∽ Baccalauréat STT 2004 ∾
L'intégrale de mars à novembre 2004

Pour un accès direct cliquez sur les liens bleus

Baccalauréat STT ACC–ACA Nouvelle–Calédonie mars 2004

EXERCICE **7 points**

Une enquête portant sur 5 000 clients d'une grande surface spécialisée en informatique a montré que 80 % des clients avaient bénéficié des conseils d'un vendeur.
De plus 70 % des clients qui ont bénéficié des conseils d'un vendeur ont effectué un achat alors que 20 % seulement des clients qui n'ont pas bénéficié des conseils d'un vendeur ont effectué un achat.

1. **a.** Combien de clients ont bénéficié des conseils d'un vendeur ?

   b. Parmi les clients ayant bénéficié des conseils d'un vendeur, combien ont effectué un achat ?

   c. Recopier et compléter le tableau suivant :

	Ont effectué un achat	N'ont pas effectué d'achat	Total
Ont bénéficié des conseils d'un vendeur			
N'ont pas bénéficié des conseils d'un vendeur			
Total			5 000

2. On interroge au hasard un des clients sur lequel a porté l'enquête et on admet qu'il y a équiprobabilité.
   On considère les évènements suivants :
   A : « le client a bénéficié des conseils d'un vendeur »,
   B : « le client a effectué un achat ».

   a. Déterminer la probabilité de l'évènement A puis celle de l'évènement B.

   b. Définir par une phrase les évènements $A \cap B$ et $A \cup B$.

   c. Calculer les probabilités $p(A \cap B)$ et $p(A \cup B)$ des évènements $A \cap B$ et $A \cup B$.

3. On interroge au hasard un des clients qui a effectué un achat et on admet qu'il y a équiprobabilité.
   Quelle est la probabilité qu'il ait bénéficié des conseils d'un vendeur ?

PROBLÈME **13 points**

Une entreprise de menuiserie produit et vend des tables.
L'objectif de ce problème est de comparer les recettes et les coûts provoqués par cette activité.
On note x le nombre de tables fabriquées chaque semaine, x étant un nombre entier compris entre 3 et 12.
Le coût total de production de ces x tables, exprimé en centaine d'euros, est donné par :

$$C_T = 0,25x^2 + x + 20,25.$$

Partie A : étude de fonction

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[3\,;\,12]$ par :

$$f(x) = 0,25x^2 + x + 20,25.$$

Pour tout entier x de l'intervalle $[3\,;\,12]$, on a : $C_T = f(x)$.

1. Calculer $f'(x)$ où f' désigne la dérivée de la fonction f.
   Montrer que la fonction f est croissante sur l'intervalle $[3\,;\,12]$.
2. Reproduire et compléter le tableau suivant :

x	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$f(x)$							49,5			

3. Tracer la représentation graphique $\mathscr{C}$ de la fonction f dans un repère orthogonal.
   Unités graphiques : axe des abscisses : 1 cm pour 1,
   axe des ordonnées : 1 cm pour 5.

Partie B Recherche d'un prix de vente.

Toutes les tables fabriquées sont vendues et l'entreprise doit fixer le prix de son produit. On note $R(x)$ la recette, en centaine d'euros, occasionnée par la vente de x tables.

1. La première proposition est un prix dc 550 euros par table.
   a. Calculer $R(10)$ dans ce cas.
   b. Donner l'expression de $R(x)$ en fonction de x.
   c. À l'aide de la question 2 de la partie A, expliquer pourquoi ce prix de vente ne peut pas convenir sur le plan commercial.
2. La seconde proposition est un prix unitaire de 630 euros.
   a. Calculer $R(x)$ dans ce cas.
   b. Représenter sur le graphique précédent la droite d'équation : $y = 6,3x$.
   c. En déduire graphiquement, en justifiant la réponse, les valeurs entières de x appartenant à l'intervalle $[3\,;\,12]$ pour lesquelles la recette sera strictement supérieure au coût total.
3. On se propose de déterminer le nombre de tables fabriquées et vendues pour avoir un bénéfice maximum.
   a. Montrer que l'expression du bénéfice est :

$$B(x) = -0,25x^2 + 5,3x - 20,25.$$

   b. Calculer $B'(x)$ où B' désigne la dérivée de la fonction B. En déduire les variations de la fonction B sur l'intervalle $[5\,;\,12]$ en précisant les valeurs extrêmes de $B(x)$.
   c. En déduire la valeur de x qui procure un bénéfice maximum. On pourra calculer $B(10)$ et $B(11)$.

Baccalauréat technologique A.C.A.-A.C.C. Pondichéry –avril 2004

La calculatrice est autorisée.
Le formulaire officiel est autorisé.

EXERCICE 1 **8 points**

Dans un lycée, il n'y a qu'une classe par niveau et par série (par exemple, une seule terminale STT ACA, une seule terminale ES, etc.)
Un professeur de mathématiques a, au total, 35 élèves, répartis en deux classes, la terminale STT ACA et la terminale ES. 40 % de ses élèves sont en ES.
Dans chaque série, les garçons, peu nombreux, ne représentent que $\frac{1}{7}$ des effectifs.

1. Reproduire et compléter le tableau suivant :

	STT ACA	ES	Total
Filles			
Garçons			
Total			35

2. *Dans cette question, les résultats seront donnés sous forme de fraction irréductible et sous forme décimale, si besoin arrondie au centième.*
Le professeur croise, au hasard, un de ses élèves.

a. Quelle est la probabilité p_1 que ce soit une fille ?

b. Quelle est la probabilité p_2 que ce soit un élève de STT ACA ?

c. Quelle est la probabilité p_3 que ce soit une fille de STT ACA ?

d. L'élève croisé est une fille. Quelle est la probabilité p_4 qu'elle soit en STT ACA ?

e. L'élève croisé est en STT ACA. Quelle est la probabilité p_5 que ce soit une fille ?

3. Il est prévu, pour la rentrée 2004, que la structure du lycée ne change pas (une seule classe par niveau et par série) mais qu'il y ait, par rapport à la rentrée 2003, une augmentation des effectifs :

- d'élèves en plus en terminale STT ACA.
- 100 % d'élèves en plus en terminale ES.

Si ce professeur garde les mêmes classes, quelle sera, en pourcentage, l'augmentation du nombre de ses élèves ?

EXERCICE 2 **12 points**

Partie A

Une entreprise fabrique des jouets qu'elle vend par lots. Elle peut fabriquer jusqu'à 14 lots par jour et, lorsqu'elle fabrique et vend x lots, le coût de fabrication journalier correspondant est donné, en centaine d'euros, par :

$$C(x) = 0,2x^3 - 3,6x^2 + 21,6x - 30,$$

x appartenant à l'intervalle $[2\,;\,14]$.
De plus, le prix de vente d'un lot dépend du nombre x de lots vendus et il est exprimé, en centaine d'euros, par :

$$P(x) = 7,2 - 0,3x.$$

1. Montrer que le montant de la recette journalière correspondant à la vente de x lots est donné, en centaine d'euros, par :

$$R(x) = 7,2x - 0,3x^2.$$

2. Le graphique, représenté en annexe, décrit le montant des recettes journalières R et le coût de production C en fonction du nombre de lots x fabriqués et vendus par jour. On utilisera ce graphique pour répondre aux question **2 a, 2 b** et **2 c** suivantes :

a. Reproduire et compléter le tableau suivant. (Les résultats seront donnés en nombres entiers)

x	3	5	10	12	14
Coût de production (en centaine d'euros)					
Recette journalière (en centaine d'euros)					
Bénéfice journalier (en centaine d'euros)	11				

b. Combien doit-on produire de lots pour que l'entreprise réalise un bénéfice chaque jour ? Justifier.

c. Pour quel nombre de lots e bénéfice vous paraît-il maximum ? Justifier.

Partie B

On souhaite déterminer exactement le nombre de lots pour lequel le bénéfice est maximum. Pour tout x appartenant à l'intervalle $[2 ; 11]$ on pose :

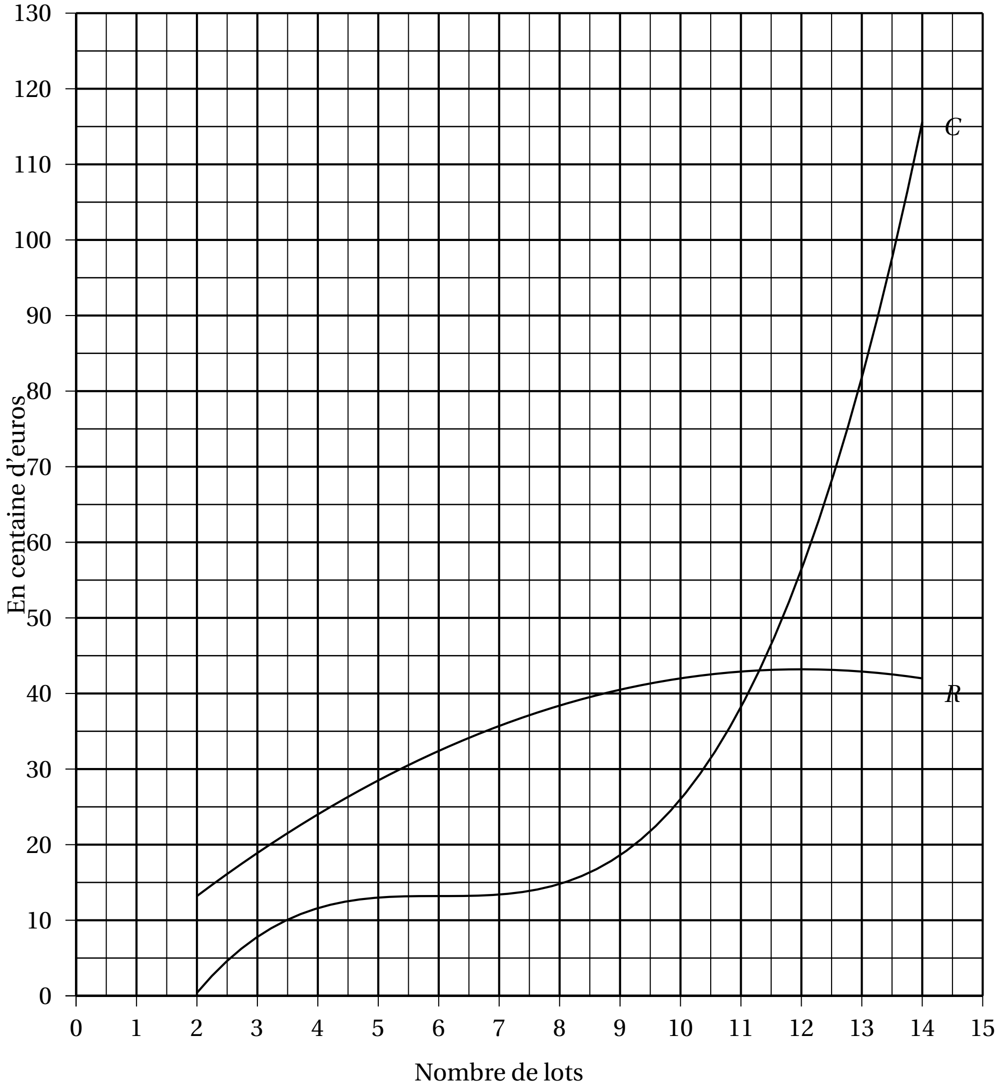
$$f(x) = R(x) - C(x) = -0,2x^3 + 3,3x^2 - 14,4x + 30.$$

1. Calculer $f'(x)$ où f'désigne la dérivée de la fonction f.
Vérifier que $f'(x) = 0,6(8 - x)(x - 3)$.

2. Déterminer le signe de $f'(x)$ pour x appartenant à l'intervalle $[2 ; 11]$. Dresser le tableau de variations de la fonction f sur cet intervalle.

3. En déduire quel doit être le nombre de lots fabriqués et vendus pour que le bénéfice journalier soit maximal. Que vaut alors ce bénéfice maximal ?

ANNEXE


130
120
110
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0
En centaine d'euros
C
R
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15
Nombre de lots

Baccalauréat STT ACC - ACA Antilles juin 2004

Coefficient 2 Durée 2 heures

La calculatrice est autorisée.

EXERCICE 1 **8 points**

Le tableau suivant donne la répartition des 1 300 salariés dune entreprise en fonction de leur salaire mensuel exprimé en euro et de leur sexe :

	[1 000 ; 1 500[	[1 500 ; 2 000[	[2 000 ; 2 500[	[2 500 ; 3 000[
Hommes	440	200	50	10
Femmes	400	180	15	5

Dans cet exercice, tous les résultats seront donnés à 10^{-2} *près.*

1. Déterminer la moyenne des variables suivantes :
   - **a.** le salaire des hommes ;
   - **b.** le salaire des femmes ;
   - **c.** le salaire du personnel.
2. On choisit une personne au hasard parmi le personnel de cette entreprise. Déterminer les probabilités des évènements suivants :
   - **a.** « cette personne est un homme » ;
   - **b.** « cette personne a un salaire compris entre 2 000 et 2 500 € » ;
   - **c.** « cette personne est un homme dont le salaire est compris entre 2 000 et 2 500 € » ;
   - **d.** « cette personne est un homme ou son salaire est compris entre 2 000 et 2 500 € ».
3. La personne choisie a un salaire compris entre 2000 et 2500 €, quelle est la probabilité que ce soit un homme ?

EXERCICE 2 **12 points**

Première partie

Pour un produit A, on a relevé au cours des huit derniers mois les prix de vente au kilogramme et les quantités achetées en milliers de tonnes :

Prix de vente en euro x_i	1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7
Quantités achetées en milliers de tonnes y_i	18	17,9	17,6	17,3	17,4	17,2	16,8	17

1. Représenter le nuage de points de coordonnées $(x_i,\ y_i)$ correspondant à cette série statistique double dans un repère orthogonal.

   On prendra pour unités graphiques :

   ➢ sur l'axe des abscisses, 2 cm pour 10 centimes d'euro, en commençant à 1 euro,

   ➢ sur l'axe des ordonnées, 2 cm pour 0,10 millier de tonnes, en commençant à 16,8 milliers de tonnes.

2. On se propose de faire un ajustement affine de ce nuage. On appelle G_1 le point moyen du nuage constitué par les quatre premiers points du tableau et G_2 le point moyen du nuage constitué par les quatre derniers points du tableau.

   a. Calculer les coordonnées de G_1 et de G_2
   b. Tracer la droite (G_1G_2)
   c. Déterminer par le calcul une équation de cette droite.

