. Monsieur Z qui se méfie du caractère hasardeux des placements en bourse préfère placer son capital de 3 000 euro en janvier 2002 au taux d'intérêt composé mensuel de 0,6 %. Calculer, au centime d'euro près, son nouveau capital en février 2002 puis en mars 2002.

Partie B

En supposant que le cours moyen de l'action suive l'évolution du tableau de la **partie A**, jusqu'au début de l'année 2003, un calcul sur ordinateur conduit à tester un ajustement par une fonction f définie sur $[1\ ;\ 12]$ par :

$$f(x) = 0,5x^3 - 9x^2 + 40,5x + 68.$$

où x représente le rang du mois et $f(x)$ représente le cours moyen de l'action exprimé en euro.

1. Recopier et compléter le tableau suivant :

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$f(x)$	100		122		108		82	72		73	90	

2. a. Calculer $f'(x)$.
   b. Vérifier que pour tout x de $[1\ ;\ 12]$, on a : $f'(x) = 1,5(x-3)(x-9)$.
   c. Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[1\ ;\ 12]$. Dresser le tableau de variations de f.
3. Tracer en couleur la courbe représentative $\mathscr{C}$ de la fonction f dans le même repère que dans la **question 1 de la partie A**.
4. Déterminer graphiquement en utilisant la courbe $\mathscr{C}$ pour quels mois le cours moyen de l'action est supérieur ou égal à sa valeur initiale de janvier 2002. On indiquera la méthode de lecture sur le graphique.

∽ Baccalauréat STT A.C.A. - A.C.C. Antilles-Guyane ∽ juin 2003

EXERCICE 1 **8 points**

Le 5 janvier 2002, on se trouvait en période de transition pour le passage à l'euro, c'est-à-dire qu'on avait le choix entre les euros et les francs pour régler les achats en liquide.
Ce jour-là, sur requête d'un organisme de sondage, la direction d'un supermarché relève la répartition, en fonction de leur tranche d'âge, le nombre de personnes payant en francs et de celles payant en euros.
L'étude a été effectuée sur 1 500 clients. On a obtenu les résultats suivants :

- 30 % des clients avaient moins de 35 ans ;
- 200 personnes avaient plus de 70 ans, et celles-ci ont toutes payé leurs achats en francs ;
- 525 clients ont réglé leurs achats en euros, et parmi eux, 80 % étaient âgés de moins de 35 ans.

1. Recopier puis compléter le tableau suivant :

	Nombre de clients ayant payé en francs	Nombre de clients ayant payé en euros	TOTAUX
moins de 35 ans			
35 à 70 ans			
plus de 70 ans			
Totaux			1 500

2. On téléphone, au hasard, à l'un de ces 1 500 clients. On considère les évènements A et B suivants :

- A : « c'est un client âgé de plus de 35 ans » ;
- B : « c'est un client qui a payé en francs ».

a. Calculer la probabilité de l'évènement A.

b. Calculer la probabilité de l'évènement B.

c. Définir concrètement, par une phrase, l'évènement $A \cap B$, puis calculer sa probabilité.

d. En déduire la probabilité de l'évènement $A \cup B$. On donnera les résultats sous forme décimale.

3. On téléphone au hasard maintenant à un client qui a payé en francs.

a. Quelle est la probabilité que ce client soit âgé de plus de 35 ans ? Donner la valeur arrondie au centième de cette probabilité.

b. Traduire le dernier résultat par une phrase en terme de pourcentage.

4. Obtient-on le même résultat aux questions 2. c et 3. a ? Comment peut-on l'expliquer ?

EXERCICE 2 **12 points**

Dans tout l'exercice, on arrondira, si nécessaire, les résultats à l'euro près.

En janvier 2000, M. Dupond a créé une petite entreprise qui fabrique des ordinateurs haut de gamme. Pour des raisons de matériel et de personnel, l'entreprise ne peut pas fabriquer plus de 35 ordinateurs par mois.
On suppose que l'entreprise parvient à vendre toute sa production, quel que soit le nombre d'ordinateurs fabriqués.

Partie A : Lectures graphiques

Les courbes figurant en annexe représentent :

- le coût total de production (charges, salaires, matériel, etc.), en centaines d'euros, en fonction du nombre d'ordinateurs produits (courbe C) .
- la recette totale, en centaines d'euros, engendrée par la vente de ces x ordinateurs (droite R passant par 0).

Par exemple, 450 sur l'axe des ordonnées se lit : 45 000 euros.

1. **a.** Peut-on dire que la recette est proportionnelle au nombre d'ordinateurs vendus ? Pourquoi ?

   b. Préciser le montant des coûts fixes.

2. **a.** Donner le coût total de production de 10 ordinateurs et faire apparaître le tracé sur le graphique.

   b. En déduire le coût unitaire de production, c'est-à-dire le coût d'un ordinateur lorsqu'on en fabrique 10.

   Quel est ce coût unitaire si l'on fabrique 15 ordinateurs ?

3. **a.** Donner, en justifiant, le bénéfice réalisé par l'entreprise suite à la production et à la vente de 10 ordinateurs.

   b. L'entreprise réalise-t-elle des bénéfices quel que soit le nombre d'ordinateurs fabriqués ?

   Si oui, justifier ; si non, pour quelles quantités d'ordinateurs est-elle bénéficiaire ?

Partie B : Étude de la fonction bénéfice

Les courbes R et C représentent en réalité les fonctions r et c définies pour x dans l'intervalle $[0 ; 35]$ par :

$$r(x) = 35x \quad \text{et} \quad c(x) = x^2 + 5x + 125,$$

où r est la recette, en centaines d'euros, engendrée par la vente de x ordinateurs, et c le coût total de production, en centaines d'euros, de x ordinateurs.

1. Montrer que la fonction B donnant le bénéfice en fonction du nombre x d'ordinateurs produits et vendus, est définie, pour x dans l'intervalle $[0 ; 35]$ par :

$$B(x) = -x^2 + 30x - 125.$$

2. **a.** Calculer $B'(x)$, où B' est la fonction dérivée de la fonction B.

   b. Étudier le signe de $B'(x)$ sur l'intervalle $[0 ; 35]$ puis construire le tableau de variations complet de la fonction B.

   c. Pour quelle quantité produite l'entreprise de M. Dupond réalisera-t-elle le bénéfice maximal ? Quel est alors ce bénéfice ?

   d. En comparant le précédent résultat avec ceux de la partie A, que pensez vous de l'affirmation suivante : « pour que le bénéfice soit maximal, il suffit que le coût unitaire soit le plus bas possible ».

Partie C : Application

Cette partie peut être traitée même si les précédentes ne l'ont pas été.
Arrondir les résultats à l'euro le plus proche.

1. On suppose que l'entreprise réalise 10 000 euros de bénéfice par mois lors de la 1re année (en 2000). À la fin de l'année 2000, après avoir déduit impôts et investissements, M. Dupond constate un reste de 8 % du bénéfice de l'année ; il appelle cette somme « bénéfice net de l'année 2000 », en euros ; on la notera B_0.

Montrer que $B_0 = 9\,600$.

Dans la suite, on appelle B_n le « bénéfice net » réalisé par l'entreprise pendant l'année $2000 + n$.

2. Grâce à l'amélioration de l'outil de production, on suppose que le « bénéfice net » augmentera de 3 % chaque année.

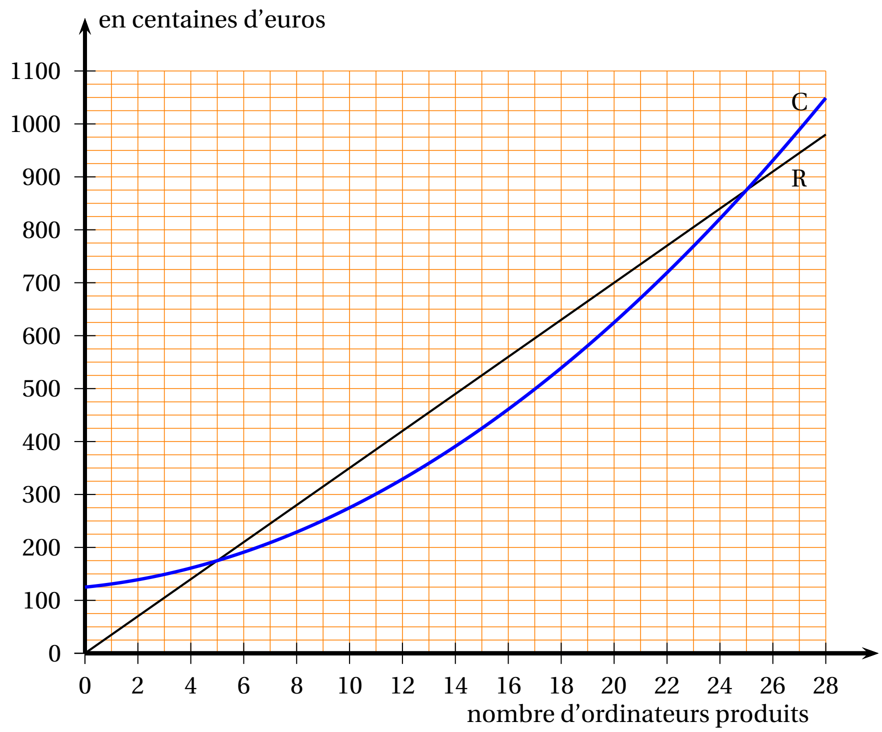
a. Calculer le « bénéfice net » B_1 réalisé au cours de l'année 2001.

b. Quelle est la nature de la suite (B_n) ? Justifier.

c. Donner le « bénéfice net » prévu en 2005.

d. À l'aide de la calculatrice, déterminer en quelle année le « bénéfice net de l'année » sera supérieur à 12 000 euros.

Annexe



∾ Baccalauréat STT ACC – ACA Centres étrangers ∾ juin 2003

EXERCICE **8 points**

Le but de ce travail est d'étudier le développement de l'informatique en France ces dernières années.

En 1999, dans un village du sud-ouest, comptant 200 ménages, on étudie selon la catégorie socioprofessionnelle, l'équipement en ordinateurs des ménages.

On obtient le tableau suivant :

	Ménages ayant un ordinateur	Ménages n'ayant pas d'ordinateur	TOTAL
Agriculteurs	5	40	45
Artisans, commerçants, chefs d'entreprises	5	15	20
Cadres, professions intellectuelles	8	7	15
Professions intermédiaires	8	17	25
Employés	11	39	50
Ouvriers	6	34	40
Autres inactifs	1	4	5
Ensemble des ménages	44	156	200

D'autre part, 14 parmi les ménages ayant un ordinateur sont connectés à Internet.

En indiquant le calcul effectué, et en donnant les résultats arrondis à l'unité :

1. **a.** Quel est le pourcentage des ménages, toutes catégories socioprofessionnelles confondues, ayant un ordinateur ?

   b. Quel est le pourcentage des ménages de la catégorie socioprofessionnelle « employés » ayant un ordinateur ?

   Ce pourcentage est appelé par l'INSEE, taux d'équipement en ordinateur des ménages employés.

   Rechercher quelle est la catégorie socioprofessionnelle pour laquelle le taux d'équipement en ordinateur dépasse 50 %.

   c. Quel est le pourcentage des ménages, toutes catégories socioprofessionnelles confondues, connectés à Internet ?

2. On choisit au hasard un ménage parmi la population des 200 ménages recensée dans le tableau précédent. On suppose que tous les ménages ont la même probabilité d'être choisis.

   Soit N l'évènement « le ménage choisi n'a pas d'ordinateur ». Soit A l'évènement « le ménage choisi est dans la catégorie des artisans ».

   a. Traduire par une phrase l'évènement $A \cap N$ et l'évènement $A \cup N$.

   b. Calculer les probabilités $p(N)$, $p(A)$, $p(A \cap N)$, $p(A \cup N)$.

   Les résultats seront donnés au millième près.

EXERCICE 2 **12 points**

En cinq ans, de 1995 à 2000, les ventes d'une firme automobile ont presque triplé. Le tableau suivant donne l'évolution du nombre de véhicules vendus (en milliers) de 1995 (année 0) à 2000 (année 5).

Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5
Nombre de véhicules y_i vendus en milliers	14	22	28	33,5	38,5	41

1. **a.** Représenter le nuage de points associés à cette série double dans un repère orthogonal.

   On prendra comme échelle, 2 cm sur l'axe des abscisses pour représenter une année et 1 cm sur l'axe des ordonnées pour représenter 4 000 véhicules.

   b. Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage.

   c. Donner une équation de la droite de coefficient directeur 5,4 passant par G.

   d. On admet que la droite est un ajustement linéaire convenable du nuage de points.

   Suivant ce modèle, combien vendra-t-on de véhicules en 2005 ?

2. La forme du nuage étant incurvée, on se propose de faire un ajustement à l'aide de la parabole P représentant la fonction f définie sur $[0\,;\,10]$ par

$$f(x) = -0,65x^2 + 8,65x + 14.$$

   a. Vérifier que les points A(0 ; 14), B(1 ; 22), et C(5 ; 41) appartiennent à la parabole P.

   b. Suivant ce modèle, combien vendra-t-on de véhicules en 2005 ?

   c. Calculer la dérivée $f'(x)$, puis étudier son signe sur $[0\,;\,10]$. Justifier que la fonction est croissante sur $[0\,;\,6]$ et décroissante sur $[7\,;\,10]$.

   d. Suivant ce modèle, vendra-t-on plus de véhicules en 2002 ou en 2005 ? Justifier.

∽ Baccalauréat STT A.C.A. - A.C.C. La Réunion ∽ juin 2003

EXERCICE 1 **8 points**

Un pays en voie de développement comptait, en l'an 2000, trois millions d'enfants d'âge compris entre six et onze ans. Seuls 700 000 d'entre eux étaient scolarisés. Dans tout cet exercice, on comparera la « population d'âge scolaire », c'est à dire le nombre d'enfants dont l'âge est compris entre six et onze ans, et la « population scolarisée », c'est à dire le nombre des enfants d'âge scolaire qui sont inscrits dans une école. La population d'âge scolaire de ce pays augmente de 2 % par an et la population scolarisée augmente de 150 000 par an.

1. Recopier et compléter le tableau suivant :

Année	Population d'âge scolaire	Population scolarisée
2000	3 000 000	700 000
2001		
2002		
2003		

2. Quel est le pourcentage de la population scolarisée dans ce pays en 2000 et 2003 ?
3. n est un nombre entier positif. On note P_n la population d'âge scolaire de ce pays en l'an $2000 + n$ et S_n la population scolarisée cette même année.
   a. Montrer que la suite (P_n) est une suite géométrique. En déduire l'expression de P_n en fonction de n.
   b. Montrer que la suite (S_n) est une suite arithmétique. En déduire l'expression de S_n en fonction de n.
4. En s'aidant de la calculatrice, déterminer en quelle année on peut espérer que, pour la première fois, plus de la moitié de la population d'âge scolaire sera scolarisée.

EXERCICE 2 **12 points**

Dans tout l'exercice, on arrondira, si nécessaire, les résultats à l'euro près.

En janvier 2000, M. Dupond a créé une petite entreprise qui fabrique des ordinateurs haut de gamme. Pour des raisons de matériel et de personnel, l'entreprise ne peut pas fabriquer plus de 35 ordinateurs par mois.
On suppose que l'entreprise parvient à vendre toute sa production, quel que soit le nombre d'ordinateurs fabriqués.