Deuxième partie

1. Soit la fonction numérique f définie sur l'intervalle $[1\,;\,20]$ par

$$f(x) = \frac{x}{4} + 1 + \frac{4}{x}.$$

   On note f' la dérivée de f' ; vérifier que $f'(x) = \dfrac{(x-4)(x+4)}{4x^2}$.
   En déduire le tableau de variations de f.

2. Le coût de production, exprimé en million d'euro, pour fabriquer q milliers de tonnes de produit A est donné par

$$C(q) = 4 + q + \frac{q^2}{4}.$$

   Pour que l'entreprise existe, la production ne peut être inférieure à un millier de tonnes de produit A et ne peut être supérieure à 20 milliers de tonnes.

   a. Déterminer $U(q)$ le coût unitaire de production d'un millier de tonnes de produit A, lorsque la production est de q milliers de tonnes.
   b. L'entreprise décide de choisir le niveau de production qui minimisera son coût unitaire.
      En utilisant la question **1** de cette même partie, déterminer cette production.

∽ Baccalauréat STT ACC - ACA Centres étrangers ∾ juin 2004

Exercice 1 **8 points**

Une enquête a été effectuée sur un échantillon de 891 personnes actives afin de connaître leur situation par rapport au chômage.
On a pu relever les renseignements suivants :

- un onzième est au chômage ; parmi ces personnes au chômage, deux sur trois relèvent du secteur privé ;
- 508 travaillent et n'ont jamais été au chômage ; parmi ces 508 personnes, 69,7% relèvent du secteur public.

1. Recopier et compléter le tableau à l'aide des renseignements fournis (on arrondira les résultats à l'entier le plus proche). On ne demandera pas dejustifier les calculs.

	Secteur public	Secteur privé	Total
Personnes travaillant et n'ayant jamais été au chômage			
Personnes travaillant et ayant déjà été au chômage	94		
Personnes au chômage			
Total		416	891

2. On contacte au hasard une des personnes interrogées. Chaque personne a la même probabilité d'être contactée. Dans cette question, les résultats seront arrondis sous forme décimale au centième.

a. Calculer la probabilité des évènements suivants
- A : « La personne relève du secteur privé » ;
- B : « La personne travaille et n'a jamais été au chômage » ;
- C : « La personne est au chômage ou a déjà été au chômage ».

b. Décrire par une phrase $A \cap B$. Calculer la probabilité de $A \cap B$ ainsi que la probabilité de $A \cup B$.

3. On contacte maintenant au hasard une des personnes du secteur privé.
Chaque personne a la même probabilité d'être choisie.

a. Quelle est la probabilité de l'évènement D : « La personne travaille et n'a jamais été au chômage ».

b. Décrire par une phrase l'évènement contraire $\overline{D}$ de D et calculer sa probabilité.

c. Comparer et commenter les probabilités des événements C et $\overline{D}$.

Problème **12 points**

Partie A

Chaque jour, une petite entreprise fabrique x centaines de cartons d'emballages (x étant compris entre 0 et 12). Le coût total de la fabrication journalière de ces cartons, en euros, est exprimé par

$$f(x) = x^3 - 12x^2 + 50x + 126.$$

1. Quel est le montant des charges fixes ?
La courbe $\mathscr{C}$ donnée en annexe (à rendre avec la copie) est la représentation graphique de la fonction f définie sur l'intervalle $[0 ; 12]$.
La courbe $\mathscr{C}$ passe par le point A(0 ; 126).

2. Lire graphiquement $f(8)$ et $f(12)$.

3. établir, à partir du graphique, le tableau de variations de la fonction f.

4. Dans le même repère, tracer la droite D d'équation $y = 50x$.

Partie B

On suppose que toute la production est vendue au prix de 50 euros les 100 cartons.
La recette journalière totale, exprimée en euros, est donnée par

$$R(x) = 50x.$$

La droite D est la représentation graphique de la fonction R.

1. a. Déterminer graphiquement le nombre minimum et le nombre maximum de cartons à fabriquer pour que l'entreprise réalise des bénéfices. (Justifier la réponse en faisant apparaître sur le graphique tous les tracés utiles.)

b. Lire graphiquement le bénéfice réalisé par la production journalière de 800 cartons (justifier la réponse en faisant apparaître sur le graphique tous les tracés utiles).

2. a. Vérifier que le bénéfice journalier $B(x)$, exprimé en euros, est donné par la fonction B définie par :

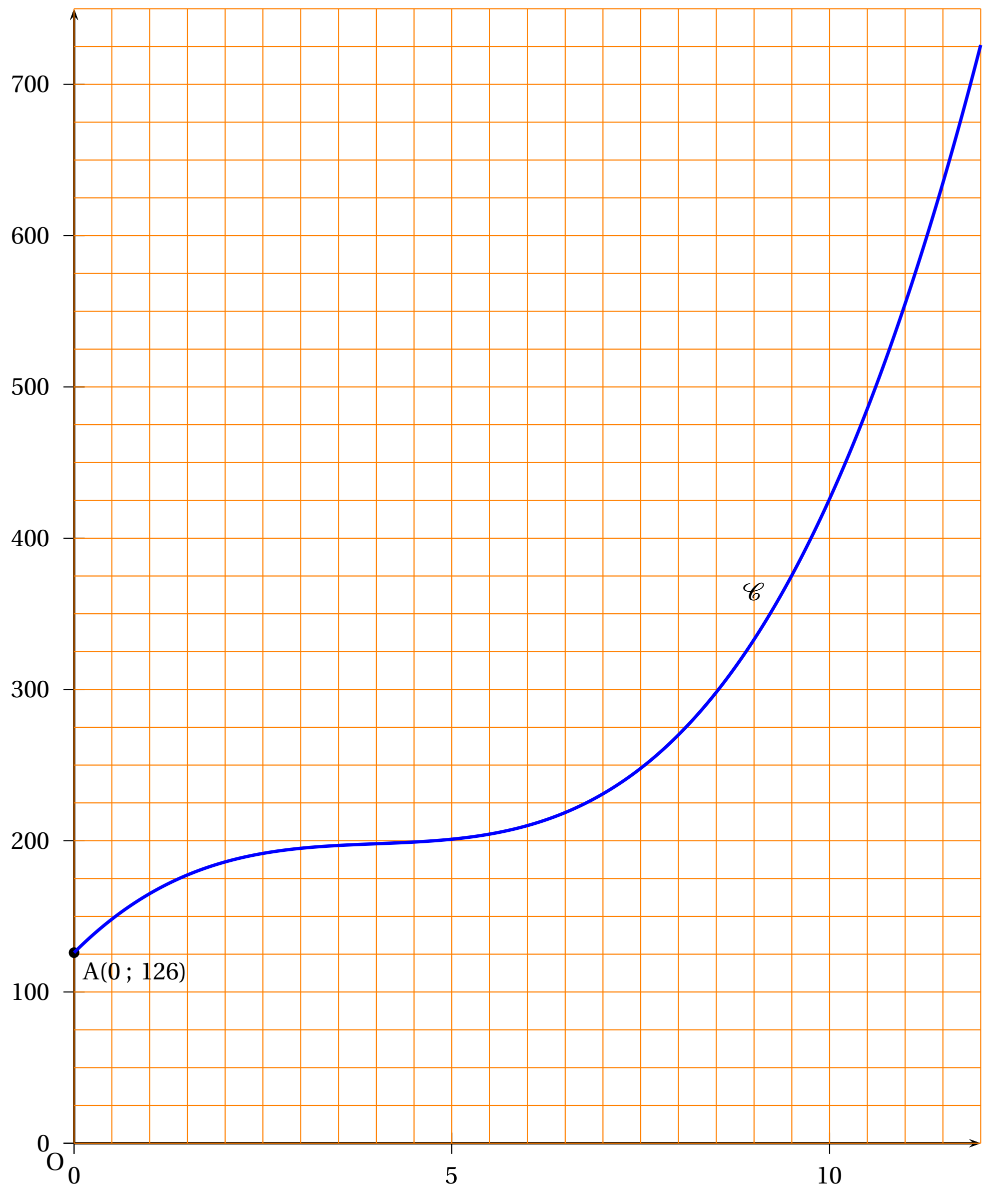
$$B(x) = -x^3 + 12x^2 - 126.$$

b. Calculer $B'(x)$ pour x compris entre 0 et 12 où B' est la fonction dérivée de la fonction B et vérifier que $B'(x) = -3x(x-8)$.

c. Étudier le signe de $B'(x)$ sur l'intervalle $[0\,;\,12]$, puis établir le tableau de variations de B.

d. En déduire le nombre de cartons à fabriquer chaque jour pour avoir un bénéfice maximal. Quel est ce bénéfice maximal ?

Annexe de l'exercice 2



∽ Baccalauréat STT A.C.C.-A.C.A. ∽ France juin 2004

EXERCICE 1 **8 points**

Les parties **A** et **B** peuvent être traitées de manière indépendante.

Partie A

Le tableau suivant donne le prix (exprimé en euros) d'une machine de 1999 à 2004.

Année	1999	2000	2001	2002	2003	2004
Rang x_i	1	2	3	4	5	6
Prix y_i	18 300	18 900	19 800	20 400	21 000	21 900

1. Construire, dans un repère orthogonal, le nuage de points de coordonnées $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ associé à cette série statistique. On prendra sur l'axe des abscisses 2 cm pour unité, sur l'axe des ordonnées 1 cm pour un millier d'euros et en commençant à graduer à partir de 10 000.
2. On choisit pour ajustement affine du nuage de points la droite D qui a pour équation $y = 700x + 17600$.
   a. Tracer la droite D dans le repère orthogonal.
   b. Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage.
   c. Montrer par le calcul que G appartient à la droite D et le placer sur le graphique.
3. Déterminer graphiquement, en faisant apparaître tous les tracés utiles, l'estimation du prix de la machine en 2005. Retrouver ce résultat par le calcul.

Partie B

Monsieur Guillaume, artisan menuisier, désire acquérir la machine en 2005. Au 1er janvier 2001, il a placé la somme de 16 000 euros, à intérêts composés au taux annuel de 6,75 %. On note u_n le capital, exprimé en euros, disponible au 1er janvier de l'année $2001 + n$.

1. Calculer u_1, u_2 et u_3 (arrondir à l'unité près).
2. Montrer qu'il ne disposera pas au 1er janvier 2005 de la somme nécessaire à l'acquisition de la machine si le prix de celle-ci est estimé à 22 500 euros.
   Quelle somme lui manquera-t-il ? (arrondir à 100 euros près).
3. Déterminer la somme, exprimée en euros, qu'il aurait dû placer au 1er janvier 2001 pour disposer du capital nécessaire à l'achat de la machine au 1er janvier 2005 (arrondir la somme à 10 euros près).

EXERCICE 2 **12 points**

Les parties **A** et **B** peuvent être traitées de manière indépendante.

Partie A

Une enquête a été réalisée auprès des consommateurs de yaourts 250 personnes ont été interrogées.

1. Parmi les personnes interrogées :
   • 36 % achètent des yaourts à la ferme ;
   • trois dixièmes achètent des yaourts moins d'une fois par semaine ;
   • les trois cinquièmes de ceux qui achètent des yaourts moins d'une fois par semaine le font à l'hypermarché.
   Aucun des clients n'achète à la fois à la ferme et à l'hypermarché.
   Recopier et compléter le tableau ci-dessous (aucune justification n'est demandée).

	Achètent une fois par semaine ou plus	Achètent moins d'une fois par semaine	Total
Achètent à la ferme	60		
Achètent à l'hypermarché			
Total			250

Les probabilités demandées dans la question **2** *ci-dessous seront données sous forme décimale.*

2. On choisit au hasard une personne parmi les 250 acheteurs, toutes les personnes ayant la même probabilité d'être choisies.
On considère les évènements :
- A : « La personne choisie achète des yaourts moins d'une fois par semaine »,
- B : « La personne choisie achète des yaourts à l'hypermarché ».

a. Calculer les probabilités $p(\text{A})$ et $p(\text{B})$.

b. Calculer $p(\text{A} \cap \text{B})$, puis en déduire $p(\text{A} \cup \text{B})$.

Partie B

Monsieur Deschamps, agriculteur, fabrique des yaourts qu'il commercialise sous la marque « Yaourts Des Champs ». Il désire promouvoir ses yaourts et fait distribuer des prospectus publicitaires dans les boîtes à lettres.
Il estime, qu'après la distribution de x milliers de prospectus, la probabilité qu'une personne prise au hasard dans la population connaisse les « Yaourts Des Champs » s'exprime par la fonction p définie par

$$p(x) = \frac{4x+1}{5x+5},$$

où x appartient à l'intervalle $[0\,;\,11]$.

1. **a.** Compléter le tableau de valeurs ci-dessous (arrondir au centième près).

x	0	1	2	3	4	8	9	11
$p(x)$								

b. Vérifier, en détaillant les calculs, que pour tout $x \in [0\,;\,11]$:

$$p'(x) = \frac{15}{(5x+5)^2},$$

où p' désigne la fonction dérivée de la fonction p.

c. Étudier le signe de $p(x)$ pour x élément de $[0\,;\,11]$. En déduire sur l'intervalle $[0\,;\,11]$ le tableau de variations de p.

d. Tracer la représentation graphique $\mathscr{C}$ de p dans un repère orthogonal.
On prendra 1 cm pour unité sur l'axe des abscisses et 20 cm pour unité sur l'axe des ordonnées.

2. Déterminer graphiquement, en faisant apparaître tous les tracés utiles, le nombre de prospectus qu'il faut distribuer pour que la probabilité qu'une personne connaisse les « Yaourts Des Champs » soit égale à

a. 0,7

b. 0,75.

En déduire le nombre de prospectus supplémentaires qu'il faut distribuer pour que la probabilité qu'une personne connaisse les « Yaourts Des Champs » passe de 0,7 à 0,75.

3. Monsieur Deschamps décide de ne faire distribuer que 5 000 prospectus.
Compte tenu des résultats précédents, expliquer son choix.

∾ Baccalauréat STT ACA - ACC La Réunion ∾ juin 2004

Coefficient 2 Durée 2 heures

La calculatrice est autorisée.

EXERCICE 1 **8 points**

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[1~;~10]$ par

$$f(x) = 2x + \frac{18}{x}.$$

La courbe représentée en annexe est la courbe représentative de cette fonction f.
L'unité graphique est 1 cm en abscisse et 0,5 cm en ordonnée.

1. Calculer $f(1)$ et $f(9)$.
Les résultats trouvés sont-ils cohérents avec le graphique ? On justifiera la réponse en fournissant les tracés nécessaires.

2. On note f' la dérivée de f.
Prouver que $f'(x) = \dfrac{2(x-3)(x+3)}{x^2}$ avec x réel de l'intervalle $[1~;~10]$.

3. Étudier le signe de f' et donner le tableau de variations complet de f sur l'intervalle $[1~;~10]$. Est-il cohérent avec la courbe fournie en annexe ? Justifier.

4. **a.** Sachant que f représente le coût total, en milliers d'euros, de la fabrication de x tonnes d'un certain produit, déterminer, par lecture graphique, le nombre de tonnes de produit à fabriquer pour que ce coût soit égal à 20 000 €.

b. Combien faut-il fabriquer de tonnes de produit pour avoir un coût total minimum ?

EXERCICE 2 **12 points**

Partie A

Un jour donné, le gérant d'un restaurant d'entreprise s'intéresse aux préférences culinaires des 500 employés qui viennent déjeuner dans son restaurant.
Ce jour-là, ils ont le choix entre du poulet, du poisson ou un steak, accompagné de frites ou de haricots verts. Chaque employé prend une viande et un légume. Il remarque que :

- 40 % des employés choisissent le poulet ; parmi ceux-ci, il y en a 150 qui choisissent des frites ;
- $\frac{1}{5}$ des employés choisit le poisson ;
- le quart des employés choisit le steak-frites ;
- toutes les personnes qui prennent du poisson l'accompagnent de haricots verts.

1. Après l'avoir reproduit, compléter le tableau suivant :

	Frites	Haricots verts	Total
Poulet	150		
Poisson			
Steak			
Total			

Les résultats du **2 a** seront donnés sous forme de fraction irréductible.

2. a. On choisit un employé au hasard parmi les 500 convives. On note A l'évènement « l'employé choisit un steak » et B l'évènement « l'employé choisit des haricots verts ».
   - Déterminer $p(\text{A})$, $p(\text{B})$ et $p(\text{A} \cap \text{B})$.
   - En déduire la probabilité pour cet employé de choisir le steak ou les haricots verts.

   b. Parmi les gens qui prennent le steak, déterminer le pourcentage de ceux qui choisissent les haricots verts en accompagnement.

Partie B

Pendant la semaine consacrée au nouvel an chinois, voulant sortir de la routine, le gérant décide de proposer à ses convives un plat exotique. Il s'inquiète de l'accueil fait à sa nouvelle recette et s'intéresse donc au nombre d'employés qui choisiront cette nouveauté.
Il obtient les résultats suivants :

Jour de la semaine	lundi	mardi	mercredi	jeudi	vendredi	samedi
Rang x_i du jour	1	2	3	4	5	6
Nombre y_i de plats exotiques choisis	29	37	63	70	112	149

1. Représenter le nuage de points M_i de coordonnées $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ associé à cette série statistique dans un repère orthogonal.

   On prendra pour unités graphiques 1 cm pour 1 unité sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 10 unités sur l'axe des ordonnées. Prévoir de faire varier x de 1 à 12 et y de 0 à 150 pour l'ensemble des questions à traiter dans la **partie B**.

   Les résultats des questions suivantes seront, si besoin est, arrondis à une décimale.

2. a. On note G_1 le point moyen du sous-nuage associé aux trois premiers jours de la semaine. Calculer les coordonnées de G_1.

   b. On note G_2 le point moyen du sous-nuage associé aux trois jours restants. Calculer les coordonnées de G_2.

   c. Vérifier par le calcul que l'équation de la droite (G_1G_2) est $y = 22,4x - 1,8$.

   d. Tracer $(\text{G}_1\ \text{G}_2)$.

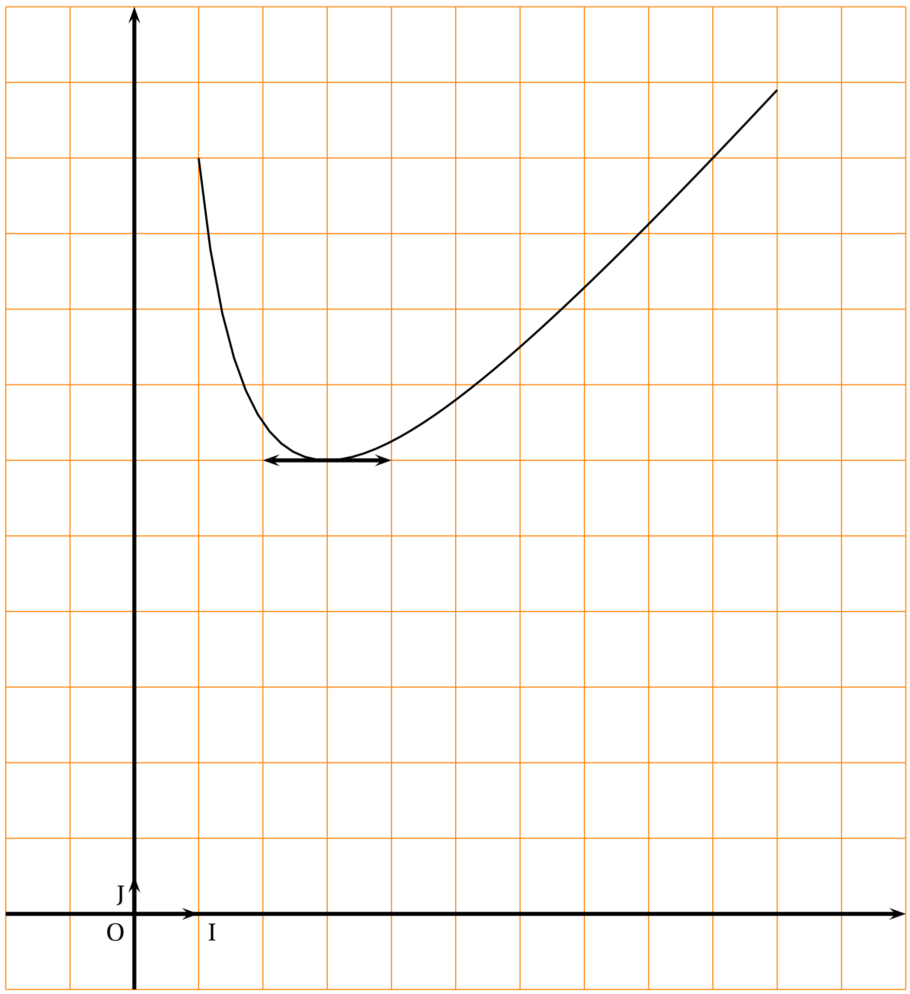
3. a. Les employés accueillent favorablement ce nouveau plat. Le gérant décide alors de le proposer sur une semaine supplémentaire.

   En supposant que la progression linéaire se poursuive de la même façon cette semaine, estimer graphiquement le nombre de plats exotiques qui seront choisis le mercredi. On effectuera tous les tracés nécessaires à cette recherche (attention, le dimanche n'est pas travaillé !).

   Retrouver ce résultat par le calcul.

   b. Déterminer, par un calcul, le jour à partir duquel plus de la moitié des employés choisira ce plat.

ANNEXE



∽ Baccalauréat STT ACC - ACA Polynésie ∾ juin 2004

Coefficient 2 Durée 2 heures

La calculatrice est autorisée.

EXERCICE 1 **9 points**

Le service social d'une usine a mené une enquête sur le moyen de transport utilisé par ses 500 employés pour se rendre sur leur lieu de travail dans une ville de province. Les résultats de cette enquête ont montré que :

- 60 % des salariés se rendent sur leur lieu de travail en voiture.
- 44 % des salariés habitent en banlieue, et parmi eux, 23 prennent l'autobus.
- 14 % des salariés habitent en ville et prennent leur voiture pour se rendre à l'usine.
- 75 employés habitent en ville et prennent l'autobus, ce qui représente un tiers de ceux qui habitent en ville.
- 50 salariés habitent à la campagne et prennent leur voiture.
- Aucun autobus ne dessert la campagne environnante.

1. Reproduire et compléter le tableau de répartition suivant :

	Nombre de salariés prenant leur voiture	Nombre de salariés prenant l'autobus	Nombre de salariés utilisant un autre moyen de transport	Totaux
Nombre de salariés vivant en ville	70			
Nombre de salariés vivant en banlieue				
Nombre de salariés vivant à la campagne	50			
Totaux				500

Les probabilités demandées dans les questions **2** *et* **3** *seront données sous forme décimale exacte ou si besoin sous forme décimale arrondie à* 0,001 *près.*

2. Lors d'une assemblée générale réunissant tous les salariés de l'usine, on interroge au hasard l'un des employés.

On considère les évènements suivants, concernant l'employé interrogé :

- A : « il prend le bus pour se rendre à l'usine ».
- B : « il habite en ville ».
- C : « il habite en banlieue et prend sa voiture pour aller au travail ».
- D : « il ne prend ni bus ni voiture pour se rendre sur son lieu de travail ».

a. Calculer $p(\text{A})$, $p(\text{B})$, $p(\text{C})$, $p(\text{D})$, probabilités respectives des évènements A, B, C, D.

b. Décrire, à l'aide d'une phrase, l'évènement : $\text{A} \cap \text{B}$. Calculer la probabilité de cet évènement.

c. Déduire des questions précédentes la probabilité de l'évènement : $\text{A} \cup \text{B}$.

d. Calculer la probabilité de l'évènement E : « il prend le bus ou habite à la campagne ».

3. On interroge au hasard un habitant de la banlieue.
Quelle est la probabilité pour que ce soit une personne prenant sa voiture pour se rendre à l'usine ?

EXERCICE 2 **11 points**

Une entreprise fabrique et vend une quantité x d'objets par jour, x étant un nombre entier compris entre 10 et 100. Elle doit assumer des charges représentant un coût total quotidien dont le montant en euro est donné par :

$$C(x) = 0,2x^2 + 8x + 500.$$

Partie A

On rappelle que le coût moyen unitaire de fabrication d'un objet est égal à $\dfrac{C(x)}{x}$.

1. Vérifier que ce coût moyen unitaire est égal à : $0,2x + 8 + \dfrac{500}{x}$.
2. On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[10 ; 100]$ par :

$$f(x) = 0,2x + 8 + \frac{500}{x}.$$

   a. Calculer $f'(x)$ où f' désigne la dérivée de la fonction f.
   b. Vérifier que $f'(x) = \dfrac{(x-50)(0,2x+10)}{x^2}$.
   c. Étudier le signe de $f'(x)$, puis dresser le tableau complet des variations de la fonction f.
   d. En déduire la quantité d'objets fabriqués pour laquelle le coût moyen unitaire est minimum.

3. a. Reproduire et compléter le tableau de valeurs suivant :

x	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
$f(x)$								30,3		

Les résultats seront arrondis au dixième.

   b. Tracer la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthogonal. Unités graphiques : axe des abscisses, 1 cm pour 10 ; axe des ordonnées, 2 cm pour 10.

Partie B

Le prix de vente d'un objet dépend de la quantité produite et s'exprime, en euro, par la relation : $p(x) = 62 - \dfrac{x}{4}$.

1. a. Déterminer la recette totale obtenue avec une production et une vente de 40 objets.
   b. Déterminer en fonction de la quantité x produite et vendue le montant de la recette totale $R(x)$.
2. Montrer que le résultat, en euro, de la vente de x objets est alors donné par :

$$B(x) = -0,45x^2 + 54x - 500.$$

3. a. Calculer $B'(x)$ où B' désigne la dérivée de la fonction B.
   b. étudier le signe de $B'(x)$ pour x appartenant à l'intervalle $[10 ; 100]$, puis dresser le tableau des variations de la fonction B sur cet intervalle.

4. Quelle quantité d'objets doit-on produire et vendre pour que le résultat soit un bénéfice maximum ?
Quel est alors ce bénéfice maximum ?

Baccalauréat STT ACA - ACC France - La Réunion septembre 2004

EXERCICE 1 **8 points**

Un opérateur de radiotéléphonie est amené chaque année à réaliser des investissements considérables pour améliorer et étendre son réseau. Le tableau suivant donne les investissements réalisés par cet opérateur de 1998 à 2002, ainsi que le nombre d'abonnés obtenu :

ANNÉES	1998	1999	2000	2001	2002
Investissement x_i en milliards d'euros	1	1,1	1,2	1,3	1,4
Nombre d'abonnés y_i, en milliers	90	100	105	110	112

1. Représenter le nuage de points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ dans un repère orthogonal d'unités graphiques 2 cm pour 0,1 milliard d'euros en abscisses, et 5 cm pour 10 milliers d'abonnés en ordonnées. On commencera la graduation de l'axe des abscisses à 1 et celle des ordonnées à 80.

2. Madame Armand propose d'ajuster le nuage par la droite d d'équation $y = 50x + 45$.
Vérifier que cette droite passe par les points A(1,1 ; 100) et B(1,3 ; 110).

3. Madame Pons propose d'ajuster le nuage par la courbe représentative $\mathscr{C}$ de la fonction f définie sur l'intervalle $[1\,;\,1{,}6]$ par $f(x) = a - \dfrac{b}{x}$.

a. Sachant que cette courbe passe par les points A et B, montrer que $a = 165$ et que $b = 71,5$.

b. Compléter, après l'avoir recopié sur votre copie, le tableau suivant (arrondir les valeurs $f(x)$ à l'unité).

x	1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6
$f(x)$		100					

Tracer la courbe $\mathscr{C}$ sur le graphique précédent.

4. En 2003, l'opérateur a augmenté ses investissements de 0,2 milliards d'euros. Le nombre d'abonnés observé a été de 118 000.

a. Calculer l'estimation du nombre d'abonnés en 2003 avec chacun des modèles proposés par Madame Armand et Madame Pons.

b. En considérant la valeur effectivement observée en 2003, quel modèle vous paraît le plus approprié ?

EXERCICE 2 **12 points**

Les trois parties A, B et C sont indépendantes.

Partie A

Une boîte de petits fours contient 50 gâteaux, qui sont chocolatés ou meringués ; par ailleurs ils sont soit de forme carrée, soit de forme ronde. Dans cette botte, il y a 30 % de petits fours chocolatés, et parmi ceux-ci, 10 petits fours sont carrés. De plus 60 % des gâteaux de la boîte sont ronds.

1. Compléter le tableau suivant, après l'avoir recopié sur votre copie. On ne demandera pas de justifier les calculs.

	petits fours ronds	Petits fours carrés	TOTAL
Petits fours chocolatés			
Petits fours meringués			
TOTAL			

À l'occasion d'un goûter, un enfant choisit au hasard un petit four de la boîte. Chaque petit four a la même probabilité d'être choisi.

2. Calculer la probabilité des évènements suivants :
A : « L'enfant a choisi un petit four carré » ;
B : « L'enfant a choisi un petit four meringué » ;
C : « L'enfant a choisi un petit four carré et meringué » ;
D : « L'enfant a choisi un petit four carré ou meringué ».