Partie A : Lectures graphiques

Les courbes figurant en annexe représentent :

- le coût total de production (charges, salaires, matériel, etc ...), en centaines d'euros, en fonction du nombre d'ordinateurs produits (courbe $\mathscr{C}$).
- la recette totale, en centaines d'euros, engendrée par la vente de ces x ordinateurs (droite R passant par O).

Par exemple, 450 sur l'axe des ordonnées se lit : 45 000 euros.

1. **a.** Peut-on dire que la recette est proportionnelle au nombre d'ordinateurs vendus ? Pourquoi ?
   b. Préciser le montant des coûts fixes.
2. **a.** Donner le coût total de production de 10 ordinateurs et faire apparaître le tracé sur le graphique.

b. En déduire le coût unitaire de production, c'est-à-dire le coût d'un ordinateur lorsqu'on en fabrique 10.
Quel est ce coût unitaire si l'on fabrique 15 ordinateurs ?

3. **a.** Donner, en justifiant, le bénéfice réalisé par l'entreprise suite à la production et à la vente de 10 ordinateurs.

b. L'entreprise réalise-t-elle des bénéfices quel que soit le nombre d'ordinateurs fabriqués ?
Si oui, justifier ; si non, pour quelles quantités d'ordinateurs est-elle bénéficiaire ?

Partie B : Étude de la fonction bénéfice

Les courbes R et $\mathscr{C}$ représentent en réalité les fonctions r et c définies pour x dans l'intervalle $[0 ; 35]$ par :

$$r(x) = 35x \quad \text{et} \quad c(x) = x^2 + 5x + 125,$$

où r est la,recette, en centaines d'euros, engendrée par la vente de x ordinateurs, et c le coût total de production, en centaines d'euros, de x ordinateurs.

1. Montrer que la fonction B donnant le bénéfice en fonction du nombre x d'ordinateurs produits et vendus, est définie, pour x dans l'intervalle $[0 ; 35]$ par :

$$B(x) = -x^2 + 30x - 125.$$

2. **a.** Calculer $B'(x)$, où B' est la fonction dérivée de la fonction B.

b. Étudier le signe de $B'(x)$ sur l'intervalle $[0 ; 35]$ puis construire le tableau de variations complet de la fonction B.

c. Pour quelle quantité produite l'entreprise de M. Dupond réalisera-t-elle le bénéfice maximal ? Quel est alors ce bénéfice ?

d. En comparant le précédent résultat avec ceux de la partie A, que pensez vous de l'affirmation suivante : « pour que le bénéfice soit maximal, il suffit que le coût unitaire soit le plus bas possible ».

Partie C : Application

Cette partie peut être traitée même si les précédentes ne l'ont pas été. Arrondir les résultats à l'euro le plus proche.

1. On suppose que l'entreprise réalise 10 000 euros de bénéfice par mois lors de la 1e année (en 2000). À la fin de l'année 2000, après avoir déduit impôts et investissements, M. Dupond constate un reste de 8 % du bénéfice de l'année ; il appelle cette somme « bénéfice net de l'année 2000 », en euros ; on la notera B_0.
Montrer que $B_0 = 9600$.
Dans la suite, on appelle B_n le « bénéfice net »réalisé par l'entreprise pendant l'année $2000 + n$.

2. Grâce à l'amélioration de l'outil de production, on suppose que le « bénéfice net » augmentera de 3 % chaque année.

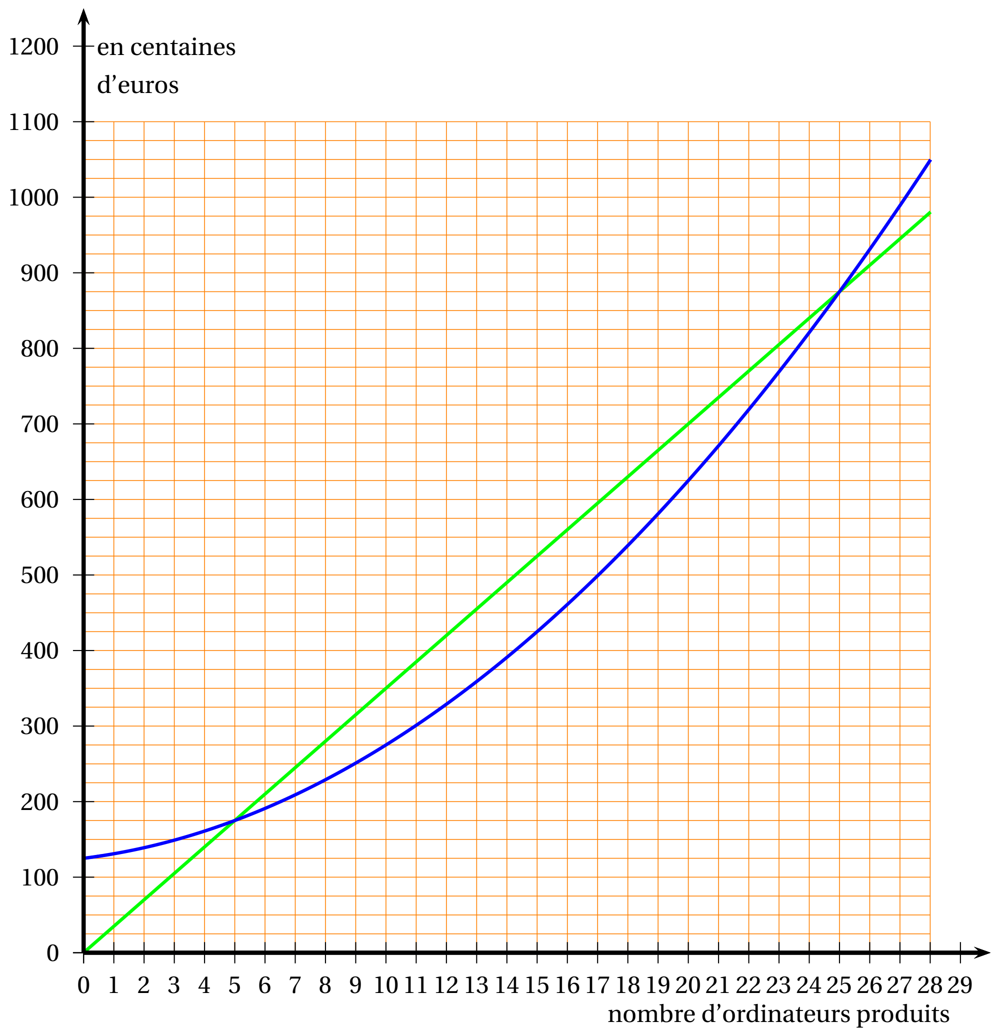
a. Calculer le « bénéfice net » B_1 réalisé au cours de l'année 2001.

b. Quelle est la nature de la suite (B_n) ? Justifier.

c. Donner le « bénéfice net » prévu en 2005.

d. À l'aide de la calculatrice, déterminer en quelle année le « bénéfice net de l'année » sera supérieur à 12 000 euros.

Annexe


1200
1100
1000
900
800
700
600
500
400
300
200
100
0
en centaines
d'euros
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29
nombre d'ordinateurs produits

Baccalauréat STT A.C.A. - A.C.C. Métropole juin 2003

EXERCICE 1 **8 points**

Dans tout l'exercice, la période concernée s'étend de 1993 à 2001 et les prix sont en francs.
Monsieur et Madame C. possédaient chacun une voiture du même modèle achetée neuve en janvier 1993 au prix de 74 500 F. Ils faisaient à peu près le même nombre de kilomètres par an.

1. Madame C. a changé de voiture tous les deux ans, au mois de janvier, pour un véhicule neuf du même type. à chaque renouvellement, elle a souscrit un contrat d'entretien qui lui a coûté 562 F. En janvier 1995, elle a acheté un véhicule neuf qui valait 74 500 F et son concessionnaire lui a repris son ancienne voiture au prix de 55 050 F. Les conditions d'achat, d'entretien et de reprise des véhicules successifs sont restées les mêmes jusqu'en janvier 2001 inclus.

a. Vérifier que la dépense effectuée par Madame C. pour l'entretien et le changement de son véhicule en janvier 1995 était de 20 012 F.

b. Quelle dépense globale S, en francs, Madame C. a-t-elle effectuée pendant la période de janvier 1993 à janvier 2001 après l'acquisition de son cinquième véhicule, sachant qu'elle avait pris un contrat d'entretien en janvier 1993 ?

2. Monsieur C., lui, a gardé la voiture achetée en janvier 1993 jusqu'en janvier 2001, date à laquelle il a décidé d'en changer. Il a alors fait le bilan de toutes les dépenses qu'il a effectuées pour l'entretien de cette voiture. Durant l'année 1993, ii avait dû faire une simple révision qui lui a coûté 216 F. Puis, il a constaté que les frais d'entretien augmentaient chaque année de 60 %.

On note v_0 ($v_0 = 216$) le montant en francs des dépenses effectuées par Monsieur C. pour l'entretien de sa voiture durant l'année 1993 et plus généralement v_n le montant, en francs, des dépenses qu'il a effectuées pour l'entretien durant l'année $1993 + n$, où n est un entier compris entre 1 et 7.

a. Déterminer y_1 et y_2.

b. Exprimer v_1 en fonction de v_0, puis v_2 en fonction de v_1 et, plus généralement, v_{n+1} en fonction de v_n.

c. Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique jusqu'au terme v_7. Donner la raison b de cette suite.

d. Quelle somme s, Monsieur C. a-t-il dépensée pour l'entretien de sa voiture de janvier 1993 à janvier 2001 ? Cette somme sera arrondie au franc près.

e. En janvier 2001, le concessionnaire a repris la voiture de Monsieur C. au prix de 8 500 F et il lui a vendu un véhicule neuf à 74 500 F. Déterminer la somme globale S', en francs, que Monsieur C. a dépensée pendant la période de janvier 1993 à janvier 2001 après l'achat de son deuxième véhicule.

3. Qui de Madame C. ou Monsieur C. a géré au mieux la façon de changer sa voiture ? Justifier.

EXERCICE 2 **12 points**

Les parties 1 *et* 2 *sont indépendantes.*
Pour financer un échange scolaire, les 32 élèves dune classe de seconde veulent vendre des nougats et des chocolats. Par souci d'économie, ils décident de commander les nougats et les chocolats en vrac chez un chocolatier, puis de faire eux-mêmes les emballages en achetant des petites boîtes en carton.

Partie 1

Les prix du chocolatier sont donnés par les deux courbes de l'annexe de l'exercice 2. La courbe $\mathcal{N}$ représente la fonction f, définie pour tout nombre réel x de l'intervalle $[10\,;\,100]$, qui donne le prix d'achat en euros de x kilogrammes de nougats. La courbe $\mathcal{C}$ représente la fonction g, définie pour tout nombre réel x de l'intervalle $[10\,;\,100]$, qui donne le prix d'achat, en euros, de x kilogrammes de chocolats.

1. **a.** Déterminer graphiquement le prix, en euros, de 40 kilogrammes de nougats en faisant apparaître tous les tracés utiles sur l'annexe de l'exercice 2 qui sera à rendre avec la copie.

   Sachant que le prix des nougats est proportionnel à la quantité achetée, en déduire que, pour tout nombre réel x de l'intervalle $[10\,;\,100]$, la fonction f est définie par $f(x) = 35x$.

   b. La fonction g est définie pour tout nombre réel x de l'intervalle $[10\,;\,100]$ par $g(x) = -0,2x^2 + 50x + 80$. Calculer le prix, en euros, d'une commande de 40 kilogrammes de nougats et de 100 kilogrammes de chocolats.

   c. Déterminer, à l'aide du graphique, le montant, en euros, d'une commande de 80 kilogrammes de nougats et de 80 kilogrammes de chocolats. Ce résultat devra être justifié par un tracé en pointillé sur l'annexe de l'exercice 2. Retrouver le résultat par le calcul.

2. **a.** Quel est le prix moyen, en euros, d'un kilogramme de chocolats pour une commande de 50 kilogrammes.

   b. Montrer que le prix moyen, en euros, d'un kilogramme de chocolats pour une commande de x kilogrammes est donné par la fonction h définie, pour tout nombre réel x de l'intervalle $[10\,;\,100]$, par

   $$h(x) = -0,2x + 50 + \frac{80}{x}.$$

   c. Pour tout nombre réel x de l'intervalle $[10\,;\,100]$, calculer $h'(x)$ où h' désigne la fonction dérivée de la fonction h.

   Vérifier que, pour tout nombre réel x de l'intervalle $[10\,;\,100]$, $h'(x)$ est strictement négatif.

   d. Dresser le tableau de variations de h sur l'intervalle $[10\,;\,100]$. Que peut-on en déduire quant au prix moyen du kilogramme de chocolats en fonction de la quantité achetée ?

Partie 2

Dans cette partie les résultats seront arrondis à deux chiffres après la virgule.
Les 32 élèves décident d'acheter 80 kilogrammes de nougats et 80 kilogrammes de chocolats. Ils se répartissent chacun 5 kilogrammes de confiseries et les emballent dans des petites boîtes en carton qui sont toutes identiques. Ils remplissent les petites boîtes :

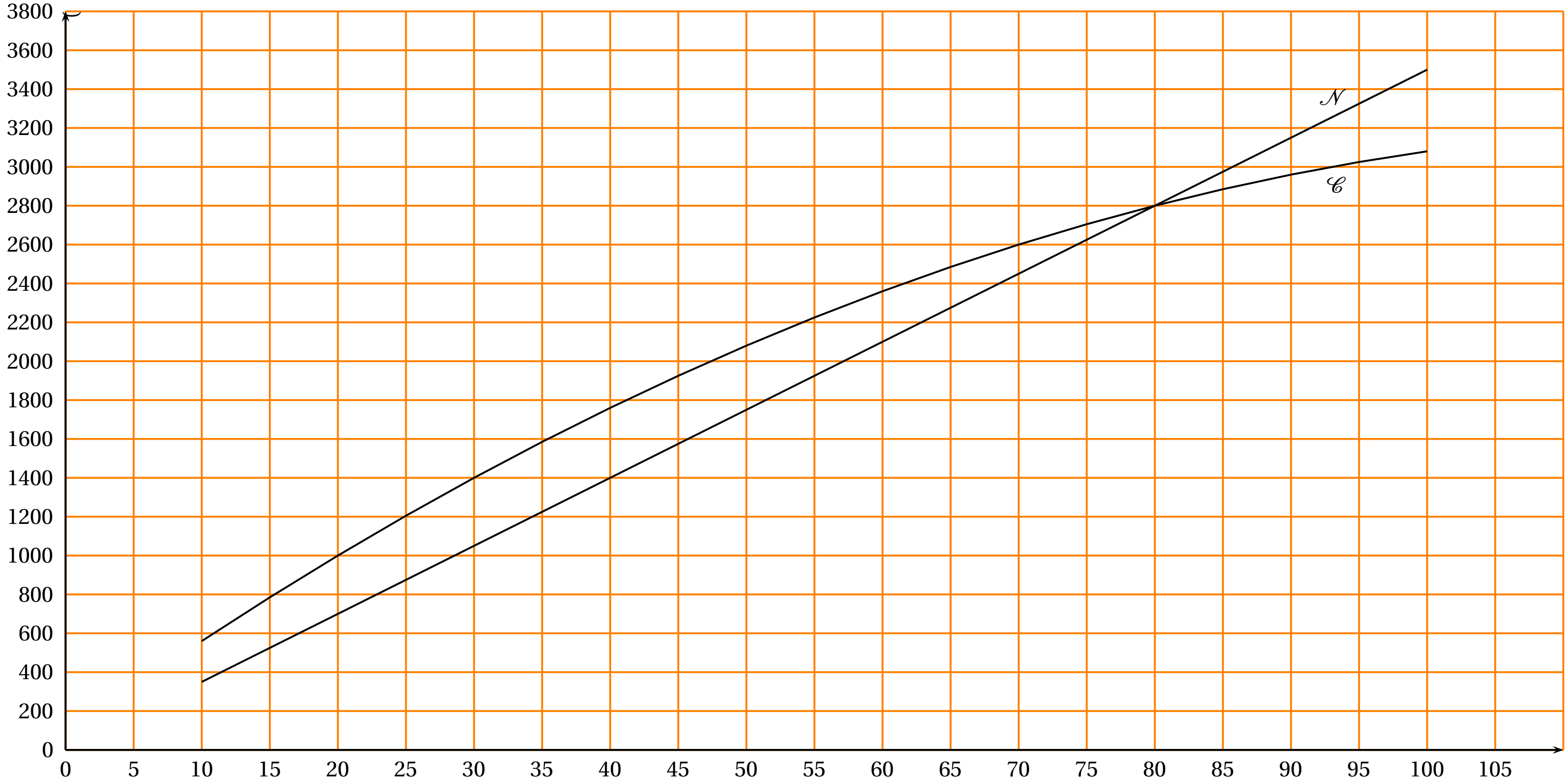
- soit de chocolats uniquement,
- soit de nougats uniquement,
- soit d'un mélange nougats-chocolats.