3. L'enfant a choisi un petit four rond. Chaque petit four rond a la même probabilité d'être choisi. Quelle est alors la probabilité que ce petit four soit chocolaté ?
On donnera le résultat sous forme de fraction irréductible.

Partie B

Une entreprise fabrique et vend ce type de boîtes de petits fours. Le prix de vente d'une centaine de boites de petits fours est fixé à 450 euros. La production mensuelle varie de 20 à 150 centaines de boîtes.

1. On note $R(x)$ la recette en euros, obtenue pour la verte de x centaines de boîtes de petits fours (où R est une fonction définie sur $[20 ; 150]$). Exprimer $R(x)$ en fonction de x.

2. Le coût total de production de x centaines de boîtes de petits fours est donné en euros par la fonction C définie par

$$C(x) = 6x^2 - 246x + 5\,184$$

x étant un réel de l'intervalle $[20 ; 150]$.
On donne, en annexe 1, **à joindre à la copie**, les courbes $\mathscr{C}_1$ et $\mathscr{C}_2$.

a. Préciser à l'aide de l'annexe 1 la courbe représentant la fonction R et la courbe représentant la fonction C.

b. Déterminer graphiquement les valeurs de x pour lesquelles l'entreprise réalise un bénéfice (justifier la réponse en faisant apparaître sur le graphique tous les tracés utiles).

c. Déterminer graphiquement le bénéfice maximal que peut réaliserl'entreprise et la valeur de x correspondante (justifier la réponse en faisant apparaître sur le graphique tous les tracés utiles).

3. **a.** Montrer que le bénéfice en euros, réalisé par l'entreprise est donné par la fonction B définie par :

$$B(x) = -6x^2 + 696x - 5\,184.$$

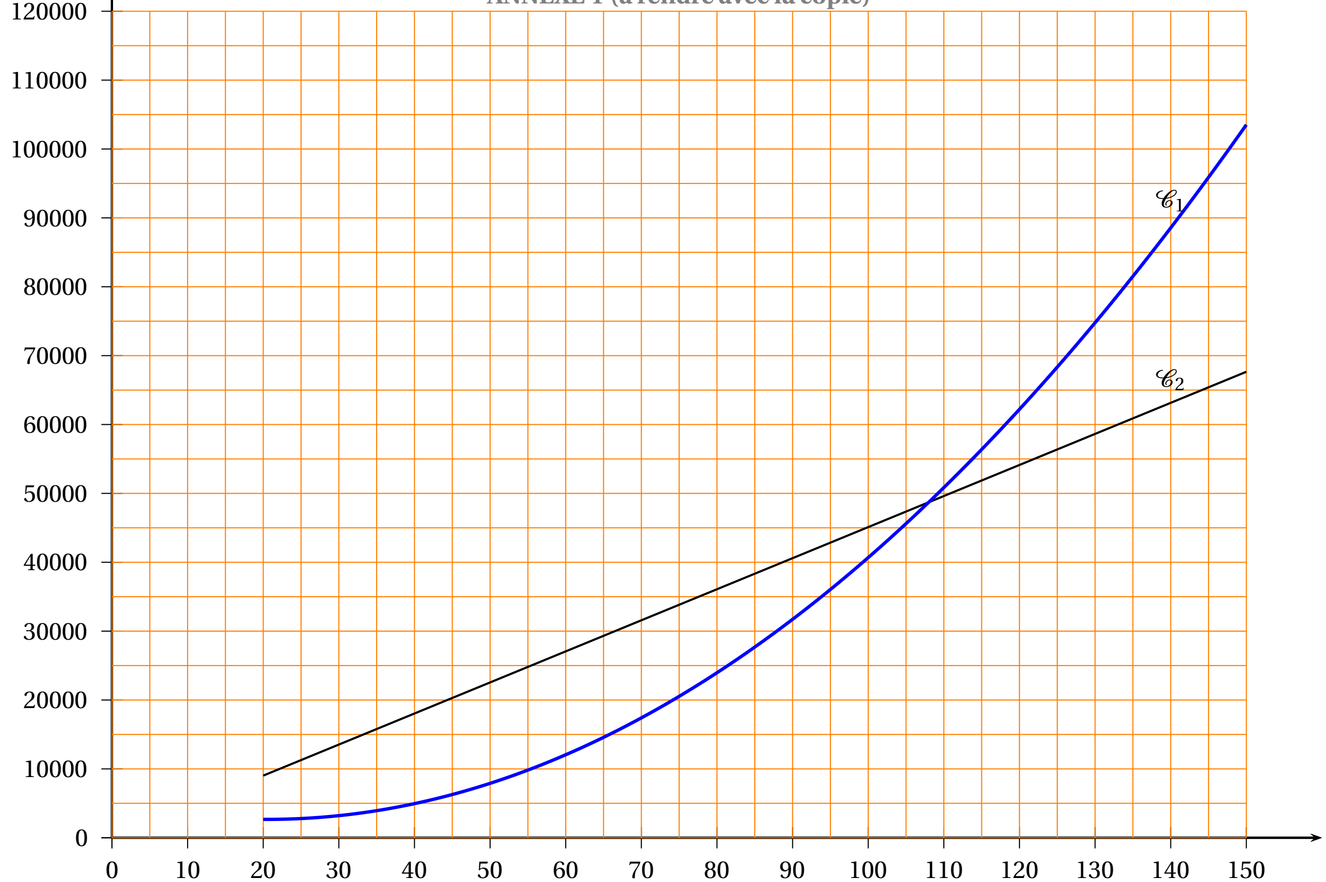
b. Déterminer la fonction dérivée B' de la fonction B sur l'intervalle $[20 ; 150]$; étudier son signe. Établir le tableau de variations de la fonction B.

c. En déduire la valeur de x pour laquelle le bénéfice est maximal, ainsi que ce bénéfice maximal. Ces résultats sont-ils cohérents avec ceux de la question **2 c** ? Justifier.

Partie C

En décembre 2003, l'entreprise a réalisé un bénéfice de 13 000 euros sur la vente de ces boîtes de petits fours. Elle décide, pour aider une association s'occupant d'enfants handicapés, de placer cette somme, à intérêts composés, pendant deux ans à compter du1$^{\text{er}}$ janvier 2004, au taux mensuel de 0,4 %.
Quel sera le montant disponible pour l'association au terme de la période de deux ans, c'est à dire au 1$^{\text{er}}$ janvier 2006 ? Justifier votre réponse.

ANNEXE 1 (à rendre avec la copie)



Durée : 2 heures

Baccalauréat STT ACA - ACC Polynésie septembre 2004

EXERCICE 1 **8 points**

En 1990, une entreprise de fabrication de jouets a été créée. Le but de cet exercice est d'étudier l'évolution du pourcentage des salariés travaillant à temps partiel par rapport au total des salariés de l'entreprise.
Le tableau suivant donne, pour les années indiquées, le nombre x d'années écoulées depuis 1990 et le pourcentage y de salariés à temps partiel correspondant.

Année	1992	1994	1995	1998	1999	2001	2002	2003
x	2	4	5	8	9	11	12	13
y (en %)	8,9	10,2	10,5	12,2	12,3	13,2	13,8	14,9

1. Dans un repère orthogonal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ d'unité graphique 1 cm, représenter le nuage des points M de coordonnées $(x\,;\ y)$.

2. **a.** Déterminer les coordonnées du point moyen G de ce nuage.

b. Placer le point G sur le graphique précédent.

3. Soit $\mathcal{D}$ la droite passant par le point G et de coefficient directeur 0,5.

a. Tracer la droite $\mathcal{D}$ sur le graphique précédent.

b. Déterminer une équation de la droite $\mathcal{D}$.

4. On réalise, â l'aide de la droite $\mathcal{D}$ à un ajustement affine du nuage représenté à la question **1**.
À l'aide de cet ajustement, déterminer graphiquement :

a. le pourcentage de salariés à temps partiel dans l'entreprise en 2000 ;

b. en quelle année le pourcentage des salariés dans l'entreprise atteindra 16 %.
Pour ces deux questions, les traits nécessaires à la lecture devront figurer sur le graphique.

5. Retrouver par le calcul les résultats de la question précédente à l'aide de l'équation de $\mathcal{D}$ obtenue à la question **3. b.**.

EXERCICE 2 **12 points**
Les deux parties de cet exercice sont indépendantes.

Partie A **5 points**

Un horloger bijoutier possède 100 montres dans son magasin. Les montres sont de deux types : des montres de type A (à affichage analogique) et des montres de type N (à affichage numérique).
Certaines de ces montres ont un bracelet métal et les autres un bracelet plastique.
On compte 45 montres de type A, 75 montres avec un bracelet plastique dont 40 sont de type N.

1. Recopier et compléter le tableau de répartition des montres du magasin :

	Montres avec bracelet métal	Montres avec bracelet plastique	Total
Montres de type A			
Montres de type N			
Total			100

2. Un client choisit au hasard une montre dans le magasin.

a. Calculer la probabilité pour que le client choisisse une montre de type A.

b. Calculer la probabilité pour que le client choisisse une montre avec un bracelet métal.

c. Calculer la probabilité pour que le client choisisse une montre de type A avec un bracelet métal.

d. Calculer la probabilité pour que le client choisisse une montre de type A ou une montre avec un bracelet métal.

3. Un client choisit au hasard une montre parmi celles qui ont un bracelet métal. Calculer la probabilité pour que le client achète une montre de type A.

Partie B **7 points**

Une entreprise fabrique et vend ce type de montres. On note x (x appartenant à l'intervalle $[2\ ;\ 24]$) le nombre de montres produites par jour.
On appelle $C(x)$ le coût total journalier de fabrication (en euro) et $R(x)$ la recette totale journalière (en euro).
Pour x appartenant à l'intervalle $[2\ ;\ 24]$, $R(x)$ et $C(x)$ sont donnés par

$$R(x) = 20x \quad \text{et} \quad C(x) = x^2 - 4x + 80.$$

1. **a.** Reproduire et compléter le tableau de valeurs :

x	2	4	10	16	20	22	24	
$C(x)$					272			

Calculer $R(4)$ et $R(20)$.

b. Représenter graphiquement les fonctions C et R.
Unités graphiques : axe des abscisses : 1 cm pour 2 unités, axe des ordonnées : 2,5 cm pour 100 unités.

2. **a.** On note $B(x)$ le résultat journalier : $B(x) = R(x) - C(x)$.
Calculer $B(x)$.

b. À l'aide des résultats de la question **1.** déterminer les valeurs de x pour lesquelles le résultat journalier est un bénéfice.

3. On se propose de déterminer x pour que le bénéfice soit maximum.

a. Montrer que $B'(x) = -2x + 24$, où B' est la dérivée de la fonction B.

b. Dresser le tableau de variations de la fonction B.

c. Combien de montres faut-il produire pour réaliser un bénéfice maximum ?
Quel est alors le montant de ce bénéfice maximum ?

Baccalauréat STT ACC–ACA Nouvelle–Calédonie novembre 2004

EXERCICE **7 points**

Une enquête portant sur 5 000 clients d'une grande surface spécialisée en informatique a montré que 80 % des clients avaient bénéficié des conseils d'un vendeur.
De plus 70 % des clients qui ont bénéficié des conseils d'un vendeur ont effectué un achat alors que 20 % seulement des clients qui n'ont pas bénéficié des conseils d'un vendeur ont effectué un achat.

1. **a.** Combien de clients ont bénéficié des conseils d'un vendeur ?
   b. Parmi les clients ayant bénéficié des conseils d'un vendeur, combien ont effectué un achat ?
   c. Recopier et compléter le tableau suivant :

	Ont effectué un achat	N'ont pas effectué d'achat	Total
Ont bénéficié des conseils d'un vendeur			
N'ont pas bénéficié des conseils d'un vendeur			
Total			5 000

2. On interroge au hasard un des clients sur lequel a porté l'enquête et on admet qu'il y a équiprobabilité.
   On considère les évènements suivants :
   A : « le client a bénéficié des conseils d'un vendeur »,
   B : « le client a effectué un achat ».
   a. Déterminer la probabilité de l'évènement A puis celle de l'évènement B.
   b. Définir par une phrase les évènements $A \cap B$ et $A \cup B$.
   c. Calculer les probabilités $p(A \cap B)$ et $p(A \cup B)$ des évènements $A \cap B$ et $A \cup B$.
3. On interroge au hasard un des clients qui a effectué un achat et on admet qu'il y a équiprobabilité.
   Quelle est la probabilité qu'il ait bénéficié des conseils d'un vendeur ?

PROBLÈME **13 points**

Une entreprise de menuiserie produit et vend des tables.
L'objectif de ce problème est de comparer les recettes et les coûts provoqués par cette activité.
On note x le nombre de tables fabriquées chaque semaine, x étant un nombre entier compris entre 3 et 12.
Le coût total de production de ces x tables, exprimé en centaine d'euros, est donné par :

$$C_T = 0,25x^2 + x + 20,25.$$

Partie A : Étude de fonction

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[3 ; 12]$ par :

$$f(x) = 0,25x^2 + x + 20,25.$$

Pour tout entier x de l'intervalle $[3 ; 12]$, on a : $C_T = f(x)$.

1. Calculer $f'(x)$ où f' désigne la dérivée de la fonction f.
   Montrer que la fonction f est croissante sur l'intervalle $[3~;~12]$.
2. Reproduire et compléter le tableau suivant :

x	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$f(x)$							49,5			

3. Tracer la représentation graphique $\mathscr{C}$ de la fonction f dans un repère orthogonal.
   Unités graphiques : axe des abscisses : 1 cm pour 1, axe des ordonnées : 1 cm pour 5.

Partie B : Recherche d'un prix de vente

Toutes les tables fabriquées sont vendues et l'entreprise doit fixer le prix de son produit.
On note $R(x)$ la recette, en centaine d'euros, occasionnée par la vente de x tables.

1. La première proposition est un prix de 550 euros par table.
   a. Calculer $R(10)$ dans ce cas.
   b. Donner l'expression de $R(x)$ en fonction de x.
   c. À l'aide de la **question 2 de la partie A**, expliquer pourquoi ce prix de vente ne peut pas convenir sur le plan commercial.
2. La seconde proposition est un prix unitaire de 630 euros.
   a. Calculer $R(x)$ dans ce cas.
   b. Représenter sur le graphique précédent la droite d'équation : $y = 6,3x$.
   c. En déduire graphiquement, en justifiant la réponse, les valeurs entières de x appartenant à l'intervalle $[3~;~12]$ pour lesquelles la recette sera strictement supérieure au coût total.
3. On se propose de déterminer le nombre de tables fabriquées et vendues pour avoir un bénéfice maximum.
   a. Montrer que l'expression du bénéfice est :
   $$B(x) = -0,25x^2 + 5,3x - 20,25.$$
   b. Calculer $B'(x)$ où B' désigne la dérivée de la fonction B.
   En déduire les variations de la fonction B sur l'intervalle $[5~;~12]$ en précisant les valeurs extrêmes de $B(x)$.
   c. En déduire la valeur de x qui procure un bénéfice maximum.
   On pourra calculer $B(10)$ et $B(11)$.

∾ Baccalauréat STT C.G.-I.G. Pondichéry ∾ avril 2004

Deux feuilles de papier millimétré sont nécessaires pour traiter ce sujet.

EXERCICE 1 **5 points**

Les résultats (en pourcentage) d'une étude menée pour un Parc Naturel Régional concernant les nouveaux visiteurs en 2003 sont rassemblés dans le tableau suivant. Ils sont partagés entre touristes français et étrangers. Cette étude a été menée pour connaître la raison de la venue de ces touristes.
Les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles.

	Français	étrangers	Total
A : Bouche à oreille	30		35
B : Publicité	20	20	
C : Autre			
Total	70		100

1. Compléter le tableau sur la feuille annexe 1.
2. On interroge un touriste au hasard.
   a. Quelle est la probabilité de l'évènement F : « cette personne est française » ?
   b. Quelle est la probabilité de l'évènement B : « cette personne est venue grâce à la publicité » ?
   c. Comment peut-on noter l'évènement : « cette personne est française et elle est venue grâce à la publicité ». Quelle est la probabilité de cet évènement ?
   d. Comment peut-on noter l'évènement : « cette personne est française ou est venue grâce à la publicité ». Quelle est la probabilité de cet évènement ?
3. On interroge un touriste étranger au hasard.
   Quelle est la probabilité que cette personne soit venue grâce à la publicité ?
4. On interroge au hasard une personne venue grâce au bouche à oreille.
   Quelle est la probabilité qu'elle soit française ?

EXERCICE 2 **5 points**

L'utilisation de papier millimétré est nécessaire pour traiter cet exercice.
Dans cet exercice, tous les résultats seront arrondis au centième près.

1. Le loyer de monsieur X est révisé chaque année sur la base de la moyenne de l'indice trimestriel du coût de la construction. Cette moyenne est calculée sur quatre trimestres consécutifs. Le tableau suivant donne les indices pour chaque trimestre de l'année 2001 :

Trimestres	T 1	T 2	T 3	T 4
Indices	1 125	1 139	1 145	1 140

   Calculer la moyenne de ces indices.
   On obtient ainsi l'indice moyen du 4^{e} trimestre 2001.
2. Le loyer mensuel de monsieur X au 4^{e} trimestre 2000 était de 310 euros.
   Lors de la révision de son loyer en 2001, on lui propose un montant s'élevant à :

$$310 \times 1\,137{,}25 \div 1\,098.$$

a. Calculer le montant de son nouveau loyer.

b. Quel est le pourcentage d'augmentation ?

3. En observant les pourcentages de variation annuelle des indices moyens, trimestre après trimestre, monsieur X se demande s'il ne pourrait pas estimer la prochaine augmentation de son loyer.

Ces pourcentages sont rassemblés dans le tableau suivant :

Année	2001		2002		
Trimestre	T 3	T 4	T 1	T 2	T 3
Rang x_i	1	2	3	4	5
Variation en pourcentage y_i	+4,76	+ 3,57	+3,36	+2,74	+2,12

Ce tableau permet de déterminer le pourcentage d'augmentation du loyer lors des réactualisations. Par exemple le loyer réactualisé sur la base du 4^e trimestre 2001 *a été calculé ainsi :*

$$310 \times 1,0357 = 321,08.$$

a. Représenter le nuage de points M de coordonnées $\left(x_i,\ y_i\right)$ dans un repère orthogonal d'unités : 2 cm pour les abscisses 1 cm pour 0,2 % pour les ordonnées en commençant à 1 %.

b. Déterminer les coordonnées du point moyen G de ce nuage et le placer dans le repère.

c. Déterminer une équation de la droite $\mathcal{D}$ passant par G et de coefficient directeur égal à $-0,61$.

Construire $\mathcal{D}$ dans le repère.

d. Estimer graphiquement le pourcentage correspondant au 4^e trimestre 2002 en utilisant la droite $\mathcal{D}$ construite précédemment.

Vérifier le résultat par un calcul.

En déduire l'estimation du nouveau loyer de monsieur X, réactualisé sur la base du 4^e trimestre 2002.

PROBLÈME **10 points**

L'utilisation de papier millimétré est nécessaire pour traiter ce problème.

Partie A

Soit g lafonction définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ par :

$$g(x) = 12x^2 + 17x + 36.$$

1. Déterminer la limite de $g(x)$ lorsque x tend vers $+\infty$.

2. Calculer la dérivée $g'(x)$ et étudier son signe.

3. Dresser le tableau de variations de g.

4. Calculer $\displaystyle\int_0^3 g(x)\,\mathrm{d}x$.

Partie B

Soit h la fonction définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ par :

$$h(x) = 36\mathrm{e}^{0,5x}.$$

1. Déterminer la limite de $h(x)$ lorsque x tend vers $+\infty$.

2. Calculer la dérivée $h'(x)$ et étudier son signe.

3. Dresser le tableau de variations de h.

4. **a.** Soit H la fonction définie sur $[0\,;\,+\infty[$ par : $H(x) = 72\text{e}^{0,5x}$.

Démontrer que pour tout réel x positif : $H'(x) = h(x)$.

b. En déduire $\displaystyle\int_0^3 h(x)\,\text{d}x$.

On donnera le résultat en valeur exacte puis en valeur approchée à 10^{-3} près.

Partie C

1. Reproduire et compléter le tableau suivant en arrondissant à l'unité.

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
$g(x)$							
$h(x)$							

2. Dans un même repère orthogonal représenter les courbes représentatives $\mathscr{C}_g$ de g et $\mathscr{C}_h$ de h.

On prendra pour unités : 2 cm sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 10 sur l'axe des ordonnées.

Partie D Application économique

Dans une entreprise, pour une certaine machine, le coût instantané d'entretien est une fonction $f\ :\ x \mapsto f(x)$ où x représente l'âge de la machine en années et $f(x)$ le coût instantané d'entretien en milliers d'euros. On sait que cette fonction f est encadrée sur l'intervalle $[0\,;\,3]$ par g et h.

Sachant que le coût total d'entretien entre deux années a et b s'exprime par $\displaystyle\int_a^b f(x)\,\text{d}x$, donner un encadrement du coût total d'entretien de cette machine au bout de trois ans en euros.

ANNEXE (Exercice 1)

Document à rendre avec la copie

	Français	étrangers	Total
A : Bouche à oreille	30		35
B : Publicité	20	20	
C : Autre			
Total	70		100

Baccalauréat STT CG - IG Antilles juin 2004

Coefficient 2 Durée 2 heures

La calculatrice est autorisée.

EXERCICE 1 **4 points**

Deux candidats A et B sont présents au second tour d'une élection. Sur les 600 électeurs il y a 320 hommes. 20% des hommes ont voté blanc ou nul ; il y a 73 femmes qui ont voté pour le candidat A ; il y a 42,5 % des électeurs qui ont voté pour le candidat B et il y a 118 votes blancs ou nuls. Les 600 personnes ont voté.

1. Reproduire et compléter le tableau suivant :

Sexe de l'électeur \ Vote	Candidat A	Candidat B	Blancs ou nuls	Total
Hommes				320
Femmes	73			
Total			118	600

Pour la suite, les résultats seront donnés sous forme de fraction irréductible puis arrondis sous forme décimale à 10^{-2} près.

2. On interroge au hasard une personne ayaynt voté.
   Calculer la probabilité que cette personne ait voté pour le candidat B.
3. On interroge au hasard une électrique.
   Calculer la probabilité qu'elle ait voté « blanc ou nul ».
4. On interroge au hasard une personne ayant voté pour le candidat A.
   Calculer la probabilité que ce soit une femme.

EXERCICE 2 **6 points**

L'utilisation de deux feuiles de papier millimétré est nécessaire pour traiter cet exercice.

On a relevé de 1991 à 2000 les dépenses des ménages d'un pays, en achats de service.

année	1991	1992	1993	1994	195	1996	1997	1998	1999	2000
x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
z	200	220	245	300	365	440	540	660	800	900

x représente le rang de l'année et z les dépenses en achats de service ; z est exprimé en milliers d'euro.

1. **a.** Dans un repère orthogonal représenter sur une feuille de papier millimétré le nuag e de points $M_i\,(x_i\ ;\ z_i)$.
   - sur l'axe des abscisses : 1 cm représente 1 ;
   - sur l'axe des ordonnées : 1 cm représente 100.

   b. Peut-on de façon satisfaisante, envisager un ajustement affine ?
2. On pose $y = \ln z_i$ et on obtient le tableau suivant :

année	1991	1992	1993	1994	195	1996	1997	1998	1999	2000
x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y	5,3	5,4	5,5	5,7	5,9	6,1	6,3	6,5	6,7	6,8

Dans un autre repère orthogonal représenter le nuage de points $P_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$

- sur l'axe des abscisses : 1 cm représente 1 ;
- sur l'axe des ordonnées : 1 cm représente 0,1.

On fait partir l'axe des ordonnées de 5.

3. On considère le point moyen G_1 des cinq premiers points $P_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ du nuage et le point moyen G_2 des cinq derniers points de ce même nuage.
   a. Calculer les coordonnées des points G_1 et G_2.
   b. Tracer la droite (G_1G_2).
   c. Déterminer une équation de cette droite sous la forme $y = mx + p$ (m et$p$ arrondis à 10^{-3} près).
4. On admettra que cette droite réalise un ajustement affine convenable du nuage de points $P_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$.
   Déduire du **3 c** une expression de z en fonction de x.
5. Quel est le montant prévisible des dépenses des ménages en achats de service en 2005 ?
   On donnera le résultat en millions d'euro, arrondi à 10^{-3}.

PROBLÈME **10 points**

L'utilisation d'une feuille de papier millimétré est nécessaire pour traiter ce problème.

Partie A

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante :
$$2x^2 - 5x + 2 = 0.$$
2. On pose, pour tout nombre réel x : $P(x) = -2x^2 + 9x - 7$.
   a. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x) = 0$.
   b. Vérifier que pour tout réel x on a : $P(x) = (-2x+7)(x-1)$.
   c. Déterminer, en fonction de x, le signe de $P(x)$.

Partie B

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :
$$f(x) = \left(2x^2 - 5x + 2\right)\mathrm{e}^{-x}.$$

1. **a.** Déterminer la limite de f en $-\infty$.
   b. Vérifier que pour tout réel x, on a : $f(x) = 2\dfrac{x^2}{\mathrm{e}^x} - 5\dfrac{x}{\mathrm{e}^x} + \dfrac{2}{\mathrm{e}^x}$.
   c. À l'aide de $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\frac{\mathrm{e}^x}{x^2}$ et $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\frac{\mathrm{e}^x}{x}$, déduire $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2}{\mathrm{e}^x}$ et $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\frac{x}{\mathrm{e}^x}$, puis $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} f(x)$.
   Quelle interprétation graphique peut-on en faire ?
2. **a.** Calculer $f'(x)$, puis vérifier que $f'(x) = P(x)\mathrm{e}^{-x}$.
   b. À partir du signe de $P(x)$, déterminé en **partie A**, déduire le signe de $f'(x)$.
   Dresser le tableau de variations de la fonction f.
3. Déduire du **1.** de la **partie A** les solutions dans $\mathbb{R}$ de l'équation $f(x) = 0$; en déduire les coordonnées des deux points d'intersection de $\mathscr{C}$ avec l'axe des abscisses.

4. Reproduire et compléter le tableau de valeurs ci-dessous (donner les valeurs décimales arrondies à 10^{-2} près.)

x	$-0,2$	0	0,5	1	2	3	3,5	4	5	6
$f(x)$										

5. Tracer la courbe représentative $\mathscr{C}$ de la fonction f dans le plan rapporté à un repère orthogonal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.

Unités graphiques :

– sur l'axe des abscisses 1 cm représente 1 ;
– sur l'axe des ordonnées 4 cm représentent 1.

Baccalauréat STT CG-IG Centres étrangers juin 2004

EXERCICE 1 **5 points**

Un gérant décide de visualiser l'évolution des bénéfices réalisés depuis le nouvel aménagement de sa crêperie en 1999. Il souhaite établir des prévisions sur les bénéfices à venir.

1er Tableau

Années	1999	2000	2001	2002	2003
x_i : nombre d'années depuis le nouvel aménagement	1	2	3	4	5
b_i : bénéfices réalisés en dizaines de milliers d'euros	0,96	1,69	2,03	2,31	2,55

Pour chaque valeur de $_i1$, on pose : $y_i = \mathrm{e}^{b_i}$.
On obtient le tableau suivant qu'on ne demande pas de justifier :

2e Tableau

Années	1999	2000	2001	2002	2003
x_i : nombre d'années depuis le nouvel aménagement	1	2	3	4	5
$y_i = \mathrm{e}^{b_i}$	2,6	5,4	7,6	10,1	12,8

1. Dans un repère orthogonal, représenter le nuage de points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ issus du 2e tableau, où :
   - 2 cm représentent une année sur l'axe des abscisses ;
   - 1 cm représente une unité sur l'axe des ordonnées.

2. Soit G le point moyen des $M_i(x_i\ ;\ y_i)$ issus du 2e tableau.

   a. Calculer les coordonnées de G, puis placer le point G.

   b. Soit $\mathcal{D}$ la droite passant par G et par le point A(4,5 ; 11,45).
   Montrer que la droite $\mathcal{D}$ a pour équation :

$$y = 2,5x + 0,2$$

   et tracer la droite $\mathcal{D}$.

3. Le gérant aimerait prévoir les bénéfices qu'il devrait réaliser pour l'année 2004 ; on considère que $\mathcal{D}$ est une droite d'ajustement affine de ce nuage de points.

   a. À l'aide de l'équation de la droite $\mathcal{D}$, calculer la valeur prévue de y_6 pour l'année 2004.
   Vérifier ensuite graphiquement la valeur trouvée (faire apparaître les traits de construction).

   b. En déduire la valeur du bénéfice b_i prévu pour l'année 2004 arrondi à l'euro près.