Une fois les emballages réalisés, ils obtiennent au total 295 boîtes de nougats, 157 boîtes de chocolats et 221 boîtes du nougats-chocolats. Après les avoir regroupées, ils calculent que chacun doit en vendre 21 et qu'il en reste une seule. Ils décident donc de prendre une boîte au hasard pour la déguster avant de faire le partage.

1. Quelle est la probabilité p_1 pour qu'une boîte prise au hasard contienne le mélange nougats-chocolats ?
2. Quelle est la probabilité p_2 pour qu'une boîte prise au hasard contienne des chocolats uniquement ou des nougats uniquement ?

Annexe de l'exercice 2 : à rendre avec la copie

Prix des nougats et des chocolats, en euro, en fonction de la quantité x, en kilogramme, commandés



Baccalauréat STT ACC - ACA Polynésie juin 2003

Coefficient 2 Durée 2 heures

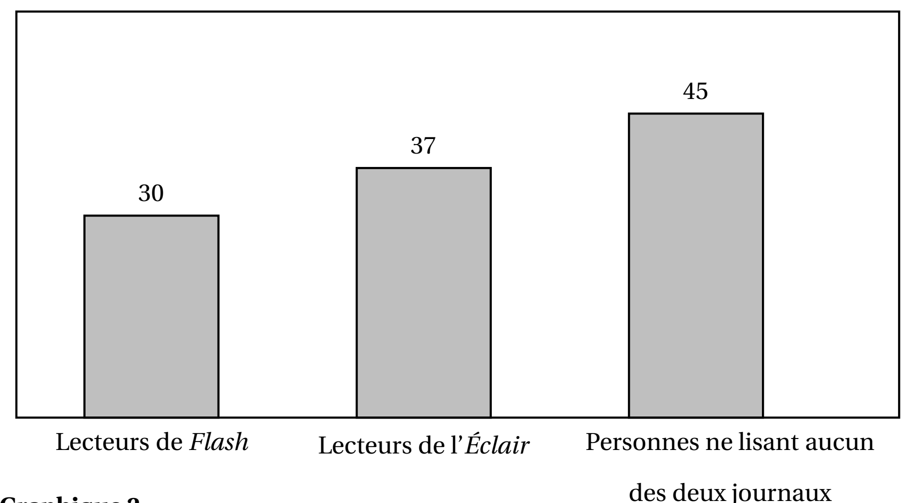
La calculatrice est autorisée.

EXERCICE 1 **8 points**

À l'approche des élections municipales un institut de sondage procède à une enquête d'opinion dans la commune de Nouvelleville en interrogeant 1 000 personnes. Les questions posées concernent la lecture des journaux régionaux qui sont au nombre de deux, le *Flash* et l'*Éclair*, ainsi que les intentions de vote pour l'un des deux candidats, Monsieur Lemaire et Madame Bourgmestre. Les résultats sont publiés par l'institut de sondage dans les deux graphiques reproduits ci-dessous :

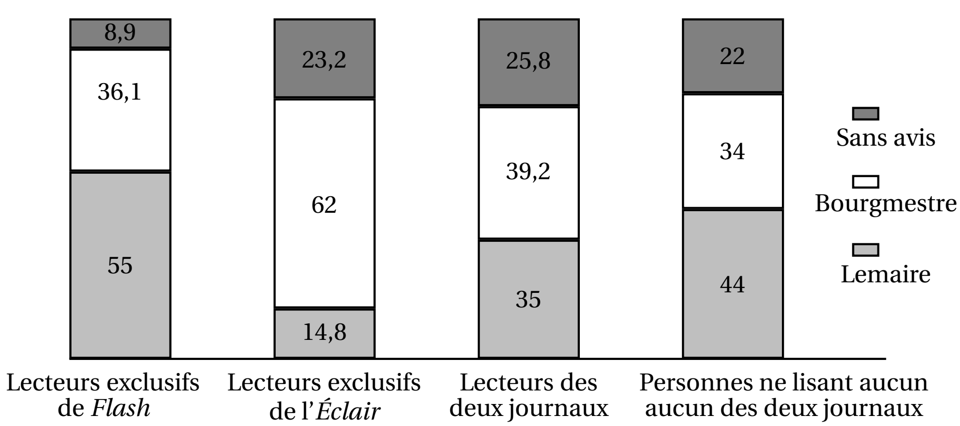
Graphique 1

Pourcentage des lecteurs des journaux *Flash* et *Éclair* à Nouvelleville



Graphique 2

Intentions de vote en % des personnes interrogées.



1. Comment expliquez-vous que le total des pourcentages du graphique 1 excède 100 % ?
2. On interroge au hasard l'une des 1 000 personnes ayant répondu au sondage. En utilisant le graphique 1 :

   a. Calculer la probabilité de l'évènement : « la personne lit le journal Le Flash ».

b. Calculer la probabilité de l'évènement : « la personne ne lit aucun des deux journaux ».

c. Montrer que la probabilité de l'évènement : « la personne lit les deux journaux » est égale à $0,12$.

d. En déduire la probabilité que la personne lise uniquement Le Flash.

3. a. Sur les mille personnes interrogées, 180 sont des lecteurs exclusifs du journal *Le Flash*. Montrer, en utilisant le graphique 2, que parmi celles-ci 99 disent voter pour Monsieur Lemaire.

b. Reproduire le tableau suivant et, à l'aide des pourcentages du graphique 2, le compléter en y indiquant les effectifs :

Journaux / Intentions de vote	*Flash* uniquement	L'*Éclair* uniquement	Les deux journaux	Aucun des deux journaux	Total
Monsieur Lemaire	99				
Madame Bourgmestre					
Sans avis					
Total	180	250	120		1 000

c. Parmi les 1 000 personnes ayant répondu au sondage, quel est le pourcentage d'intentions de vote pour Madame Bourgmestre ? Pour Monsieur Lemaire ?

d. Parmi les personnes ayant exprimé un avis, quel est le pourcentage d'intentions de vote pour Madame Bourgmestre ? Pour Monsieur Lemaire ?

D'après le sondage lequel des deux candidats semble le mieux placé pour remporter les élections ?

EXERCICE 2 **12 points**

La commune de Nouvelleville a connu ces dernières années un accroissement rapide de sa population.

Partie A

1. Le tableau ci-dessous indique le nombre d'habitants de Nouvelleville de 1990 à 2000 :

Année	1990	1991	1992	1993	1994	1995
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5
Nombre d'habitants y_i	10 000	12 100	14 300	16 540	18 720	20 740

Année	1996	1997	1998	1999	2000	
Rang de l'année x_i	6	7	8	9	10	
Nombre d'habitants y_i	22 540	24 090	25 390	26 440	27 280	

a. Représenter dans un repère orthogonal le nuage des points M_i de coordonnées $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ correspondant au tableau précédent, en prenant des unités telles que 1 cm représente 1 année en abscisse et 2 000 habitants en ordonnée.

b. Déterminer les coordonnées du point moyen G de ce nuage de points. On arrondira le résultat À l'unité la plus proche.

c. Soit A le point de coordonnées (0 ; 10 924). Déterminer une équation de la droite (AG). Tracer cette droite dans le repère précédent.

d. En l'an 2000, le maire de Nouvelleville utilise la droite d'ajustement D d'équation $y = 1781x + 10924$ pour prévoir la population de l'an 2002.

Quelle est sa prévision de population pour l'an 2002 ?

2. En fait, la population de Nouvelleville en l'an 2002 s'élève à 28 440 habitants. Quel est en pourcentage l'erreur faite par le maire dans sa prévision par rapport à la population réelle de 2002 ?

Partie B

1. L'ajustement affine déterminé dans la question 1 ne donnant pas satisfaction, Monsieur le maire de Nouvelleville demande à un mathématicien de lui proposer un meilleur modèle d'évolution de la population de sa ville.

   Celui-ci indique que la population de l'année $1990 + n$ peut être estimée par la formule

   $$p(n) = 2n^3 - 132n^2 + 2898n + 9412.$$

   Vérifier que $p(12)$ diffère de la population réelle de 2002 de moins de 1 %.

2. On considère la fonction p définie sur l'intervalle $[0\,;\,30]$ par :

   $$p(x) = 2x^3 - 132x^2 + 2898x + 9412.$$

   a. Calculer $p'(x)$ où p' désigne la dérivée de la fonction p.

   b. Vérifier que pour tout réel x : $p'(x) = 6(x-21)(x-23)$.

   c. Étudier le signe de $p'(x)$ sur l'intervalle $[0\,;\,30]$ et dresser le tableau de variations de la fonction p.

   d. Reproduire et compléter le tableau de valeurs suivant de la fonction p :

x	0	3	6	9	12	15
$p(x)$						

   e. Représenter graphiquement la fonction p pour x appartenant à l'intervalle $[0\,;\,15\,]$ dans le repère du nuage de points de la partie A.

   f. Déterminer graphiquement à partir de quelle année on peut estimer que la population de Nouvelleville dépassera 29 500 habitants.

∽ Baccalauréat STT A.C.A.–A.C.C. Métropole ∾ septembre 2003

EXERCICE 1 **8 points**

Lors du Mondial de l'automobile en octobre 2002, un sondage a été effectué auprès de 1 800 visiteurs intéressés par l'achat d'une voiture. Ce sondage portait sur quatre types de véhicules (berlines citadine, familiale, haut de gamme et véhicule 4×4) et deux motorisations (diesel, essence).
Les résultats sont les suivants
• Sur les 600 visiteurs préférant un véhicule à moteur essence, 350 recherchent une berline familiale, 1 sur 6 une citadine et 5 % un véhicule 4×4.
• Quant aux visiteurs préférant un véhicule à moteur diesel, 50 % d'entre eux sont intéressés par une berline familiale, 5 % par un véhicule haut de gamme, et le quart par un véhicule 4×4.

1. Justifier les affirmations suivantes :
   a. 330 visiteurs sont intéressés par un véhicule 4×4.
   b. 240 visiteurs sont intéressés par une citadine à moteur diesel.
2. Compléter le tableau de la feuille annexe (exercice 1)
3. On choisit au hasard un visiteur parmi les 1 800 et on admet que chaque visiteur a la même probabilité d'être choisi. Soit A l'évènement « Le visiteur est venu avec l'intention d'acheter un véhicule à moteur diesel » et B l'évènement « Le visiteur est intéressé par une berline familiale ».
   a. Calculer $p(\text{A})$ et $p(\text{B})$ en donnant les résultats sous la forme de fractions irréductibles.
   b. Définir par une phrase chacun des deux évènements $\text{A} \cap \text{B}$ et $\overline{\text{A}}$.
   c. Calculer $p(\text{A}\cap\text{B})$ et $p(\overline{\text{A}})$ en donnant les résultats sous la forme de fractions irréductibles.
4. On interroge au hasard un visiteur intéressé par une citadine et on désire déterminer la probabilité P qu'il soit intéressé par une motorisation essence. Quelle est la valeur de P ?
   (Donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible).

EXERCICE 2 **12 points**

Partie A

1. Voici un premier extrait du discours du directeur financier de la société A datant de janvier 2003 : « *À partir de 1992, notre société a vu son chiffre d'affaire baisser de 60 000 euros par an, à tel point qu'en 1997, son chiffre d'affaire était tombé à 100 000 euros.* »
   Si on note u_0 le chiffre d'affaire de la société A en 1992, u_1 le chiffre d'affaire de la société A en 1993, ..., u_5 le chiffre d'affaire de la société A en 1997, justifier que u_0, u_1, u_2, u_3, u_4 et u_5 sont les termes consécutifs d'une suite arithmétique de premier terme $u_0 = 400000$ et de raison $a = -60000$.
2. Voici un second extrait du même discours : « *Nous avons alors réagi et mis en place un plan de redressement qui a permis à notre société de voir son chiffre d'affaires progresser de* 40 % *par an.* »
   On note v_0 le chiffre d'affaire de la société A en 1997, v_1 le chiffre d'affaire de la société A en 1998,... , v_5 le chiffre d'affaire de la société A en 2002.
   On a $v_0 = 100000$. Calculer le chiffre d'affaire en euros de la société A pour l'année 1998 et celui pour l'année 1999.

3. Compléter le premier tableau de l'annexe (exercice 2).
4. Placer les points de coordonnées $(x_i\ ;\ y_i)$ dans un repère orthogonal (1 cm pour une année sur l'axe des abscisses et 2 cm pour 100 000 euros sur l'axe des ordonnées).
5. Quelle est la variation en pourcentage entre le chiffre d'affaire de la société A pour l'année 1997 et celui atteint par cette société en 2002 ?

Partie B

Soit f la fonction définie, pour tout nombre réel x de l'intervalle $[0\,;\,10]$, par :

$$f(x) = 1\,000\left(x^3 - 1,5x^2 - 60x + 400\right).$$

1. **a.** Pour tout nombre réel x de l'intervalle $[0\,;\,10]$, calculer $f'(x)$ où f' désigne la fonction dérivée de la fonction f.

   b. Vérifier que pour tout x de l'intervalle $[0\,;\,10]$, on a
   $f'(x) = 3\,000(x-5)(x+4)$.

   c. Déterminer, 1e signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0\,;\,10]$. En déduire les variations de f sur $[0\,;\,10]$.

   d. Tracer le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,10]$.
2. Compléter le deuxième tableau de l'annexe (exercice 2)
3. Dans le repère utilisé dans la **partie A, question 4**, tracer la représentation graphique de f.

Partie C

Il y a peu, le directeur financier d'une société B déclarait : « *La fonction f définie ci-dessus correspond bien à l'évolution de notre chiffre d'affaire durant les onze dernières années. De* 400 000 *euros, nous avons vu notre chiffre d'affaires baisser et, ayant mis en place un plan de redressement, il a réussi à remonter jusqu'à* 650 000 *euros.* »

1. Quel a été le chiffre d'affaire minimum de la société B sur cette période de onze ans ?
2. Quelle est, pour la société B, la variation en pourcentage entre le chiffre d'affaire minimum et le chiffre d'affaire maximum ?
3. En comparant les résultats des sociétés A et B de 1997 à 2002, quelle société a eu la progression la plus spectaculaire ?

ANNEXE

(à rendre avec la copie d'examen)

Tableau relatif à l'exercice 1

Nombre de visiteurs intéressés par	un moteur diesel	un moteur essence	Total
une citadine	240		
une berline familiale		350	
un véhicule haut de gamme			
un véhicule 4×4			330
Total		600	1 800

Tableaux relatifs à l'exercice 2

Partie A question 3

année	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002
rang x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	u_0	u_1	u_2	u_3	u_4	$u_5 = v_0$	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5
chiffre d'affaire y_i						100 000					

Partie B question 2

x	0	2	4	6	8	10
$f(x)$		282 000				

∽ Baccalauréat STT ACC - ACA Polynésie ∾ septembre 2003

EXERCICE 1 **9 points**

Le tableau ci-dessous présente la part en pourcentage des dépenses des ménages français consacrée à l'alimentation et celle consacrée aux services de santé.

Années	1960	1965	1970	1975	1980	1985	1990	1995
Rang de l'année	0	5	10	15	20	25	30	35
Part des produits alimentaires (en %)	33,3	29,6	26	23,5	21,4	20,7	19,2	18,2
Part des services de santé (en %)	6	6,1	6,9	7,8	7,7	8,4	9,5	10,3

Source : INSEE (les chiffres de l'économie – Alternatives économiques HS numéro 50)

Par exemple, dans le tableau précédent, les dépenses alimentaires, en 1970, représentent 26 % des dépenses des ménages français.

1. **a.** Représenter, dans un repère orthogonal, le nuage de points d'abscisse le rang de l'année et d'ordonnée la part en pourcentage des produits alimentaires en prenant pour unités graphiques :
   - 1 cm pour 5 unités sur l'axe des abscisses ;
   - 0,5 cm pour 1 unité sur l'axe des ordonnées.

   b. L'aspect du nuage conduit à choisir pour ajustement affine la droite D_1 d'équation : $y = -0,418x + 31,31$. Construire la droite D_1 dans le repère précédent.

   c. En utilisant l'ajustement précédent, estimer la part en pourcentage des dépenses alimentaires des ménages français en 2005. On donnera ce pourcentage avec un seul chiffre après la virgule.
2. **a.** Sur le même graphique que précédemment, construire le nuage de points d'abscisse le rang de l'année et d'ordonnée la part en pourcentage des services de santé.

   b. Déterminer les coordonnées du point moyen G_2 de ce nuage et placer G_2 sur le graphique.

   c. L'aspect du nuage conduit à choisir pour ajustement affine la droite D_2 passant par G_2 et admettant comme coefficient directeur 0,123. Déterminer une équation de D_2 et la tracer.
3. **a.** Déterminer graphiquement les coordonnées du point d'intersection de D_1 et D_2.

   b. Déterminer par le calcul les coordonnées du point d'intersection de D_1 et D_2 à 0,1 près.

   c. Quelles prévisions fondées sur les ajustements précédents, l'abscisse de ce point d'intersection permet-elle de réaliser ?

EXERCICE 2 **11 points**

PREMIÈRE PARTIE

Dans une entreprise piscicole, un bassin contient 100 poissons dont :
- dix tanches de moins de 40 centimètres ;
- vingt tanches mesurant strictement plus de 40 centimètres et moins de 60 centimètres ;
- dix carpes de moins de 40 centimètres ;
- quinze carpes mesurant strictement plus de 40 centimètres et moins de 60 centimètres ;
- trente carpes mesurant strictement plus de 60 centimètres ;
- cinq brèmes mesurant strictement plus de 40 centimètres et moins de 60 centimètres ;
- dix brèmes mesurant strictement plus de 60 centimètres.

Reproduire et compléter le tableau suivant :

Taille t (en cm) \ Poissons	Tanches	Carpes	Brèmes	Total
$0 \leqslant t \leqslant 40$			0	
$40 < t \leqslant 60$		15		
$t > 60$	0			
Total				100

On admet que tous les poissons du bassin ont la même probabilité d'être pêchés.
On pêche un poisson dans le bassin.

1. Quelle est la probabilité de l'évènement E_1 : « le poisson pêché est une tanche » ?
2. Quelle est la probabilité de l'évènement E_2 : « le poisson pêché mesure strictement plus de 40 centimètres et moins de 60 centimètres » ?
3. Quelle est la probabilité de l'évènement E_3 : « le poisson pêché est une tanche et mesure strictement plus de 40 centimètres et moins de 60 centimètres » ?
4. Quelle est la probabilité de l'évènement E_4 : « le poisson pêché mesure strictement plus de 40 centimètres et moins de 60 centimètres ou c'est une tanche » ?

DEUXIÈME PARTIE

Un bassin A contient 100 poissons dont exactement 20 gardons. Un bassin B contient x gardons et 100 poissons autres que des gardons. x est un nombre entier compris entre 1 et 30.
On admet que, dans chaque bassin, tous les poissons ont la même probabilité d'être pêchés.

1. Un poisson est pêché dans le bassin A. Quelle est la probabilité p_A que ce soit un gardon ?
2. Un poisson est pêché dans le bassin B. Quelle est la probabilité p_B que ce soit un gardon ?
3. On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[1 ; 30]$ par

$$f(x) = \frac{x}{x+100}.$$

   a. Calculer $f'(x)$ pour tout x de l'intervalle $[1 ; 30]$.

   b. Étudier le sens de variations de f sur $[1 ; 30]$.

   c. Construire la courbe représentative de f dans un repère orthogonal en prenant pour unités graphiques :
   - 0,5 cm pour 1 unité sur l'axe des abscisses,
   - 20 cm pour 1 unité sur l'axe des ordonnées.

   d. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 0,2$.

4. Combien doit-on placer au minimum de gardons dans le bassin B pour que p_B soit supérieur à p_A ?
   Justifier la réponse.

Baccalauréat A.C.A. - A.C.C. Nouvelle-Calédonie novembre 2003

Exercice 1 **10 points**

Première partie

En 1998, en France, les trois sports comptant le plus de licencié(e)s étaient le football, le tennis et le judo (et disciplines associées) avec les effectifs suivants :

sport	effectif	dont un pourcentage de femmes de
football	2 034 085	1,4
tennis	1 039 013	34,2
judo	552 689	23,0
total	3 625 787	

(source : Tableaux de l'économie française 2001-2002)

1. Montrer que le pourcentage de licencié(e)s pour le football est de $56,1$ par rapport au total de licencié(e)s ; de $28,7$ pour le tennis et de $15,2$ pour le judo. Les valeurs sont arrondies à $0,1$ près.
2. Dans la suite on considère un groupe de 1 000 licencié(e)s, les pourcentages de la première question restant identiques.
   a. Montrer que la valeur arrondie à l'entier du nombre de femmes pratiquant le football est 8.
   b. Reproduire et compléter le tableau suivant en arrondissant à l'entier.

	football	tennis	judo	total
femmes	8			
hommes				
total	561	287		1 000

3. Les probabilités demandées seront données à 0,001 près. On choisit au hasard une personne parmi ces 1000 licencié(e)s.
   Calculer la probabilité des évènements suivants :
   a. évènement A : « la personne choisie est une femme »,
   b. évènement B : « la personne choisie est un homme pratiquant le tennis ».
   c. évènement C : « la personne choisie pratique le tennis ou est une femme ».
4. On interroge une femme licenciée. Calculer la probabilité qu'elle pratique le football.

Deuxième partie

En 1998, le nombre de licencié(e)s pour l'ensemble des sports était 9 456 855. D'après une étude sur les 10 années précédentes ce nombre de licencié(e)s augmente en moyenne de $1,5\,\%$ par an et on admet que cette tendance se poursuit.
Soit u_0 le nombre de licencié(e)s en 1998 pour l'ensemble des sports.

1. Calculer le nombre u_1 de licencié(e)s en 1999, arrondi à l'entier.
2. Montrer que la suite (u_n) est une suite géométrique de raison 1,015. Exprimer u_n en fonction de n.
3. Calculer le nombre de licencié(e)s en 2003 en arrondissant à l'entier.

Exercice 2 **10 points**

Un artisan fabrique des bottes sur mesure. Toute paire de bottes est donc commandée, fabriquée et vendue. La courbe $\mathcal{C}$ jointe au sujet représente la fonction c qui, à chaque nombre x de paires de bottes fabriquées associe le coût de fabrications de ces x objets. Cette courbe est à compléter et à remettre avec votre copie.

I Lecture graphique

1. Quel est le coût de fabrication de 11 paires de bottes ?
2. Lire la valeur de $c(19)$.
3. Combien d'objets sont fabriqués pour un coût de 5 100 € ?
4. Chaque paire de bottes est vendue 201 €. Soit R la fonction telle que $R(x) = 201x$.
   Que représente le nombre $R(x)$?
5. **a.** Tracer la représentation graphique de R sur la feuille où est donnée la représentation graphique $\mathscr{C}$ de c.
   b. Déterminer graphiquement le nombre de paires de bottes que l'artisan doit fabriquer pour être bénéficiaire ; expliquer la démarche.

II Étude de la fonction *c*

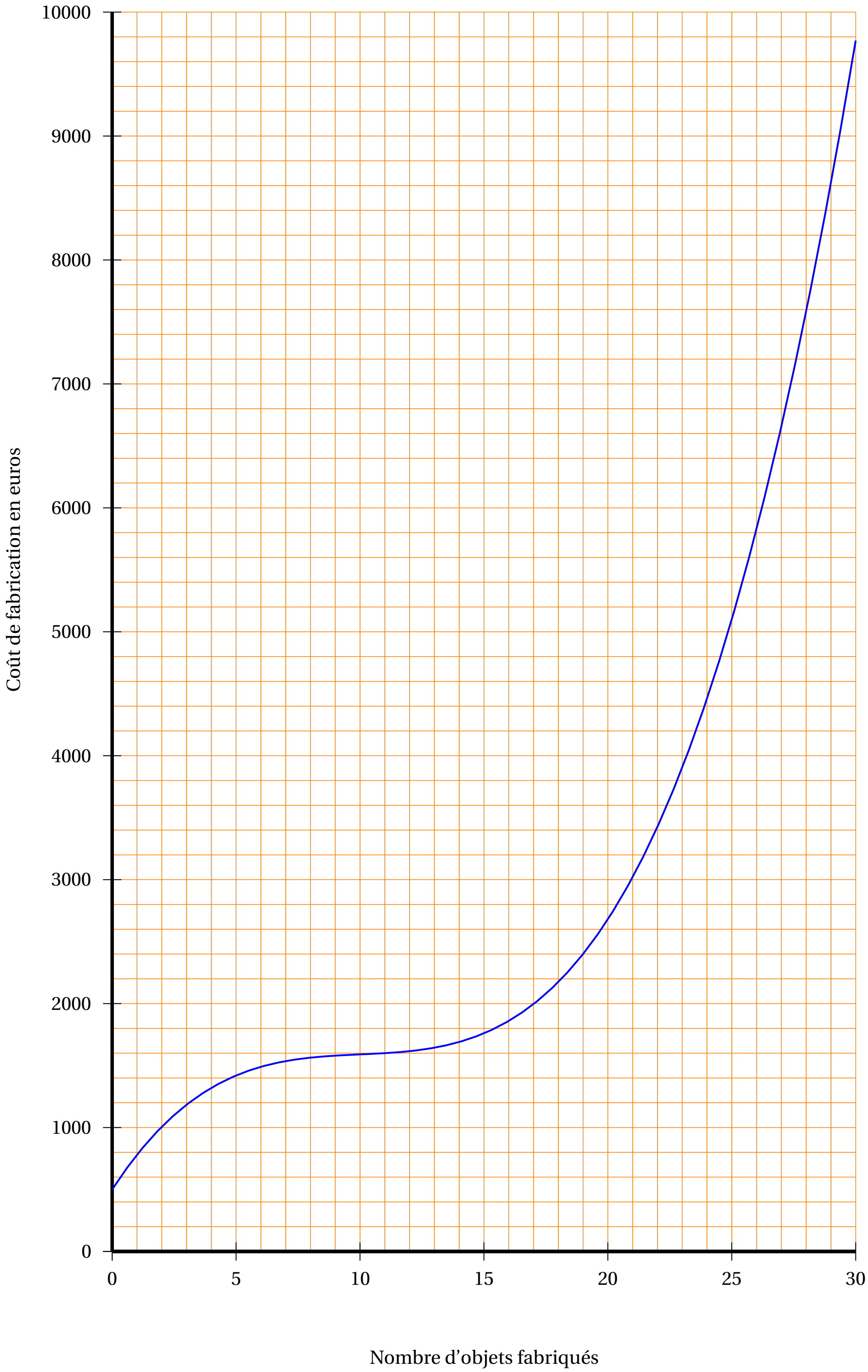
On sait maintenant que pour x appartenant à $[0\,;30]$, $c(x) = x^3 - 30x^2 + 309x + 500$.

1. Calculer la dérivée c' de la fonction c et montrer que $c'(x) = 3(x-10)^2 + 9$.
   Déterminer le signe de $c'(x)$.
2. En déduire le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;30]$.

III Étude du bénéfice

1. Montrer que le bénéfice obtenu pour la fabrication et la vente de x paires de bottes est $b(x) = -x^3 + 30x^2 - 108k - 500$.
2. Calculer la dérivée b' de la fonction b et montrer que $b'(x) = -3(x-2)(x-18)$.
3. À l'aide d'un tableau de signes, étudier le signe de $b'(x)$ sur l'intervalle $[0\,;30]$ et en déduire le tableau de variations de la fonction b sur $[0\,;30]$.
4. Combien de paires de bottes faut-il fabriquer pour obtenir un bénéfice maximum ?
   Quelle est la valeur de ce bénéfice maximum ?

DOCUMENT À COMPLÉTER ET À RENDRE AVEC LA COPIE



Baccalauréat STT C.G. – I.G. Pondichéry mars 2003

EXERCICE 1 **6 points**

A. Le plan est muni d'un repère orthonormal $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.
On considère la figure représentée en annexe. On notera $\mathcal{D}$ la partie grisée.

1. Déterminer une équation de la droite (CB) et une équation de la droite (CD).
2. Écrire un système d'inéquations caractérisant la partie de plan grisée, frontières comprises. (On justifiera la réponse).

B. Une entreprise embauche des commerciaux, les uns sous contrat A travaillant 35 h et payés 550 euros par semaine, les autres sous contrat B travaillant 20 h et payés 220 euros par semaine. Le chef d'entreprise peut embaucher au plus :
- 8 personnes sous contrat A,
- 15 personnes sous contrat B.

Il dispose de 370 h de travail et d'un budget de 5 060 euros par semaine.