EXERCICE 2 **4 points**

Dans cet exercice, on donnera la valeur exacte de tous les résultats.
Lors de la dernière journée d'un championnat international d'athlétisme, les athlètes sont encouragés par 75 000 spectateurs.
70 % des spectateurs sont français et 30 % sont étrangers.
De plus, 85 % des spectateurs étrangers et 25 % des spectateurs français possèdent une licence d'athlétisme.

1. Recopier et compléter le tableau suivant (aucune justification n'est demandée)

	Licenciés	Non licenciés	Total
Spectateurs français			
Spectateurs étrangers			
Total			75 000

2. On choisit une personne au hasard parmi les spectateurs.
On note les évènements suivants
- F : « le spectateur est français » ;
- L : « le spectateur possède une licence d'athlétisme ».

a. Définir à l'aide d'une phrase les évènements suivants : $\overline{\text{F}}$, $\overline{\text{L}}$, $\text{F} \cap \text{L}$.

b. Calculer les probabilités des évènements F et L.

c. Calculer la probabilité de l'évènement $\text{F} \cap \text{L}$.
En déduire la probabilité de l'évènement $\text{F} \cup \text{L}$.

3. Le prix d'une place au tarif normal est de 70 euros.
Sachant que chaque spectateur licencié obtient une remise de 10 %, calculerla recette obtenue lors de la dernière journée des championnats.

PROBLÈME **11 points**

L'objet de ce problème est l'étude d'une fonction f issue d'un problème économique.
Soit $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ un repère orthonormal d'unité graphique 1 cm.
Soit f la fonction définie sur $]0~;~+\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 6x + 8\ln x + \frac{11}{2}.$$

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$g(x) = x^2 - 6x + 8.$$

On note $\mathscr{C}_f$ la représentation graphique de la fonction f dans le repère $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.

1. Montrer que pour tout x dans $\mathbb{R}$

$$g(x) = (x-2)(x-4).$$

étudier suivant les valeurs de x le signe de $g(x)$.

2. Étude des limites de la fonction f.

a. Étudier la limite de la fonction f en 0. Que peut-on en déduire graphiquement ?

b. On écrit f sous la forme

$$f(x) = x\left(\frac{1}{2}x - 6\right) + 8\ln x + \frac{11}{2}.$$

Étudier la limite de la fonction f en $+\infty$.

3. étude des variations de la fonction f.

a. Calculer la fonction dérivée de la fonction f et montrer que pour tout $x \in]0~;~+\infty[$, on a :

$$f'(x) = \frac{g(x)}{x}.$$

b. À l'aide de la **question 1.** étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$.

c. Dresser le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$.

4. Déterminer une équation de la tangente T à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 1.

5. Tracer la courbe $\mathcal{C}_f$ et sa tangente T.

6. Calcul d'une aire.

a. Hachurer la partie $\mathcal{E}$ du plan délimitée par l'axe des abscisses, la courbe $\mathcal{C}_f$ et les droites d'équations $x = 1$ et $x = 4$.
Déterminer graphiquement le signe de la fonction f sur l'intervalle $[1~;4]$.

b. Montrer que la fonction F définie sur $]0~;~+\infty[$ par :

$$F(x) = \frac{x^3}{6} - 3x^2 + 8x\ln x - \frac{5}{2}x,$$

est une primitive de la fonction f.

c. Calculer la valeur exacte exprimée en cm^2, de l'aire de la partie $\mathcal{E}$.
Donner une valeur décimale approchée arrondie à 0,01 près de cette aire.

Baccalauréat STT C.G - G.I. Métropole juin 2004

EXERCICE 1 **5 points**

Une commune désire aménager un nouvel espace vert. Une société de vente lui propose des lots A comprenant dix rosiers, un magnolia et un camélia pour un montant de 200 € ou des lots B comprenant cinq rosiers, un magnolia et trois camélias pour un montant de 300 €. Les besoins sont d'au moins 100 rosiers, 16 magnolias et 30 camélias. On désigne par x le nombre de lots A, et par y le nombre de lots B achetés.
L'annexe 1 présente une solution graphique de ce problème.
Ce graphique sera complété et remis avec la copie.

1. **a.** Quelle est la contrainte concernant les rosiers ?
   Quelle est la droite frontière associée à cette contrainte ?

   b. Quelle est la contrainte concernant les magnolias ?
   Quelle est la droite frontière associée à cette contrainte ?

   c. Quelle est la contrainte concernant les camélias ?
   Quelle est la droite frontière associée à cette contrainte ?

2. Si d désigne la dépense totale en euros pour l'achat des x lots A et y lots B, montrer que :

$$y = -\frac{2}{3}x + \frac{d}{300}.$$

   Tracer la droite Δ d'équation $y = -\frac{2}{3}x + \frac{d}{300}$ lorsque $d = 5400$.

3. Expliquer comment obtenir à l'aide du graphique le couple $(x\,;\,y)$ qui permet de satisfaire les besoins au coût le plus faible possible.
   Quel est ce couple ? Calculer alors la dépense minimale possible.

EXERCICE 2 **5 points**

Une urne contient quatre boules : deux rouges, une verte et une jaune, indiscernables au toucher.
On tire au hasard une boule de cette urne. Après avoir noté la couleur de la boule obtenue, on la replace dans l'urne et on procède à un second tirage.
On note alors à nouveau la couleur obtenue.

1. Dessiner l'arbre correspondant à cette expérience.
2. Soit E l'évènement : « les deux boules tirées sont rouges » et F l'évènement : « une seule des deux boules tirées est rouge ».
   À l'aide de l'arbre, calculer les probabilités $p(\text{E})$ et $p(\text{F})$.
3. Définir par une phrase l'évènement $\text{G} = \text{E} \cup \text{F}$. Calculer $p(\text{G})$.
4. À l'aide de $p(\text{G})$, calculer $p(\text{H})$ où H est l'évènement : « aucune des deux boules tirées n'est rouge ».
5. Les boules de l'urne portent chacune un numéro : les rouges le numéro 1, la verte le numéro 2, la jaune le numéro 4. On s'intéresse maintenant aux numéros obtenus lors des tirages.
   On appelle S la somme des numéros obtenus après le tirage des deux boules.
   Quelle est la probabilité que S soit supérieure ou égale à 4 ? (on pourra faire apparaître les différentes sommes à l'extrémité des branches de l'arbre de la **question 1**).

PROBLÈME **10 points**

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = a + (x+b)\mathrm{e}^{-x}.$$

où a et b sont deux réels donnés.
On note $\mathscr{C}$ la courbe représentative de f dans un repère orthogonal $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ avec pour unités graphiques 1 cm sur l'axe des abscisses et 2 cm sur l'axe des ordonnées.

Partie A

1. Calculer $f(x)$, où f' désigne la dérivée de la fonction f.
2. a. En annexe 2 est fourni le tracé de la tangente T à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 0. Ce graphique sera remis complété avec la copie.
Justifier que $f(0) = 2$ et $f'(0) = 2$.
   b. À l'aide de ces deux égalités, déterminer les réels a et b.

Partie B

On prend pour tout réel x

$$f(x) = 3 + (x-1)\mathrm{e}^{-x}.$$

1. Déterminer la limite de f en $-\infty$.
2. Montrer que, pour tout réel x :

$$f(x) = 3 + \frac{x}{\mathrm{e}^x} - \mathrm{e}^{-x}.$$

Sachant que $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\mathrm{e}^x}{x} = +\infty$, déterminer la limite de f en $+\infty$.
En déduire une asymptote à la courbe $\mathscr{C}$.
3. a. Montrer que, pour tout réel x :

$$f'(x) = (2-x)\mathrm{e}^{-x},$$

où f' désigne la dérivée de la fonction f.
Étudier le signe de $f'(x)$ suivant les valeurs de x.
Dresser le tableau de variations de f.
   b. Tracer la courbe $\mathscr{C}$ sur le graphique en annexe 2.

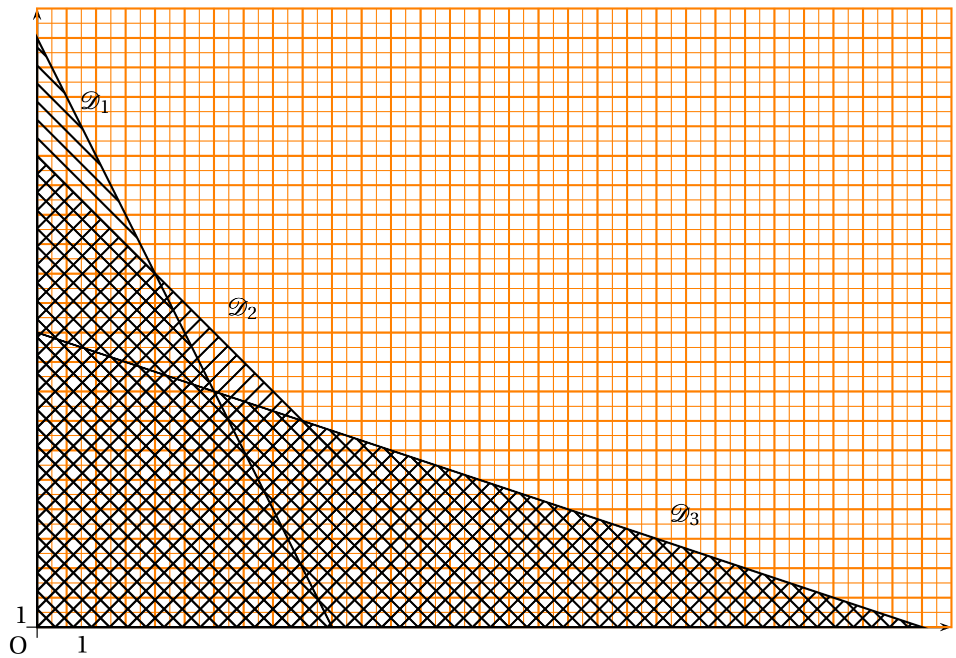
Partie C

1. Montrer que la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par :

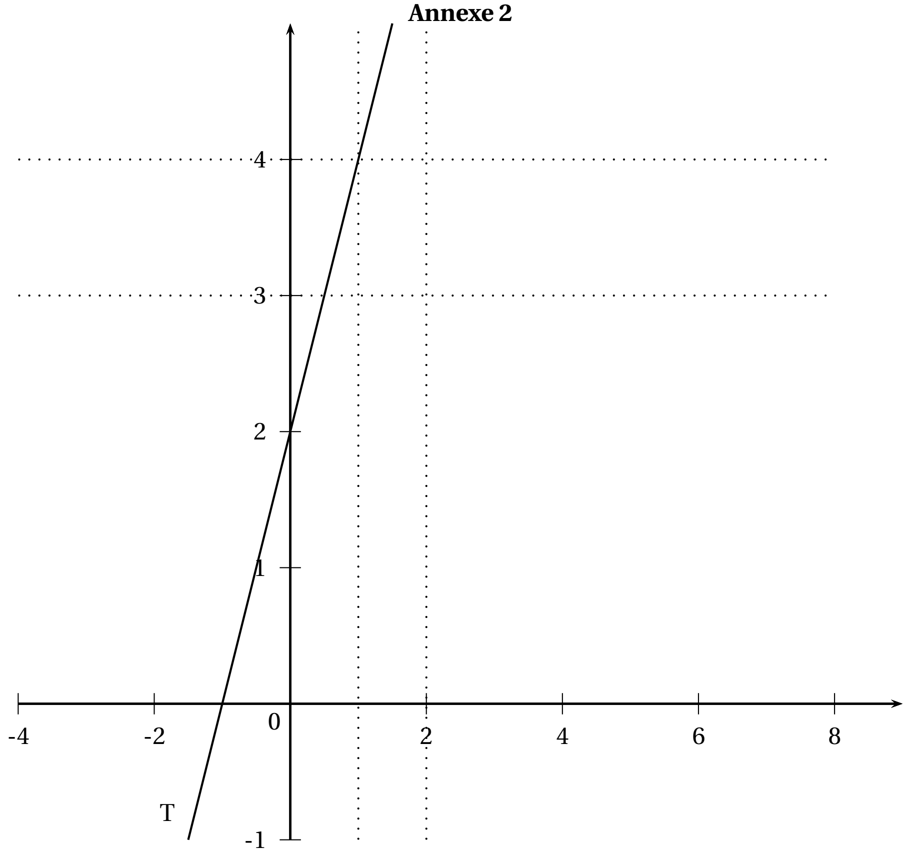
$$F(x) = x\left(3 - \mathrm{e}^{-x}\right),$$

est une primitive de f sur $\mathbb{R}$.
2. Déterminer l'aire, en cm^2, de la partie du plan délimitée par l'axe des abscisses, la courbe $\mathscr{C}$ et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 2$.

Annexe 1



Annexe 2



Baccalauréat STT C.G. – I.G. La Réunion juin 2004

Deux feuilles de papier millimétré sont nécessaires pour traiter ce sujet.

EXERCICE 1 **5 points**

Dans une urne on place 4 jetons portant chacun une des lettres du mot **TARD**. On tire au hasard un jeton de l'urne et on le pose sur une table. On recommence 2 fois cette opération en plaçant le jeton tiré à droite de celui tiré précédemment : on obtient ainsi un mot de 3 lettres (qui n'a pas nécessairement une signification).

1. Montrer que l'on peut ainsi former 24 mots différents.
2. Quelle est la probabilité d'obtenir le mot « ART » ?
3. Soient A et B les évènements suivants :
   A : « Le mot obtenu contient une voyelle »,
   B : « Le mot obtenu commence par une consonne ».
   Calculer les probabilités $p(\text{A})$ et $p(\text{B})$ des évènements A et B.
4. **a.** Définir par une phrase l'évènement $\overline{\text{A}}$. Calculer la probabilité $p(\overline{\text{A}})$ de l'évènement $\overline{\text{A}}$.
   b. Définir par une phrase l'évènement $\text{A} \cap \text{B}$ Calculer la probabilité $p(\text{A}n\text{B})$ de cet évènement.
   c. Définir par une phrase l'évènement $\text{A} \cup \text{B}$. Calculer la probabilité $p(\text{A} \cup \text{B})$ de cet évènement.