1. On note x le nombre de personnes embauchées sous contrat A, y le nombre de personnes sous contrat B. Traduire les informations ci-dessus par un système d'inéquations.
2. Vérifier que ce système est équivalent à celui trouvé dans la question **A 2.** pour des nombres x et y entiers.
3. On estime à 30 le nombre de ventes hebdomadaires effectuées par un commercial sous contrat A, à 16 celles effectuées par un commercial sous contrat B.
   a. Exprimer en fonction de x et y le nombre global N de ventes effectuées par semaine.
   b. Les couples $(x\,;\,y)$ correspondant à la réalisation de N ventes sont les coordonnées de points d'une droite D_N dont on donnera une équation. Construire sur la figure fournie en annexe la droite D_{320} correspondant au cas $N = 320$.
   c. Déterminer alors graphiquement le nombre de commerciaux sous contrat A et le nombre de commerciaux sous contrat B qu'il faut embaucher pour réaliser un nombre de ventes maximal par semaine. Quel est ce dernier nombre ? (On expliquera la méthode utilisée).

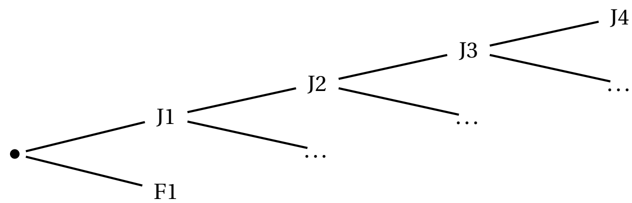
EXERCICE 2 **5 points**

Les parties A et B sont indépendantes.
Un professeur d'une classe de terminale STT donne à ses élèves l'interrogation suivante :

1. Déterminer $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\text{e}^x - x\right)$.
2. Soit $f(x) = \text{e}^{2x}$. Déterminer, pour tout réel x, $f'(x)$.
3. Résoudre : $\text{e}^{-2x} > \text{e}^{x+1}$.
4. Résoudre : $\text{e}^x < 3$.

A. Répondre aux questions posées ci-dessus
B. Pour chacune des questions de l'interrogation, le professeur propose deux réponses l'une juste, l'autre fausse. On les nommera par exemple pour la question 1 : J1, F1 ; pour la question 2 : J2, F2, etc. L'élève Lambda, n'ayant rien appris, répond au hasard à chacune des questions. Il donne une « réponse complète », c'est-à-dire une liste de quatre résultats, par exemple : (J1, F2, F3, J4).

1. Reproduire et achever l'arbre suivant donnant l'ensemble de toutes les réponses complètes possibles. Combien y a-t-il de réponses complètes possibles ?



2. Combien y a-t-il de réponses complètes ayant le premier résultat juste ?
3. Déterminer la probabilité des évènements suivants (les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles).
   a. Tous les résultats donnés sont justes.
   b. Le premier résultat donné est juste.
   c. La réponse contient exactement un résultat juste.
   d. La réponse contient au moins un résultat juste.
4. Sachant que le premier résultat est juste, quelle est la probabilité que l'élève ait exactement deux résultats exacts ? (Le résultat sera donné sous forme de fraction irréductible).

PROBLÈME **9 points**

A- Soit la fonction g définie sur $]0~;~+\infty[$ par :

$$g(x) = x^2 - 18\ln x + 18.$$

1. Calculer $g'(x)$ et vérifier que, pour tout $x > 0$, $g'(x) = \dfrac{2(x-3)(x+3)}{x}$.
2. Déterminer alors le signe de $g'(x)$ suivant les valeurs de x.
   Donner le tableau de variations de g en précisant la valeur exacte du minimum. (On ne demande pas d'étude de limites).
3. Déduire de ce qui précède le signe de $g(x)$ sur $]0~;~+\infty[$.

B - Soit la fonction f définie sur $]0~;~+\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{(x^2 + 18\ln x)}{x}.$$

On notera $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthogonal $\left(\text{O},~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$. (unités graphiques : 1 cm en abscisse, 0,5 cm en ordonnée).

1. a. Vérifier que, pour tout x de $]0~;~+\infty[$ $f(x) = \dfrac{x + 18\ln x}{x}$.
   b. Déterminer $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} f(x)$.
   c. Déterminer $\displaystyle\lim_{x\to 0} f(x)$.
   En déduire l'existence d'une asymptote.
2. Calculer $f'(x)$ et vérifier que, pour tout $x > 0$, $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^2}$.
3. Donner alors, en utilisant **A-3**, le signe de $f'(x)$ sur $]0~;~+\infty[$ et construire le tableau de variation de f.
4. a. Prouver que la droite D d'équation $y = x$ est asymptote à la courbe $\mathscr{C}$.
   b. Étudier, suivant les valeurs de x, le signe de $f(x) - x$. En déduire la position de $\mathscr{C}$ par rapport à (D).
5. Reproduire et compléter le tableau de valeurs suivant. Les résultats seront arrondis au dixième.

x	0,5	1	2	3	5	10	15
$f(x)$							

6. Construire $\mathscr{C}$ et ses asymptotes.

7. Vérifier que la fonction F définie par

$$F(x) = \frac{x^2}{2} + 9(\ln x)^2$$

est une primitive de f sur $]0~;~+\infty[$.
Calculer l'aire (en unités d'aire) de la partie de plan délimitée par l'axe des abscisses, la courbe $\mathscr{C}$ et les droites d'équations $x = 1$ et $x = \text{e}$.

ANNEXE (Exercice 1)
Document à rendre avec la copie

Baccalauréat C. G. – I. G. Centres étrangers juin 2003

EXERCICE 1 **4 points**

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[1\,;\,9]$ par :

$$f(x) = \frac{-x^2+10x-9}{x}.$$

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $-x^2+10x-9=0$.
2. **a.** Montrer que, pour tout x de l'intervalle $[1\,;\,9]$, on a :

$$f(x) = 10 - x - \frac{9}{x}.$$

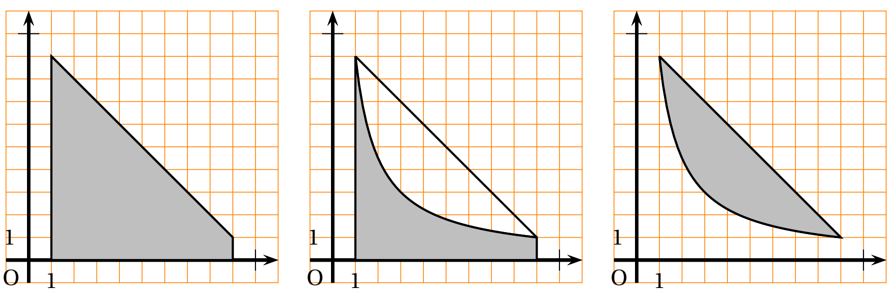
   b. Calculer alors l'intégrale $\mathrm{I} = \int_1^9 f(x)\,\mathrm{d}x$ (donner la valeur exacte).

   c. Montrer que I peut s'écrire sous la forme $a + b\ln 3$ où a et b sont deux nombres réels qu'il faut déterminer.

3. On a représenté sur chacun des graphiques ci-dessous les fonctions g et h définies sur l'intervalle $[1\,;\,9]$ par :

$$g(x) = 10 - x \quad \text{et} \quad h(x) = \frac{9}{x}.$$

   On a aussi grisé sur chacun des graphiques une partie du plan.



Graphique 1 Graphique 2 Graphique 3

On pose : $\mathrm{I} = \int_1^9 \left(10 - x - \frac{9}{x}\right)\mathrm{d}x$, $\mathrm{J} = \int_1^9 (10-x)\,\mathrm{d}x$ et $\mathrm{K} = \int_1^9 \frac{9}{x}\,\mathrm{d}x$.

Pour chacune des trois questions, reporter sur la copie la réponse exacte (il y a une seule bonne réponse par ligne).

Q1	Quelle est l'intégrale qui permet de calculer l'aire hachurée sur le graphique 1 ?	I	J	K
Q2	Quelle est l'intégrale qui permet de calculer l'aire hachurée sur le graphique 2 ?	I	J	K
Q3	Quelle est l'intégrale qui permet de calculer l'aire hachurée sur le graphique 3 ?	I	J	K

EXERCICE 2 **5 points**

Un jeu télévisé permet aux candidats sélectionnés de se voir verser chaque mois pendant une durée maximale de douze mois une somme d'argent dont le montant initial le premier mois est de 1 000 euros.

Le versement augmente chaque mois de 3 % sur le modèle des intérêts composés. Ainsi le 2e mois, il touchera 1 030 euros, etc.

Les questions **1.** et **2.** sont indépendantes.

1. Un candidat subit une épreuve qui permet de déterminer de façon aléatoire la durée maximale du versement. Pour cela, le candidat jette deux dés non truqués et numérotés de 1 à 6 chacun.

   Construire un tableau pour représenter tous les résultats équiprobables possibles de cette épreuve aléatoire.

2. Le candidat calcule alors la somme des deux numéros apparents sur les faces supérieures.

Cette somme représente la durée du versement en mois.

Les résultats de cette question **2.** seront donnés sous forme de fraction irréductible.

a. Calculer alors la probabilité de l'évènement A : « le candidat obtient une durée de 10 mois exactement ».

b. Calculer la probabilité de l'évènement B : « le candidat obtient une durée strictement supérieure à 6 mois ».

c. Donner un exemple d'évènement D pour lequel la probabilité est égale à $\frac{5}{18}$.

3. Dans cette question on s'intéresse à un candidat qui a reçu un versement V_1 de 1 000 € pour le premier mois. Pour chacun des 10 mois suivants, le versement augmente de 3 % par rapport au mois précédent.

a. Calculer la somme versée au candidat le 11^{e} mois. Arrondir le résultat à l'euro près.

b. Calculer la somme totale gagnée par ce candidat au bout des onze mois. Arrondir le résultat à l'euro près.

PROBLÈME **11 points**

Ce problème a pour objet l'étude d'une fonction f et la comparaison de résultats lus sur la représentation graphique de cette fonction, obtenue à l'aide d'un logiciel avec les résultats obtenus par calculs.

Partie A

Un élève a obtenu, à l'aide d'un logiciel, la représentation graphique d'une fonction f définie sur l'intervalle $[-1\ ;\ +\infty[$ dans un repère du plan d'origine O. Il a réglé la fenêtre d'affichage pour x appartenant à l'intervalle $[1\ ;\ 8]$ et pour y appartenant à l'intervalle $[-6\ ;\ 3]$.
La courbe de f dans un repère du plan d'origine O s'appelle $\mathscr{C}$. Il a aussi tracé une droite qu'il pense être la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point O.
Enfin, il a placé des points dont il pense qu'ils sont sur la droite $\mathscr{D}$ ou encore sur la courbe $\mathscr{C}$.
Voir la courbe ci-dessous.
On décide dans cette première partie de se fier à ce graphique et au travail de cet élève.
Pour répondre aux questions **1.** à **6.** ci-dessous, complétez la 3^{e} colonne du tableau donné sur la feuille Annexe à rendre avec la copie.

1. Lire sur ce graphique l'image du nombre -1 par la fonction f.

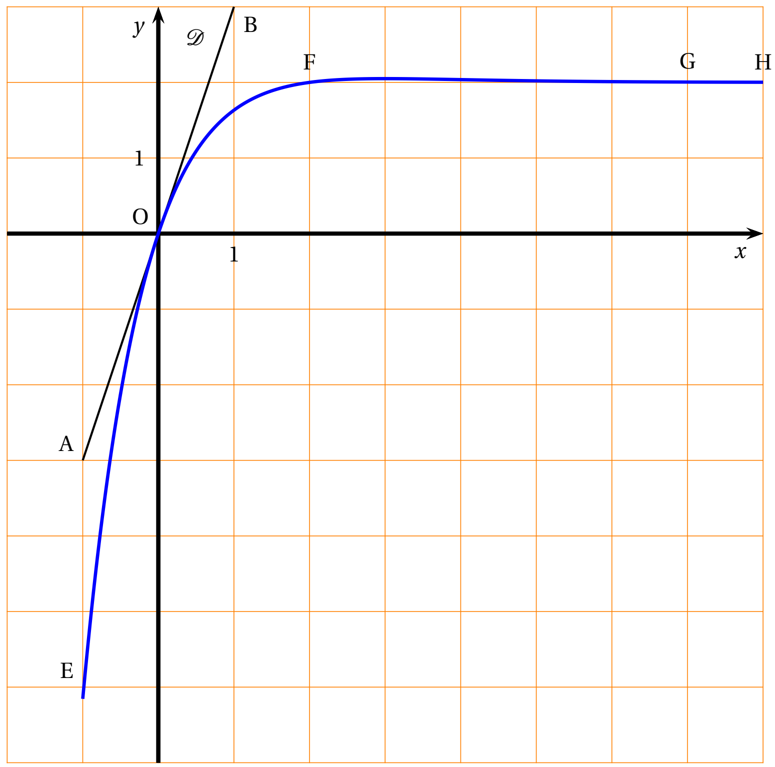
2. Lire sur ce graphique l'image du nombre 0 par la fonction f.

3. Donner l'équation de la droite $\mathscr{D}$.

4. En déduire la valeur de $f'(0)$ (on note f' la dérivée de f).

5. Quel est le signe de $f(x)$ pour x appartenant à $[-1\ ;\ 2]$?

6. L'élève dit que la fonction est constante sur l'intervalle $[7\ ;\ 8]$. Si l'élève a raison, que peut-on en déduire pour $f(x)$ lorsque x appartient à cet intervalle ?



Partie B

La fonction évoquée dans la partie A, est en fait la fonction définie sur l'intervalle $[-1\ ;\ +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{x-2}{\mathrm{e}^x} + 2.$$

1. Calculer $f(0)$.
2. Déterminer la limite de $f(x)$ en $+\infty$. On rappelle que :

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{\mathrm{e}^x}{x} = +\infty.$$

3. Interpréter graphiquement le résultat précédent.
4. En observant que $[f(x) - 2]$ est égal à $\dfrac{x-2}{\mathrm{e}^x}$ étudier le signe de cette dernière quantité pour x appartenant à l'intervalle $[2\ ;\ +\infty[$. Interpréter graphiquement le résultat.
5. Calculer $f'(x)$. Étudier le signe de $f'(x)$.
6. Dresser le tableau de variations de la fonction f.
7. Déterminer l'équation de la tangente à la courbe $\mathscr{C}$, sous la forme $y = ax + b$, au point d'abscisse 0.
8. À partir des résultats des questions **1.** à **7.** de la partie **B**, on veut revenir sur les réponses données dans la partie **A**. Compléter la dernière colonne du tableau déjà utilisé en Annexe, en écrivant « OUI » pour confirmer la réponse donnée en colonne 2 et « NON » pour infirmer cette réponse.

ANNEXE

Dans le tableau ci-dessous vous devez porter dans la troisième colonne, les réponses aux questions 1., 2., 3., 4., 5. et 6. de la partie A du problème. La dernière colonne de ce tableau sera remplie pour répondre à la question 8. de la partie B.

Questions de la partie A	Lecture sur le graphique …	Réponses (Partie A)	Je confirme ou je ne confirme pas (Question 8 de la partie B)
Question 1	image de -1 par f		
Question 2	image de 0 par f		
Question 3	équation de la droite $\mathcal{D}$		
Question 4	valeur de $f'(0)$		
Question 5	signe de $f'(x)$ pour x dans l'intervalle $[-1~;~2]$		
Question 6	$f'(x)$ avec x dans $[7~;~8]$		

Baccalauréat STT C.G - G.I. La Réunion juin 2003

EXERCICE 1 **5 points**

L'association sportive d'un lycée compte 240 adhérents, parmi lesquels il y a 130 demi-pensionnaires, les autres adhérents étant externes.
Ces adhérents doivent choisir un sport et un seul parmi les trois proposés : le basket-ball, le volley-ball et la natation.

- 66 adhérents ont choisi le basket-ball ;
- 30 % des adhérents ont choisi le volley-ball, dont 40 demi-pensionnaires ;
- 25 % des adhérents sont des demi-pensionnaires ayant choisi la natation.

1. Reproduire et compléter le tableau suivant :

	Basket-ball	Volley-ball	Natation	Total
Demi-pensionnaire				130
Externes				
Total				240

2. Dans cette question, les réponses seront données à 10^{-3} près.

a. Un élève est choisi au hasard parmi les 240 adhérents de l'association sportive. Quelle est la probabilité de chacun des évènements suivants :

- A_1 : « l'adhérent a choisi le basket-ball » ;
- A_2 : « l'adhérent est externe » ;
- A_3 : « l'adhérent est externe et a choisi le basket-ball » ;
- A_4 : « l'adhérent n'a pas choisi la natation » ?

b. Calculer la probabilité de l'évènement $A_1 \cup A_2$.

c. Un adhérent est choisi au hasard parmi les externes. Quelle est la probabilité qu'il pratique le volley-ball ?

EXERCICE 2 **4 points**

La taille moyenne d'un jeune enfant est donnée par le tableau suivant :

Âge x_i en mois	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33
Taille y_i en cm	66	71	74	77	80	83	85	88	90	92

1. Représenter le nuage des points de coordonnées $(x_i ; y_i)$ dans un repère orthogonal (1 cm représente 2 mois en abscisses, 1 cm représente 5 cm en taille en ordonnées).

2. Calculer les coordonnées du point moyen G_1 associé aux cinq premières valeurs puis celles du point moyen G_2 associé aux cinq dernières valeurs. Tracer sur le graphique la droite (G_1G_2).

3. Estimer graphiquement à partir de quel âge, en mois, la taille d'un enfant dépasse 95 cm ?

4. Déterminer une équation de la droite d'ajustement (G_1G_2).

5. Déduire de la question précédente une estimation de la taille, au centimètre près, d'un enfant de 38 mois.

PROBLÈME **11 points**

Partie A

Soit g la fonction définie sur $\left[\frac{1}{\mathrm{e}} ; +\infty\right[$ par :

$$g(x) = x^2 + 2 - 2\ln(x).$$

1. Montrer que $g'(x) = \dfrac{2\left(x^2-1\right)}{x}$.

2. En déduire le sens de variation de la fonction g. (Aucun calcul de limite n'est demandé dans cette partie, mais on précisera la valeur du minimum.)

3. Expliquer comment en déduire que g est strictement positive sur $\left[\frac{1}{\text{e}}\,;\,+\infty\right[$.

Partie B

Soit f la fonction définie sur $\left[\frac{1}{\text{e}}\,;\,+\infty\right[$ par :

$$f(x) = x + 2 + 2\frac{\ln(x)}{x}$$

et $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthonormal $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ d'unité 1 cm.

1. Calculer la valeur exacte de $f\left(\frac{1}{\text{e}}\right)$ puis en donner une valeur approchée à 10^{-2} près.
2. Étudier $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} f(x)$.
3. Montrer que la droite $\mathscr{D}$, d'équation $y = x + 2$, est asymptote à $\mathscr{C}_f$.
4. Calculer $f'(x)$ et vérifier que $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^2}$.
5. À l'aide de la partie A, étudier le signe de $f'(x)$ et en déduire le tableau de variations de f.
6. Représenter $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{D}$.

Partie C

En octobre 2000, on donne la représentation de l'euro en dollar depuis sa création. On veut réaliser un ajustement affine de cette courbe.
Une entreprise fabrique une quantité x (en tonnes) d'un certain produit pour un coût total noté $c(x)$ et un prix de vente total noté $p(x)$.
On admettra que $x, c(x)$ et $p(x)$ vérifient :

$$x \geqslant 0,6, \quad c(x) = x + 2 \quad \text{et} \quad p(x) = x + 2 + 2\frac{\ln(x)}{x}.$$

À l'aide du graphique précédent, répondre aux questions suivantes, en expliquant la méthode utilisée.

1. Pour quelles quantités de produit l'entreprise réalise-t-elle un bénéfice ?
2. Pour quelle quantité de produit l'entreprise réalise-t-elle un bénéfice maximal ?

Baccalauréat STT C.G - G.I. Métropole juin 2003

EXERCICE 1 **4 points**

En prévision du lancement d'un nouveau produit, une société a effectué une enquête auprès de clients éventuels pour fixer le prix de vente de ce produit. Les résultats sont donnés dans le tableau ci-dessous :

Prix de vente en euros x_i	9	10	11	12	13	14	15	16
Nombre d'acheteurs éventuels y_i	120	100	90	70	60	50	40	30

1. Représenter graphiquement le nuage des points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$.
   Unités : 1 cm pour 1 sur l'axe des abscisses ; 1 cm pour 10 sur l'axe des ordonnées.
2. **a.** Calculer les coordonnées du point moyen G_1 des quatre premiers points du nuage puis les coordonnées du point moyen G_2 des quatre derniers points. Placer ces points sur le graphique et tracer la droite (G_1G_2).
   b. Estimer graphiquement le prix maximum pour qu'il y ait au moins 20 acheteurs potentiels.
3. **a.** Montrer qu'une équation de la droite (G_1G_2) est $y = -12,5x + 226,25$.
   b. En utilisant cette équation, calculer le nombre d'acheteurs que l'on peut prévoir si le prix est fixé à 8 euros. Quelle serait alors la recette ?

EXERCICE 2 **6 points**

Le patron d'un restaurant prévoit l'achat de mobilier de jardin en vue d'aménager un parc pour ses clients. Il choisit deux modèles, l'un en bois, l'autre en métal.
Pour le modèle en bois, le lot comprend, une table, trois chaises, quatre fauteuils, le tout pour le prix de 2 400 euros.
Pour le modèle en métal, le lot comprend, une table, neuf chaises, deux fauteuils, le tout pour le prix de 1 600 euros.
Le projet est de disposer d'au moins 63 chaises et 30 fauteuils.

1. Soit x le nombre de lots en bois et y le nombre de lots en métal achetés par le restaurateur.
   Écrire le système des contraintes correspondant à ce problème.
2. Déterminer graphiquement l'ensemble des points M du plan dont les coordonnées vérifient le système suivant (unité graphique : 1 cm).

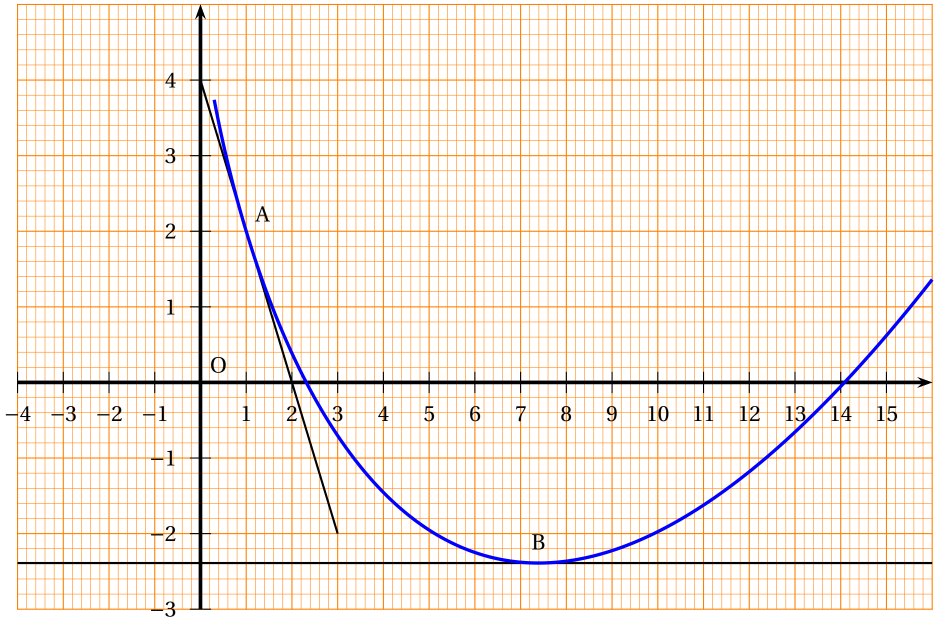
$$\left\{\begin{array}{lcl} x & \geqslant & 0 \\ y & \geqslant & 0 \\ x+3y & \geqslant & 21 \\ 2x+y & \geqslant & 15 \end{array}\right.$$

   On hachurera la partie du plan qui ne convient pas.
3. Exprimer en fonction de x et y la dépense d correspondant à l'achat de x lots en bois et y lots en métal.
4. Déterminer l'équation de la droite D correspondant à une dépense de 21 600 euros et représenter D dans le repère précédent.
5. Déterminer graphiquement les couples à coordonnées entières occasionnant une dépense inférieure ou égale à 21 600 euros.
6. Quel est le couple à coordonnées entières qui assurera la dépense minimale ?
   Donner alors le montant de cette dépense.

PROBLÈME **10 points**

Partie A

On donne la courbe représentative $\mathscr{C}$ d'une fonction f définie sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$.
Cette courbe passe par les points A (1 ; 2) et B d'abscisse e^2. On a représenté les tangentes à $\mathscr{C}$ en A et B.



À l'aide du graphique, déterminer

1. les valeurs de $f(1)$, $f'(1)$ et $f'\left(\mathrm{e}^2\right)$.
2. un encadrement par deux entiers consécutifs de chacune des solutions de l'équation $f(x) = 0$.

Partie B

La fonction f précédente est définie sur $]0~;~+\infty[$ par l'expression

$$f(x) = x\ln(x) + ax + b.$$

En utilisant les résultats $f(1)$ et $f'(1)$, déterminer les valeurs de a et b.
Vérifier que la valeur de $f'(\mathrm{e}^2)$ lue graphiquement convient.

Partie C

On admet que la fonction f est définie sur $]0~;~+\infty[$ par

$$f(x) = x\ln(x) - 3x + 5.$$

1. **a.** On admet : $\lim\limits_{x \to 0} x\ln(x) = 0$. Calculer : $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$.

   b. Montrer que $f(x) = x[\ln(x) - 3] + 5$.
   Calculer : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.
2. Résoudre par le calcul $f'(x) \geqslant 0$.
3. Dresser le tableau complet des variations de f.

Partie D

On donne la fonction G définie sur $[0~;~+\infty[$ par :

$$G(x) = \frac{1}{2}x^2\ln(x) - \frac{1}{4}x^2.$$

1. Montrer que $G'(x) = x\ln(x)$.
2. En déduire une primitive F de f.
3. Calculer l'aire, en unité d'aire, de la partie du plan comprise entre la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = 2$. Donner la valeur exacte puis une valeur approchée à 10^{-3} près.

∽ Baccalauréat Polynésie STT CG - IG juin 2003 ∾

Coefficient 4 Durée 3 heures

La calculatrice est autorisée.

EXERCICE 1 **4 points**

Un examinateur doit interroger, dans un certain ordre, quatre candidats : Albert, Bertrand, Camille et Dominique. Il doit donc établir une liste ordonnée de quatre noms.

1. Déterminer le nombre de listes possibles (on pourra s'aider d'un arbre).

   On suppose que l'examinateur tire la liste ordonnée des quatre noms au hasard, chaque liste possible ayant la même probabilité.

   Pour les questions suivantes, les probabilités seront données sous forme de fractions irréductibles.

2. Déterminer la probabilité de chacun des évènements suivants :
   - E : « Bertrand est interrogé en premier » ;
   - F : « Camille est interrogé en dernier » ;
   - G : « Dominique est interrogée avant Bertrand ».
3. Définir par une phrase l'évènement $E \cap F$ et en donner sa probabilité.
4. Définir par une phrase l'évènement $E \cup F$ et en donner sa probabilité.

   Note : les probabilités conditionnelles ne sont pas au programme.

EXERCICE 2 **6 points**

Afin de renouveler l'équipement de ses 60 ouvriers, un chef de chantier a besoin pour l'année de 2 casques au plus par personne, de 3 paires de bottes au plus par personne et d'au moins 4 bleus de travail par personne.
Pour cela il contacte deux fournisseurs qui lui font les propositions suivantes :
Le fournisseur A : un lot de 10 casques, 6 paires de bottes et 8 bleus de travail pour 1 200 euros.
Le fournisseur B un lot de 3 casques, 5 paires de bottes et 10 bleus de travail pour 1 800 euros.

1. On note x le nombre de lots A et y le nombre de lots B achetés par le chef de chantier. Montrer que les contraintes de cette situation peuvent se traduire par le système d'inéquations suivant :

$$\left\{\begin{array}{lcl} y & \leqslant & \dfrac{-10}{3}x+40 \\ y & \leqslant & \dfrac{-6}{5}x+36 \\ y & \geqslant & \dfrac{-4}{5}x+24 \end{array}\right. \quad \text{où} \quad x \quad \text{et} \quad y \quad \text{sont des nombres entiers naturels.}$$

2. Dans un repère orthonormal où 1 cm représente 2 unités, mettre en évidence en la coloriant la partie de plan dans laquelle se trouve l'ensemble des points $M(x\,;\,y)$ solutions du système précédent.
3. Exprimer en fonction de x et de y la dépense occasionnée par l'achat des x lots A et des y lots B.
4. Tracer sur le même graphique la droite (D) correspondant à une dépense de 45 000 euros. Combien y a-t-il de solutions entraînant une dépense strictement inférieure à cette valeur ?
5. Déterminer graphiquement une valeur de $(x\,;\,y)$ entraînant une dépense minimale et donner cette dépense.

PROBLÈME **10 points**

Dans ce problème, on étudie un ajustement pertinent d'un nuage de points.

Partie A

Le tableau 1 ci-dessous donne le taux d'équipement en matériel informatique des ménages américains :

a	1975	1980	1985	1990	1995	2000
y en %	10	15	30	50	69	79

On pose $x = \dfrac{a - 1975}{5}$ pour obtenir le tableau 2 suivant :

x	0	1	2	3	4	5
y	10	15	30	50	69	79

1. Tracer un repère orthogonal faisant apparaître les abscisses de 0 à 9 et les ordonnées de 0 à 100 (on prendra 2 cm = 1 unité en abscisse et 2 cm = 10 unités en ordonnée). Tracer dans ce repère le nuage de points $(x\,;\ y)$ correspondant aux données du tableau 2.
2. On estime à 86,54 millions le nombre de foyers américains en 1980 et à 103,85 millions en 1995.
   a. Déterminer le nombre de foyers équipés en 1980.
   b. Déterminer le nombre de foyers équipés en 1995.
   c. Calculer le pourcentage d'augmentation du nombre de foyers équipés entre 1980 et 1995.