EXERCICE 2 **5 points**

Le tableau suivant donne l'espérance de vie à la naissance des femmes et des hommes pour les années 1991 à 2000 en France.

années i	espérance de vie des femmes x_i	espérance de vie des hommes y_i
1991	81,2	72,9
1992	81,5	73,2
1993	81,5	73,3
1994	81,9	73,7
1995	81,9	73,9
1996	82,1	74,1
1997	82,3	74,6
1998	82,4	74,8
1999	82,5	75,0
2000	82,7	75,2

1. Représenter, dans un repère orthogonal, le nuage des points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ avec x_i : espérance de vie des femmes, et y_i : espérance de vie des hommes.
   (Unités graphiques : sur l'axe des abscisses 5 cm pour une année, en commençant la graduation à 81 ; sur l'axe des ordonnées 5 cm pour une année, en commençant la graduation à 72).
2. Calculer les coordonnées du point moyen G_1 du nuage formé des points M_1, M_2, M_3, M_4 et M_5 et celles du point moyen G_2 du nuage formé des points M_6, M_7, M_8, M_9 et M_{10}.
3. On réalise un ajustement des points du nuage à l'aide de la droite (G_1G_2). Montrer que cette droite admet pour équation : $y = 1,675x - 63,28$.

4. Par lecture graphique, indiquer l'espérance de vie à la naissance des femmes quand celle des hommes sera de 76 ans. On fera apparaître les constructions utilisées.
5. Retrouver par le calcul le résultat de la question **4.** (on donnera le résultat au dixième près).

PROBLÈME **10 points**

Soit la fonction f définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par

$$f(x) = \frac{8\ln x}{x^2}.$$

On appelle $(\mathscr{C})$ sa courbe représentative.

1. Calculer les valeurs exactes de $f(1)$, $f(\mathrm{e})$ et $f\left(\sqrt{\mathrm{e}}\right)$.
2. Calculer la limite de f quand x tend vers 0 et interpréter graphiquement le résultat.
3. Calculer la limite de f quand x tend vers $+\infty$ et interpréter graphiquement le résultat.
4. **a.** Montrer que pour tout x de $]0\,;\,+\infty[$: $f'(x) = 8\dfrac{[1-2\ln(x)]}{x^3}$.

   b. Étudier le signe de $f'(x)$ et dresser le tableau de variations de f.
5. Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant en donnant des valeurs arrondies de $f(x)$ à 10^{-2} près :

x	0,7	1	1,5	2	2,5	3	4	5	7	10
$f(x)$										

6. Déterminer une équation de la tangente (T) à $(\mathscr{C})$ au point A d'abscisse 1. Déterminer une équation de la tangente (U) à $(\mathscr{C})$ au point B d'abscisse $\sqrt{\mathrm{e}}$.
7. Tracer (T), (U), $(\mathscr{C})$ et ses asymptotes dans un repère orthonormal $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$du plan, unité graphique : 2 cm.
8. Soit la fonction G définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par

$$G(x) = \frac{\ln(x)+1}{x}.$$

   Calculer $G'(x)$ et en déduire une primitive F de f sur $]0\,;\,+\infty[$.
9. Calculer la valeur exacte, puis approchée à 10^{-2} près, de l'aire en cm^2 de la partie du plan limitée par l'axe des abscisses, la courbe $(\mathscr{C})$ et les droites d'équation $x = 1$ et $x = \mathrm{e}$.

Baccalauréat STT ACC-ACA Polynésie septembre 2003

EXERCICE 1 **9 points**

Le tableau ci-dessous présente la part en pourcentage des dépenses des ménages français consacrée à l'alimentation et celle consacrée aux services de santé.

Années	1960	1965	1970	1975	1980	1985	1990	1995
Rang de l'année	0	5	10	15	20	25	30	35
Part des produits alimentaires (en %)	33,3	29,6	26	23,5	21,4	20,7	19,2	18,2
Part des services de santé (en %)	6	6,1	6,9	7,8	7,7	8,4	9,5	10,3

Source : INSEE (les chiffres de l'économie – Alternatives économiques HS numéro 50)
Par exemple, dans le tableau précédent, les dépenses alimentaires, en 1970, représentent 26 % des dépenses des ménages français.

1. **a.** Représenter, dans un repère orthogonal, le nuage de points d'abscisse le rang de l'année et d'ordonnée la part en pourcentage des produits alimentaires en prenant pour unités graphiques :
   - 1 cm pour 5 unités sur l'axe des abscisses ;
   - 0,5 cm pour 1 unité sur l'axe des ordonnées.

   b. L'aspect du nuage conduit à choisir pour ajustement affine la droite D_1 d'équation : $y = -0,418x + 31,31$. Construire la droite D_1 dans le repère précédent.

   c. En utilisant l'ajustement précédent, estimer la part en pourcentage des dépenses alimentaires des ménages français en 2005. On donnera ce pourcentage avec un seul chiffre après la virgule.
2. **a.** Sur le même graphique que précédemment, construire le nuage de points d'abscisse le rang de l'année et d'ordonnée la part en pourcentage des services de santé.

   b. Déterminer les coordonnées du point moyen G_2 de ce nuage et placer G_2 sur le graphique.

   c. L'aspect du nuage conduit à choisir pour ajustement affine la droite D_2 passant par G_2 et admettant comme coefficient directeur 0,123. Déterminer une équation de D_2 et la tracer.
3. **a.** Déterminer graphiquement les coordonnées du point d'intersection de D_1 et D_2.

   b. Déterminer par le calcul les coordonnées du point d'intersection de D_1 et D_2 à 0,1 près.

   c. Quelles prévisions fondées sur les ajustements précédents, l'abscisse de ce point d'intersection permet-elle de réaliser ?

EXERCICE 2 **11 points**

Première partie

Dans une entreprise piscicole, un bassin contient 100 poissons dont :
- dix tanches de moins de 40 centimètres ;
- vingt tanches mesurant strictement plus de 40 centimètres et moins de 60 centimètres ;
- dix carpes de moins de 40 centimètres ;
- quinze carpes mesurant strictement plus de 40 centimètres et moins de 60 centimètres ;
- trente carpes mesurant strictement plus de 60 centimètres ;
- cinq brèmes mesurant strictement plus de 40 centimètres et moins de 60 centimètres ;
- dix brèmes mesurant strictement plus de 60 centimètres.

Reproduire et compléter le tableau suivant :

Taille t (en cm) \ Poissons	Tanches	Carpes	Brèmes	Total
$0 \leqslant t \leqslant 40$			0	
$40 \leqslant t \leqslant 60$		15		
$t > 60$	0			
Total				100

On admet que tous les poissons du bassin ont la même probabilité d'être pêchés.
On pêche un poisson dans le bassin.

1. Quelle est la probabilité de l'évènement E_1 : « le poisson pêché est une tanche » ?
2. Quelle est la probabilité de l'évènement E_2 : « le poisson pêché mesure strictement plus de 40 centimètres et moins de 60 centimètres » ?
3. Quelle est la probabilité de l'évènement E_3 : « le poisson pêché est une tanche et mesure strictement plus de 40 centimètres et moins de 60 centimètres » ?
4. Quelle est la probabilité de l'évènement E_4 : « le poisson pêché mesure strictement plus de 40 centimètres et moins de 60 centimètres ou c'est une tanche » ?

Deuxième partie

Un bassin A contient 100 poissons dont exactement 20 gardons. Un bassin B contient x gardons et 100 poissons autres que des gardons. x est un nombre entier compris entre 1 et 30. On admet que, dans chaque bassin, tous les poissons ont la même probabilité d'être pêchés.

1. Un poisson est pêché dans le bassin A. Quelle est la probabilité p_A que ce soit un gardon ?
2. Un poisson est pêché dans le bassin B. Quelle est la probabilité p_B que ce soit un gardon ?
3. On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[1 ; 30]$ par

$$f(x) = \frac{x}{x+100}.$$

   a. Calculer $f'(x)$ pour tout x de l'intervalle $[1 ; 30]$.

   b. étudier le sens de variations de f sur $[1 ; 30]$.

   c. Construire la courbe représentative de f dans un repère orthogonal en prenant pour unités graphiques :
   - 0,5 cm pour 1 unité sur l'axe des abscisses,
   - 20 cm pour 1 unité sur l'axe des ordonnées.

   d. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 0,2$.

4. Combien doit-on placer au minimum de gardons dans le bassin B pour que p_B soit supérieur à p_A ?
Justifier la réponse.

∽ Baccalauréat STT C.G.–I.G. Antilles–Guyane ∽ septembre 2004

EXERCICE 1

Un « petit épargnant » place 1 500 € le 1er août 2002. À cette époque, le taux de placement à intérêts composés est de 3 % l'an.

1. **a.** Par quel nombre doit-on multiplier 1 500 afin d'obtenir la somme que cet épargnant aurait pu récupérer un an après ?

   b. Les sommes récupérables chaque année, les 1er août, forment une suite de nombres. Est-elle géométrique ou arithmétique ? Quelle est sa raison ?

   c. Cet épargnant espérait récupérer au août 2012 la somme ainsi placée avec ses intérêts.

   Quelle somme A pouvait-il espérer récupérer à cette date ? Quel aurait été alors le montant des intérêts en euro.

2. Mais le 1er août 2003, le gouvernement a décidé de baisser ce taux d'intérêts à 2,25 %.

   a. Calculer la somme que cet épargnant pourra récupérer le 1er août 2004.

   b. Supposons que ce taux d'intérêts composés de 2,25 % reste inchangé jusqu'au 1er août 2012, quelle somme B pourra-t-il récupérer ainsi à cette date ?

3. **a.** Quelle sera au 1er août 2012 la différence A − B en euro.

   b. Que représente en pourcentage cette différence par rapport au montant de l'intérêt espéré calculé à la question **1. c.**.

EXERCICE 2

Un promoteur étudie la construction d'une résidence composée de studios et de petits appartements. Il prévoit pour un studio une surface habitable de 30 m^2 et une fenêtre et espère le vendre 60 000 euros. Pour un petit appartement, il prévoit une surface habitable de 50 m^2 et 3 fenêtres et espère le vendre 120 000 euros.
Il veut que la residence ait au moins 20 logements.
Il dispose de 1 160 m^2 de surface habitable et 60 fenêtres. Par ailleurs, il se peut pas vendre plus de 15 studios. Le but de l'exercice est de déterminer le nombre x de studios et le nombre y de petits appartements que le promoteur doit construire pour réaliser an chiffre d'affaires maximal.

1. Déterminer on système d'inéquations portant sur x et y traduisant les contraintes du problème.

2. On se place dans un repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ (unité : 0,5 cm).

   Déterminer graphiquement l'ensemble des points $M(x\,;\,y)$ tels que :

$$\left\{\begin{array}{lcr} 0 \leqslant x & \leqslant & 15\\ y & \geqslant & 0\\ x+y & \geqslant & 20\\ 3x+5y & \leqslant & 116\\ x+3y & \leqslant & 60\end{array}\right.$$

   On hachurera la partie du plan ne convenant pas.

3. **a.** Exprimer en fonction de x et de y le chiffre d'affaires C, exprimé en euro, correspondant à la vente de x studios et de y petits appartements.

   b. Déterminer l'équation de la droite Δ_C correspondant à un chiffre d'affaires C. On mettra cette équation sous la forme $y = ax + b$.

   c. Tracer la droite Δ_C avec $C = 2\,160\,000$.

4. Déterminer à l'aide du graphique, en le justifiant, le nombre x de stufios et le nombre y de petits appartements à construire pour permettre au promoteur de réaliser un chiffre d'affaires maximal. Calculer ce chiffre d'affaires maximal.

PROBLÈME

Une entreprise veut lancer une nouvelle boisson haut de gamme. Elle va ainsi faire un essai dans les hypermarchés dune ville pendant un mois.
Pour ce faire, elle recrute en contrat à durée déterminée, à temps partiel, une « animatrice-démonstratrice » qu'elle paiera directement sans participation des hypermarchés.
Les capacités de production de l'entreprise, pour cet essai sur un mois, sont limitées à 1 500 boissons. Toutes les boissons produites sont vendues aux hypermarchés.

Partie A - Lecture graphique

Sur le graphique page suivante, pour tout entier naturel x sur l'intervalle $[0\,;\,1500]$, $C(x)$ est le coût dc production en euro pour x boissons produites, et $R(x)$ est la recette en euro pour x boissons vendues aux hypermarchés.
Les résultats lus graphiquement seront justifiés par des tracés sur l'annexe.

1. **a.** Donner la valeur de $C(0)$: que représente ce nombre ?
   b. Pour quel nombre x de boissons produites, le coût de production est-il maximum ? Quel est ce coût ?
   c. Dresser le tableau de variations de la fonction C pour x variant de 0 à 1 500.
   d. Pour quel(s) nombre(s) de boissons produites le coût de production est-il égal à 1 250 ?
2. **a.** Pour quel nombre de boissons produites et vendues le bénéfice pour cette entreprise est-il nul ?
   b. Pour quelles valeurs de x l'entreprise fera-t'elle un bénéfice ? Quel pourrait être, en euro, son bénéfice maximum ?