Partie B

On se propose d'obtenir un ajustement du nuage à l'aide du graphe de la fonction définie sur $[0\,;\ +\infty[$ par

$$f(x) = \frac{100}{1 + 9\text{e}^{-0,7x}}.$$

1. **a.** Montrer que la courbe représentative de la fonction f passe par le point de coordonnées $(0\,;10)$.
   b. Calculer une valeur de $f(5)$ arrondie à l'unité près.
2. **a.** Déterminer la limite de $f(x)$ quand x tend vers $+\infty$.
   En déduire l'existence d'une asymptote.
   Que peut-on en déduire pour l'évolution du taux d'équipement ?
   b. On désigne par f' la fonction dérivée de f sur $[0\,;\ +\infty[$. Calculer $f'(x)$ et déterminer son signe.
   c. Donner le tableau de variations de f.
   d. Compléter le tableau ci-dessous (les valeurs de $f(x)$ seront données au dixième le plus proche).
   e. Tracer la représentation graphique de f dans le repère déjà utilisé à la **partie A**.
   f. Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geqslant 95$ (on fera apparaître les tracés sur le graphique).
   Que peut-on en déduire au sujet du taux d'équipement ?

∽ Baccalauréat STT CG - IG Antilles septembre 2003 ∾

Coefficient 2 Durée 2 heures

La calculatrice est autorisée.

EXERCICE 1 **6 points**

Pour étudier le taux de mortalité dans des colonies de rats, un laboratoire de recherche dispose d'une cage aménagée de 92 m^2.
Pour une série d'expériences, les conditions sont les suivantes :

- La colonie recevra 10 kg (10 000 g) de nourriture par jour.
- En moyenne, un mâle mange 30 g de nourriture par jour et a besoin de 0,5 m^2.
- En moyenne, une femelle mange 40 g de nourriture par jour et a besoin de 0,2 m^2.
- Le nombre de mâles doit être inférieur ou égal à 1,5 fois le nombre de femelles.

Pour que cette étude, basée sur des séries statistiques, soit la plus fiable possible, on veut définir le nombre maximal de rats que doit contenir la cage.
On notera donc x le nombre de mâles et y le nombre de femelles placés dans la cage.

1. Traduire l'ensemble des contraintes de ce problème sous la forme d'un système d'inéquations en x et y.
2. Justifier que ce système est équivalent au système :

$$(\text{S})\quad \left\{\begin{array}{lcl} x & \geqslant & 0\\ y & \geqslant & 0\\ 3x+4y & \leqslant & 1000\\ 5x+2y & \leqslant & 920\\ 2x & \leqslant & 3y \end{array}\right.$$

3. Représenter graphiquement l'ensemble des points $M(x\,;\,y)$ dont les coordonnées sont solutions du système (S) dans un repère orthonormal où 1 cm représente 20 unités. (20 rats).
4. On note n le nombre de rats de la colonie. On a donc $x+y=n$.
   $x+y=n$ est l'équation d'une droite notée $\mathcal{D}_n$.
   a. Déterminer le coefficient directeur de $\mathcal{D}_n$.
   b. Expliquer pourquoi, pour deux nombres n et p de rats, les droites $\mathcal{D}_n$ et $\mathcal{D}_p$ sont parallèles.
   c. Tracer la droite $\mathcal{D}_{100}$ correspondant à $n=100$ rats.
5. On note T le nombre maximal de rats que le laboratoire doit mettre dans la cage pour respecter les conditions de l'expérience.
   a. Expliquer comment tracer la droite $\mathcal{D}_{\text{T}}$ correspondant à T rats. Tracer $\mathcal{D}_{\text{T}}$.
   b. Déterminer graphiquement le nombre T.
   c. À l'aide de la représentation graphique, déterminer combien de mâles et de femelles on doit mettre dans la cage.
   d. Devrait-il rester de la nourriture en fin de journée ?

EXERCICE 2 **5 points**

Les résultats de l'étude réalisée par un laboratoire de recherche sur le taux de mortalité en fonction du nombre d'individus dans des colonies de rats sont présentés dans le tableau ci-dessous.

Nombre initial de rats dans la colonie	40	80	120	160	200	240	280	320
Nombre moyen de rats décédés*	0,36	1,6	2,6	4,6	9,4	14,9	26,0	45,4

**Ce nombre moyen correspond à la moyenne des décès lors d'expériences sur un nombre identique de rats.*

Le **taux de mortalité** est le pourcentage de décès par rapport au nombre initial de rats dans la colonie.

1. Le tableau suivant représente le taux moyen de mortalité (exprimé en pourcentage arrondi à 0,1 % près) en fonction du nombre de rats de la colonie.

Nombre initial x_i de rats dans la colonie	40	80	120	160	200	240	280	320
Taux moyen de mortalité y_i	0,9							

Reproduire et compléter ce tableau.

2. Dans un repère orthogonal, représenter le nuage de points associé à la série statistique $(x_i\ ;\ y_i)$. On prendra comme unités 1 cm pour 20 rats sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 1 % sur l'axe des ordonnées.
3. Calculer les coordonnées du point moyen G de ce nuage.
4. On propose d'ajuster le nuage par la droite d d'équation :

$$y = 0,043x - 2,44$$

obtenue à l'aide d'un tableur.

On suppose, dans les deux questions suivantes, que d réalise un ajustement linéaire acceptable.

   a. Justifier que G appartient à d.

   b. Tracer la droite d.

   c. Quel serait le taux de mortalité si le nombre de rats était de 400 ?

   d. À partir de combien de rats le taux de mortalité dépasserait-il 20 % ?

5. Une série d'expériences avec 360 rats a donné un taux moyen de mortalité de 22,6 %. L'ajustement linéaire proposé vous paraît-il être satisfaisant ?

PROBLÈME **9 points**

Partie A

On a défini une corrélation entre le nombre d'individus d'une colonie de rats et le taux de mortalité dans cette colonie sous la forme d'une suite définie par récurrence par :

$$\begin{cases} U_0 & = & 0,74 & \text{et} \\ U_{n+1} & = & 1,44U_n & \end{cases}$$

où n est le nombre de groupes de 40 rats présents dans la colonie et U_n est le taux de mortalité dans cette colonie.

1. Recopier et compléter le tableau suivant (on arrondira au dixième)

Nombre initial de rats dans la colonie	40	80	120	160	200	240	280	320
n	1	2	3	4	5	6	7	8
U_n								

2. Quelle est la nature de la suite (U_n) ? Exprimer U_n en fonction de n.
3. On constate que $e^{0,364} \approx 1,44$. Justifier que :

$$U_n \approx 0,74e^{0,364n}.$$

Partie B

On définit donc la fonction f sur $[0\ ;\ +\infty[$ par :

$$f(x) = 0,74e^{0,364x}.$$

1. Déterminer la fonction f', dérivée de f sur $[0\ ;\ +\infty[$.
2. Déterminer le signe de $f'(x)$ sur $[0\ ;\ +\infty[$. En déduire les variations de f sur $[0\ ;\ +\infty[$.

3. Calculer la limite de $f(x)$ quand x tend vers $+\infty$.
4. Le taux de mortalité ne pouvant être supérieur à 100 %, on considère que notre modèle mathématique n'est fiable que jusqu'à un taux de mortalité de 30 %.
   a. Résoudre l'équation $f(x) = 30$. (On donnera la valeur exacte de la solution puis la valeur arrondie au dixième).
   b. En déduire le nombre de rats à partir duquel notre modèle n'est plus valable.

Partie C

On cherche à modéliser le taux de mortalité pour un nombre de rats supérieur ou égal à 400 ($x \geqslant 10$).
On définit la fonction G sur $[10 ; +\infty]$ par :

$$G(x) = 100 - 0,0655\mathrm{e}^{(9-0,2x)}.$$

1. Déterminer la limite de $G(x)$ lorsque x tend vers$+\infty$.
2. On admettra que G réalise un modèle du taux de mortalité satisfaisant pour plus de 400 rats.
   Calculer le taux de mortalité pour 800 rats dans la colonie ($x = 20$).

Baccalauréat STT C.G.-I.G. Métropole septembre 2003

EXERCICE 1 **4 points**

Dans une urne on a placé 26 cartons sur lesquels ont été peintes en bleu les 6 voyelles, en bleu les 10 premières consonnes et en rouge les 10 dernières consonnes de l'alphabet français.
Tous les résultats de cet exercice seront donnés sous forme de fractions irréductibles.

1. On tire au hasard un carton de l'urne.
Soit A l'évènement : « la lettre obtenue est bleue »,
B l'évènement : « la lettre obtenue est une consonne ».
  a. Calculer les probabilités de A et de B.
  b. Définir par une phrase l'évènement $A \cap B$ puis calculer la probabilité de $A \cap B$.
  c. Définir par une phrase l'évènement $A \cup B$ puis calculer la probabilité de $A \cup B$.

2. On tire au hasard un carton sur lequel la lettre est peinte en bleu. Quelle est la probabilité qu'on obtienne une consonne ?

3. On tire au hasard un carton sur lequel figure une consonne. Quelle est la probabilité que cette consonne soit bleue ?

EXERCICE 2 **6 points**

La production de l'entreprise AZ a été relevée depuis 1986. Le rang de l'année est noté x_i, la production est exprimée en tonnes et notée y_i ; les résultats sont consignés dans le tableau suivant :

Année t	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994
x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
y_i	600	700	650	800	750	100	400	350	1050

Année t	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002
x_i	10	11	12	13	14	15	16	17
y_i	1300	1050	1200	1300	1150	1500	1650	1500

1. **a.** Construire le nuage de points associé à la série $(x_i\ ;\ y_i)$ dans un repère orthogonal d'unités graphiques :
- axe des abscisses : 1 cm ;
- axe des ordonnées : 1 cm pour 100 tonnes.

  b. Au cours de l'année t les installations de l'entreprise ont été presque détruites, indiquer l'année t et justifier votre réponse.
  c. On décide de pratiquer un ajustement linéaire, quelles années est-il raisonnable de supprimer ?

2. On considère les deux sous-nuages N_1 et N_2 associés respectivement aux 5 premières années et aux 9 dernières années (les années 1991, 1992, 1993 sont écartées).
  a. Calculer les coordonnées des points moyens G_1 et G_2 des 2 nuages N_1 et N_2.
  Placer ces points sur le graphique.
  b. Montrer qu'une équation de la droite d'ajustement (G_1G_2) est $y = 60x + 520$.
  Tracer cette droite.
  c. Déterminer le point moyen G de la série privée des trois couples $(x_6,\ y_6)$, $(x_7,\ y_7)$, $(x_8,\ y_8)$.
  Le point G appartient-il à la droite $(G_1\ G_2)$? Justifier par un calcul.
  d. Déterminer graphiquement une estimation de la production en l'an 2005.
  e. Par le calcul, estimer l'année à partir de laquelle la production dépassera 2 000 tonnes.

PROBLÈME **10 points**

La courbe $(\mathscr{C})$, donnée en annexe, est la courbe représentative de la fonction f définie sur $]-\infty\ ;\ +\infty[$ par :

$$f(x) = 4x + 2 - \mathrm{e}^{2x}.$$

Le point A a pour coordonnées (1 ; 3). Le point B a pour coordonnées (0 ; 1). La droite (AB) est tangente à la courbe $(\mathcal{C})$ en B.

Partie A

1. **a.** Déterminer une équation de la droite (AB) et en déduire $f'(0)$.
   b. Résoudre graphiquement l'inéquation : $f'(x) \geqslant 0$.
   c. Quelle limite de f en $+\infty$ le graphique laisse-t-il prévoir ?
2. Justifier à l'aide du graphique que l'équation : $f(x) = 0$ possède deux solutions notées α et β.
   Donner, grâce à une lecture graphique, un encadrement de chacune de ces solutions à 0,5 près.

Partie B

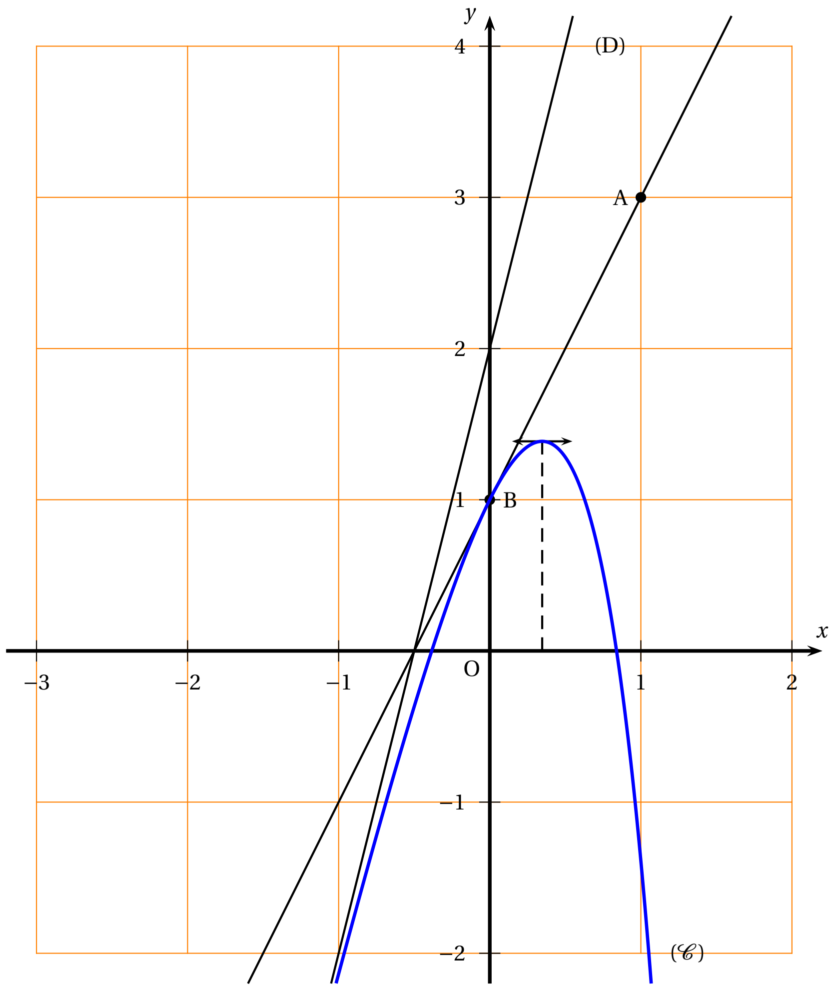
1. **a.** En utilisant l'expression de $f(x)$, déterminer la limite de f en $-\infty$.
   b. Montrer que la droite (D), d'équation $y = 4x + 2$, est asymptote à la courbe $(\mathcal{C})$ quand x tend vers $-\infty$.
2. **a.** Vérifier que pour tout x : $f(x) = \mathrm{e}^{x}\left(4\dfrac{x}{\mathrm{e}^{x}} + \dfrac{2}{\mathrm{e}^{x}} - \mathrm{e}^{x}\right)$.
   b. Quelle est la valeur de : $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} \frac{x}{\mathrm{e}^{x}}$.
   c. Déterminer alors la limite de f en $+\infty$.
3. **a.** Calculer $f'(x)$ et étudier son signe.
   b. Dresser le tableau de variations de f. Calculer exactement le maximum.

Partie C

1. Hachurer la partie du plan limitée par la courbe $(\mathcal{C})$, l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x = 0$ et $x = \dfrac{1}{2}$.
2. Vérifier que la fonction définie par : $F(x) = 2x^2 + 2x - \dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{2x}$ est une primitive de f.
3. En déduire l'aire de la partie hachurée en unités d'aires (on donnera la valeur exacte puis une valeur approchée à 0,01 près).

Annexe (à rendre avec la copie)

Courbe représentative de la fonction f



Baccalauréat STT CG - IG Polynésie septembre 2003

Coefficient 2 Durée 2 heures

La calculatrice est autorisée.

EXERCICE 1 **6 points**

Le tableau suivant indique l'évolution du pourcentage de vente des monospaces par rapport aux ventes totales de véhicules neufs d'un concessionnaire entre 1995 et 2002.
x représente le rang de l'année et y le pourcentage correspondant.

Année	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002
x	1	2	3	4	5	6	7	8
y	6,4	8	10,1	11,1	12,7	14,4	15	15,9

1. Représenter, dans un repère orthonormal $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ d'unité graphique 1 cm le nuage des points $M(x\,;\,y)$ de cette série.
On graduera l'axe des ordonnées à partir de 5.

2. **a.** Déterminer les coordonnées du point moyen G de la série.
On estime que la droite $\mathcal{D}$ passant par G de pente $1,4$ réalise un ajustement affine du nuage représenté.

b. Déterminer une équation de la droite $\mathcal{D}$.

c. Tracer la droite $\mathcal{D}$ sur le graphique précédent.

3. En utilisant l'ajustement affine donnée par la droite $\mathcal{D}$:

a. estimer graphiquement le pourcentage de monospaces neufs vendus en 2003 ;

b. estimer, par le calcul, en quelle année le pourcentage de vente des monospaces atteindra 25 %.

EXERCICE 2 **5 points**

Pour poser une mosaïque, un carreleur dispose de carreaux dont 25 % sont jaunes, les $\dfrac{2}{5}$ sont bleus et les 525 restants sont blancs.

1. Quel est le pourcentage de carreaux blancs ?
Montrer que le carreleur dispose de 1 500 carreaux.

2. Certains carreaux sont abîmés : ils représentent 4 % des jaunes, 5 % des bleus et 4 % des blancs.
Recopier et finir de compléter le tableau suivant :

	Carreaux jaunes	Carreaux bleus	Carreaux blancs	Total
Abîmés				
Non abîmés				
Total			525	1 500

3. Le carreleur prend un carreau au hasard, tous les carreaux ayant la même probabilité d'être choisis. On considère les évènements suivants :

- A : « le carreau est blanc »
- B : « le carreau n'est pas abîmé »
- C : « le carreau est bleu ».

Calculer les probabilités $p(\text{A})$, $p(\text{B})$ et $p\left(\overline{\text{C}}\right)$.
Les résultats seront donnés sous forme décimale exacte.

4. Définir par une phrase les évènements $\text{A} \cap \text{B}$ et $\text{A} \cup \text{B}$ puis calculer leur probabilité.
Les résultats seront donnés sous forme décimale exacte.

5. Le carreleur choisit au hasard un carreau non abîmé, quelle est la probabilité pour qu'il soit blanc ?
Le résultat sera donné sous forme d'une valeur décimale arrondie à 10^{-2} près.

PROBLÈME **11 points**

Ce problème a pour objet l'étude des principales méthodes d'analyse au programme de la série.
Soit la fonction f définie sur $]0 ; +\infty[$ dont la représentation graphique $\mathscr{C}$ sur l'Intervalle $[0,5 ; 12]$ est donnée en annexe. La droite $\mathscr{T}$ est la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 1.

Partie A

Pour chacune des 5 questions, reporter sur la copie la ou les lettres correspondant aux réponses exactes.

		Réponse A	Réponse B	Réponse C
1.	Quelle est l'image de 1 par f ?	-4	2,3	$-3,5$
2.	Quelle est la valeur de $f'(1)$?	1,5	8	-12
3.	Quelle est l'équation réduite de la tangente $\mathscr{T}$?	$y=-8x-12$	$y=8x-12$	$y=12x+8$
4.	D'après le graphique, quel est le nombre de solutions de l'équation $f(x)=0$ sur $[0,5 ; 12]$?	1	2	3
5.	Dans quel(s) intervalle(s) y a-t-il une solution ?	$[1 ; 2]$	$[0 ; 1,5]$	$[11 ; 12]$

Partie B

La fonction f précédente est définie sur $]0 ; +\infty[$ par :

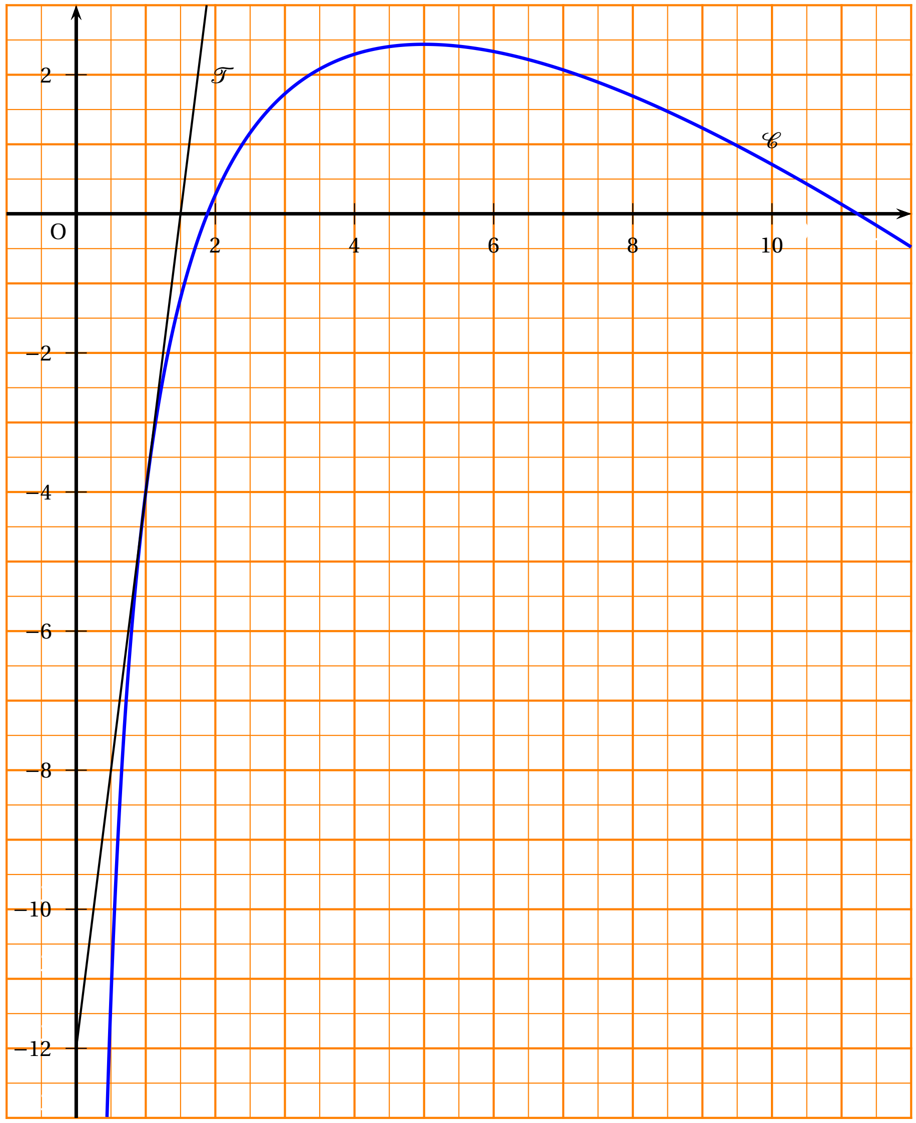
$$f(x)=4\ln x-\frac{5}{x}-x+2.$$

1. **a.** Calculer la limite de f en 0. Interpréter graphiquement ce résultat.
   b. Mettre x en facteur dans l'expression de $f(x)$ et en déduire la limite de $f(x)$ lorsque x tend vers $+\infty$.
2. On désigne par f' la dérivée de f sur $]0 ; +\infty[$.
   a. Calculer $f'(x)$ sur $]0 ; +\infty[$.
   b. Résoudre l'équation : $4x+5-x^2=0$.
   En déduire une factorisation de l'expression $-x^2+4x+5$.
   c. Montrer que : $f'(x)=\dfrac{(5-x)(x+1)}{x^2}$.
   d. En déduire les variations de f et dresser son tableau de variations. Indiquer dans le tableau la valeur exacte de $f(5)$ et les limites.
3. **a.** Reproduire le tableau suivant et le compléter en donnant les valeurs décimales de $f(x)$ arrondies à 10^{-2} près.

x	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2
$f(x)$							

   b. En déduire un encadrement à 0,1 près de la plus petite des solutions de l'équation $f(x)=0$.

Annexe



Partie C

On considère la fonction g définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ par

$$g(x) = x(\ln x - 1).$$

1. Montrer que g est une primitive de la fonction ln. En déduire une primitive F de f sur $]0\ ;\ +\infty[$.
2. Déterminer une valeur approchée à l'unité près de l'aire $\mathscr{A}$ de la partie du plan limitée par la courbe $\mathscr{C}$ l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = 3$ et $x = 8$.

∽ Baccalauréat STT C.G-G.I. Nouvelle-Calédonie ∾ novembre 2003

EXERCICE 1 **4 points**

Un journal financier hebdomadaire propose à ses lecteurs chaque semaine une prévision faite par 100 analystes financiers.
L'indice CAC 40 est composé des quarante plus grandes sociétés cotées à la bourse de Paris.
L'indice NM (nouveau marché) est composé principalement de petites valeurs de haute technologie.
Pour la semaine qui vient, chaque analyste prévoit l'évolution d'un seul des deux indices :

— soit l'évolution du CAC 40, sous la forme : Hausse, Stable, ou Baisse ;
— soit l'évolution de l'indice NM sous la forme : Hausse, Stable, ou Baisse.

Sur les 100 analystes financiers, 80 prévoient l'évolution du CAC 40, et parmi ceux-ci :

- 70 % prévoient la hausse de l'indice
- 10 % prévoient un marché stable de cet indice.

De plus, sur les 100 analystes, 12 au total prévoient que l'indice qu'ils suivent va rester stable.
Deux parmi les analystes qui suivent l'indice NM prévoient une baisse de cet indice.

1. Recopier et compléter le tableau suivant :

	CAC 40	NM	Total
Hausse			
Stable			12
Baisse		2	
Total	80		100

Les résultats des probabilités demandées dans les questions **2, 3 et 4** *seront donnés sous forme de fraction, puis sous forme décimale arrondie au centième.*

2. On choisit au hasard un analyste financier parmi les 100.
Calculer les probabilités des évènements suivants :
A : « l'analyste prévoit une baisse de l'indice CAC 40 »,
B : « l'analyste prévoit une hausse de l'indice NM ».
3. On choisit au hasard un analyste qui suit l'indice NM.
Calculer la probabilité pour que cet analyste prévoie une hausse du nouveau marché.
4. On choisit au hasard un analyste qui prévoit un marché stable.
Calculer la probabilité pour que cet analyste suive l'évolution de l'indice du CAC 40.

EXERCICE 2 **5 points**

Partie A

1. Représenter graphiquement dans un repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ d'unité graphique 1 cm, les droites D_1, D_2 et D_3 d'équations respectives :
$D_1 \quad : \quad x+y=8$
$D_2 \quad : \quad x+2y=16$
$D_3 \quad : \quad 4x+y=22.$
Déterminer, à l'aide d'un calcul les coordonnées du point d'intersection des droites D_2 et D_3.
2. Résoudre graphiquement le système d'inéquations suivant :

$$\left\{\begin{array}{lcl} x & \geqslant & 0\\ y & \geqslant & 0\\ x+y & \geqslant & 8\\ x+2y & \leqslant & 16\\ 4x+y & \leqslant & 22 \end{array}\right.$$

On hachurera l'ensemble des points dont les coordonnées ne sont pas solutions du système.

Partie B

Un artisan joaillier se voit confier par une bijouterie le travail suivant :
Il doit fabriquer deux types de bagues avec des rubis et des saphirs.
Une bague de type A possède 1 rubis et 4 saphirs.
Une bague de type B possède 2 rubis et 1 saphir.
Par semaine, l'artisan doit fabriquer au moins 8 bagues et il dispose au maximum de 16 rubis et de 22 saphirs.
On note x le nombre de bagues de type A fabriquées et y te nombre de bagues de type B fabriquées. Les nombres x et y sont des nombres entiers.

1. Déterminer un système d'inéquations portant sur x et y traduisant les contraintes du problème.
2. Représenter sur le graphique de la partie A, les points dont les coordonnées x et y satisfont aux contraintes du problème.
3. Déterminer le nombre maximal de bagues que cet artisan peut fabriquer chaque semaine.
   Expliquer la démarche utilisée.

PROBLÈME **11 points**

On donne sur un feuille réponse fournie en annexe et **à rendre avec la copie** la représentation graphique $\mathscr{C}_f$, d'une fonction f définie sur l'intervalle $\text{I} = [-2,5\ ;\ +\infty[$. Le repère choisi $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ est orthonormal et d'unité graphique 2 cm.

Partie A : Observation de la courbe $\mathscr{C}_f$

En utilisant la courbe $\mathscr{C}_f$ répondre, sans justification, aux questions suivantes :

1. Quelles sont les valeurs de $f(0)$ et de $f'(-1)$?
2. Encadrer chacune des deux solutions de l'équation $f(x) = 0$, par deux entiers consécutifs.
3. Que peut-on prévoir quant à la limite de la fonction f en $+\infty$?

Partie B : étude de la fonction f

La fonction f ainsi représentée est définie dans $\text{I} = [-2,5\ ;\ +\infty[$ par :

$$f(x) = (x+2)\text{e}^{-x} - 1.$$

1. **a.** Vérifier que, pour tout réel x supérieur ou égal à $-2,5$, on a :
   $f(x) = \dfrac{x}{\text{e}^x} + \dfrac{2}{\text{e}^x} - 1.$

   b. On sait que $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\text{e}^x}{x}$. En déduire $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x}{\text{e}^x}$, puis $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

   c. En déduire que la courbe $\mathscr{C}_f$, admet une asymptote que l'on précisera.
2. Calculer $f'(x)$; résoudre dans l'intervalle I l'équation $f'(x) = 0$ puis l'inéquation $f'(x) \geqslant 0$.
3. Soit T La tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$, au point d'abscisse 0.
   Construire la droite T sur le graphique donné en annexe.

Partie C : Calcul d'une aire

1. **a.** Soit g la fonction définie sur $\text{I} = [-2,5\ ;\ +\infty[$ par :

   $$g(x) = (x+2)\text{e}^{-x}.$$

   Prouver que la fonction G définie sur I par : $G(x) = (-x-3)\text{e}^{-x}$ est une primitive, sur I, de la fonction g.

   b. Déterminer alors une primitive de la fonction f sur I.

c. En déduire la valeur exacte de l'intégrale $\displaystyle\int_{-1}^{0} f(x)\,\mathrm{d}x$.

2. **a.** Hachurer, sur le graphique donné en annexe, le domaine du plan compris entre les droites d'équation $x = -1$, $x = 0$, $y = 0$ et la courbe $\mathscr{C}_f$.

b. Calculer l'aire, exprimée en cm^2, du domaine hachuré. On donnera la valeur exacte et sa valeur arrondie au centième.

T.S.V.P.

Annexe
À COMPLÉTER ET À RENDRE AVEC LA COPIE