Partie B

1. Sachant que la recette est donnée par la fonction R définie pour tout x de l'ensemble $[0\,;\,1500]$ par : $R(x) = 1,5x$, quel est le prix payé par les hypermarchés pour une boisson ?
2. En fait, la fonction C représentée ici, est telle que pour tout x de l'intervalle $[0\,;\,1500]$:

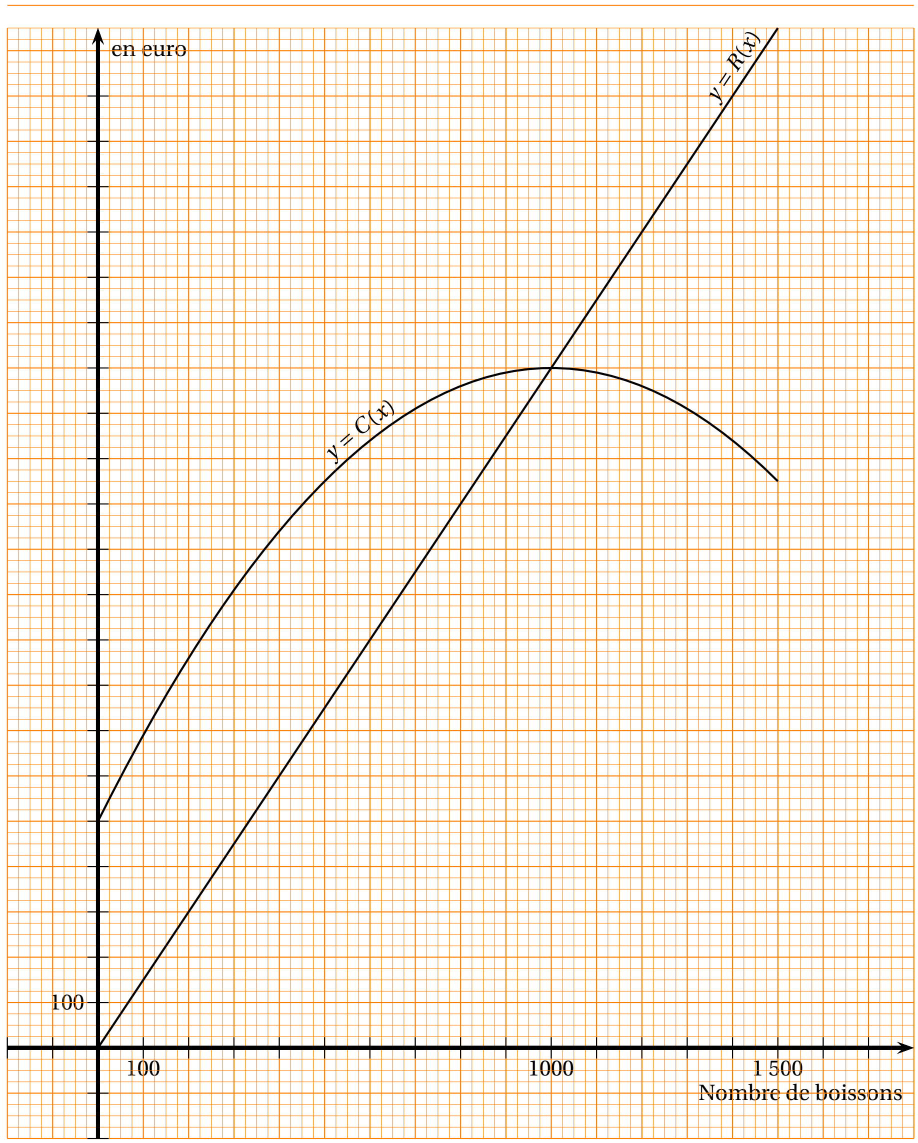
$$C(x) = \frac{-x^2}{1000} + 2x + 500.$$

   a. Montrer que le bénéfice est donné par la fonction B définie pour tout x de l'intervalle $[0\,;\,1500]$ par

$$B(x) = \frac{x^2}{1000} - 0,5x - 500.$$

   b. On note B' la dérivée de B, calculer $B'(x)$.
   c. Déterminer le signe de $B'(x)$ et dresser le tableau de variations de la fonction B sur l'intervalle $[0\,;\,1500]$.
   d. Pour quel nombre de boissons produites et vendues l'entreprise réalise-t-elle une perte record ? Quelle est cette perte ?

Graphique


en euro
$y = R(x)$
$y = C(x)$
100
100
1000
1 500
Nombre de boissons

Baccalauréat STT CG - IG France septembre 2004

EXERCICE 1 **4 points**

On interroge 100 clients d'un hypermarché pour connaître leurs avis sur deux produits génériques A et B. Les résultats sont les suivants : tous les clients ont répondu, 20 clients sont satisfaits des deux produits, 35 clients sont satisfaits du produit A et 27 clients ne sont satisfaits que du produit B.

1. Reproduire et compléter le tableau suivant :

Nombre de personnes	Satisfaites de A	Non satisfaites de A	Total
Satisfaites de B			
Non satisfaites de B			
Total			100

2. On interroge un client au hasard. Dans chacun des cas suivants, calculer, en justifiant la réponse,la probabilité que ce client soit :

a. satisfait de B ;

b. satisfait de A seulement ;

c. non satisfait des deux produits ;

d. satisfait d'un seul produit ;

e. satisfait d'au moins un produit.

EXERCICE 2 **6 points**

Dans le tableau suivant figurent les données concernant les ventes annuelles, pendant six années consécutives, d'une entreprise spécialisée dans un seul type de produit.

Rang de l'année : x_i	0	1	2	3	4	5
Nombre de ventes en milliers : v_i	2,6	4,3	8,2	11,1	23,4	30,0
$y_i = \ln(v_i)$	0,96					3,40

1. Recopier et compléter la dernière ligne du tableau (où ln désigne la fonction logarithme népérien) par les valeurs manquantes de y_i, arrondies au centième près.

2. Représenter le nuage de points de coordonnées $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ dans un repère orthonormal du plan (unité graphique 2 cm).

3. Déterminer les coordonnées du point moyen G du nuage.

4. Sur le graphique précédent, tracer la droite D d'équation : $y = \dfrac{1}{2}x + 1$.

Pour la suite, on admet que cette droite ajuste correctement le nuage de points.

5. Montrer que le nombre v_i de ventes en fonction du rang x_i de l'année est :

$$v_i = \mathrm{e}^{1+\frac{1}{2}x_i}.$$

6. Donner une estimation du nombre de ventes, pour l'année de rang 6 (en admettant que la tendance observée entre l'année de rang 0 et l'année de rang 5 se poursuive).

PROBLÈME **10 points**

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{1}{x} + \frac{\ln(x)}{x}.$$

où ln désigne la fonction logarithme népérien.

On appelle $(\mathscr{C})$ la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormal $\left(\text{O},~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$.

1. **a.** Déterminer la limite de f en $+\infty$.

En déduire l'existence d'une asymptote à la courbe $(\mathscr{C})$.

b. En écrivant $f(x)$ sous la forme $f(x) = \frac{1}{x}[1 + \ln(x)]$, déterminer la limite de f en 0.

En déduire l'existence d'une deuxième asymptote à la courbe $(\mathscr{C})$.

2. **a.** Montrer que la dérivée de f sur $]0~;~+\infty[$ est définie par : $f'(x) = -\frac{\ln(x)}{x^2}$.

b. Étudier le signe de $f'(x)$ et dresser le tableau de variations de f sur $]0~;~+\infty[$.

3. **a.** Résoudre sur $]0~;~+\infty[$ l'équation $f(x) = 0$.

b. Recopier et compléter le tableau suivant (chaque valeur manquante sera donnée arrondie au centième)

x	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	2	4	8
$f(x)$			0					

c. Représenter la courbe $(\mathscr{C})$ en prenant 2 cm pour unité graphique

4. **a.** Soit la fonction F définie sur $]0~;~+\infty[$ par

$$F(x) = \ln(x) + \frac{1}{2}[\ln(x)]^2.$$

Montrer que F est une primitive de f sur $]0~;~+\infty[$.

b. Hachurer sur le graphique la partie du plan située entre la courbe $(\mathscr{C})$, l'axe des abscisses, et les droites d'équations $x = \frac{1}{\text{e}}$ et $x = 1$.

c. Calculer, en cm^2, l'aire de la partie hachurée.

Durée : 3 heures

Baccalauréat STT CG - IG Polynésie septembre 2004

EXERCICE 1 **6 points**

Madame Maréchal tient une librairie pour la jeunesse. Une grande partie de sa clientèle lit des romans ou des bandes dessinées (BD). Pour approvisionner son rayon cette libraire a besoin d'au moins 5 romans et 20 BD, mais ne peut dépasser les 180 ouvrages au total.
La place nécessaire, en moyenne, est de 3 cm pour un roman et de 2 cm pour une BD.
Madame Maréchal ne dispose que de 4,80 m de longueur d'étagères pour ces ouvrages.
On note x le nombre de romans et y le nombre de BD en rayonnage.

1. Montrer que les contraintes de l'énoncé peuvent se traduire par le système d'inéquations suivantes :

$$\left\{\begin{array}{lcl} x & \geqslant & 50 \\ y & \geqslant & 20 \\ x+y & \leqslant & 180 \\ 3x+2y & \leqslant & 480 \end{array}\right.$$

où x et y sont des entiers naturels.

2. À tout couple $(x ; y)$, on associe le point M de coordonnées $(x ; y)$ dans le repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$. Unités graphiques : 1 cm pour 10 unités.
Déterminer graphiquement l'ensemble des points $M(x ; y)$ dont les coordonnées vérifient les contraintes (on hachurera la zone ne convenant pas).
Cet ensemble est l'intérieur d'un quadrilatère. On déterminera précisément par le calcul les coordonnées des sommets de ce quadrilatère.

3. Madame Maréchal réalise un bénéfice de 0,50 € par roman et de 0,40 € par BD. Elle désire connaître le nombre de romans et de BD pour obtenir un bénéfice maximal dans l'hypothèse où elle vend la totalité de ses ouvrages.

   a. Exprimer son bénéfice B en fonction de x et de y.

   b. Tracer les droites (D_1) et (D_2) correspondant respectivement à un bénéfice B_1, de 100 € et à un bénéfice B_2 de 80 €. Justifier que ces droites sont parallèles.

   c. À l'aide du graphique, déterminer alors le nombre de romans et le nombre de BD que Madame Maréchal doit avoir en rayon pour obtenir un bénéfice maximal. Calculer ce bénéfice.

EXERCICE 2 **4 points**

Chez un marchand de journaux 180 revues ont été accidentellement mélangées.
30 % de ces revues sont des mensuels, les autres sont des hebdomadaires.
125 sont des programmes de télévision et 34 % d'entre eux sont des hebdomadaires.
Il y a 11 mensuels consacrés au sport et 9 des hebdomadaires sont des revues d'informatique.

1. Recopier et compléter le tableau suivant :

	Informatique	Programmes TV	Sport	Total
Mensuels				
Hebdomadaires				
Total				180

Les résultats des probabilités seront donnés sous forme de fractions irréductibles.

2. On ramasse une revue au hasard. Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :

   a. A : « La revue est mensuelle » ;

   b. B : « La revue n'est pas une revue d'informatique » ;

c. C : « La revue est consacrée ce sport. »

3. **a.** Calculer la probabilité de l'évènement L : « La revue est un mensuel consacré au sport ».

b. En déduire la probabilité de l'évènement A $\cup$ C.

PROBLÈME **10 points**

Partie A : Étude de la fonction f et tracé de la courbe $\mathscr{C}$

On considére la fonction f définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{\ln x}{x} + \frac{1}{x} + 2x - 2.$$

On note $\mathscr{C}$ la courbe représentative de f dans le plan rapporté à un repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$. Unité graphique : 2 cm.

1. **a.** Déterminer la limite de f en $+\infty$.

b. Montrer que la droite $\mathscr{D}$ d'équation $y = 2x - 2$ est asymptote à la courbe $\mathscr{C}$.

c. Montrer que $f(x)$ peut s'écrire sous la forme :

$$f(x) = \frac{1}{x}\left(\ln x + 1 + 2x^2 - 2x\right).$$

En déduire la limite de f en 0. Interpréter graphiquement ce résultat.

2. **a.** Soit f' la dérivée de la fonction f. Montrer que $f'(x) = \dfrac{2x^2 - \ln x}{x^2}$.

b. En admettant que $2x^2 - \ln x$ est strictement positif sur $]0\,;\,+\infty[$ étudier le signe de $f'(x)$.

Dresser le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$.

c. Reproduire le tableau suivant et le compléter en donnant les valeurs décimales de $f(x)$ arrondies à 10^{-2} près.

x	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8
$f(x)$						

3. Tracer la courbe $\mathscr{C}$ ainsi que ses asymptotes.

Partie B : Calcul intégral

On considère la fonction h définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par :

$$h(x) = \frac{(\ln x)^2}{2} + \ln x.$$

1. Calculer $h'(x)$ où h' désigne la fonction dérivée de la fonction h.

2. En déduire qu'une primitive F de f sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ est donnée par

$$F(x) = h(x) + x^2 - 2x.$$

3. **a.** Calculer la valeur exacte de $\displaystyle\int_1^{\text{e}} f(x)\,\text{d}x$.

b. À partir des variations de la fonction f déterminer le signe de $f(x)$ sur l'intervalle $[1\,;\,\text{e}]$.

c. Interpréter graphiquement $\displaystyle\int_1^{\text{e}} f(x)\,\text{d}x$.

Baccalauréat STT CG-IG La Réunion septembre 2004

EXERCICE 1 **4 points**

On interroge 100 clients d'un hypermarché pour connaître leurs avis sur deux produits géneriques A et B. Les résultats sont les suivants : tous les clients ont répondu. 20 clients sont satisfaits des deux produits. 35 clients sont satisfaits du produit A et 27 clients ne sont satisfaits que du produit B.

1. Reproduire et compléter le tableau suivant :

Nombre de personnes	satisfaites de A	non satisfaites de B	Total
Satisfaites de B			
Non satisfaites de B			
Total			100

2. On interroge un client au hasard. Dans chacun des cas suivants, calculer, en justifiant la réponse, la probabilité que ce client soit :

a. satisfait de B

b. satisfait de A seulement ;

c. non satisfait des deux produits ;

d. satisfait d'un seul produit ;

e. satisfait d'au moins un produit.

EXERCICE 2 **6 points**

Dans le tableau suivant figurent les données concernant les ventes annuelles, pendant six années consécutives, d'une entreprise spécialisée dans un seul type de produit.

Rang de l'année : x_i	0	1	2	3	4	5
Nombre de ventes en milliers : v_i	2,6	4,3	8,2	11,1	23,4	30,0
$y_i = \ln(v_i)$	0,96					3,40

1. Recopier et compléter la dernière ligne du tableau (où ln désigne la fonction logarithme népérien) par les valeurs manquantes de y_i arrondies au centième près.

2. Représenter le nuage de points de coordonnées $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ dans un repère orthonormal du plan (unité graphique 2 cm).

3. Déterminer les coordonnées du point moyen G du nuage.

4. Sur le graphique précédent, tracer la droite D d'équation $y = \dfrac{1}{2}x + 1$.

Pour la suite, on admet que cette droite ajuste correctement le nuage de points.

5. Montrer que le nombre v_i de ventes en fonction du rang x_i de l'année est :

$$v_i = \mathrm{e}^{1+\frac{1}{2}x_i}.$$

6. Donner une estimation du nombre de ventes, pour l'année de rang 6 (en admettant que la tendance observée entre l'année de rang 0 et l'année de rang 5 se poursuive).

PROBLÈME **10 points**

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$ par

$$f(x) = \frac{1}{x} + \frac{\ln(x)}{x}$$

où ln désigne la fonction logarithme népérien.

On appelle $(\mathscr{C})$ la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormal $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$.

1. a. Déterminer la limite de f en $+\infty$.
   En déduire l'existence d'une asymptote à la courbe $(\mathcal{C})$.
   b. En écrivant $f(x)$ sous la forme $f(x) = \dfrac{1}{x}(1+\ln(x))$, déterminer la limite de f en 0.
   En déduire l'existence d'une deuxième asymptote à la courbe $(\mathcal{C})$.
2. a. Montrer que la dérivée de f sur $]0~;~+\infty[$ est définie par : $f'(x) = -\dfrac{\ln(2x)}{x^2}$.
   b. Étudier le signe de $f(x)$ et dresser le tableau de variations de f sur $]0~;~+\infty[$.
3. a. Résoudre sur $]0~;~+\infty[$ l'équation $f(x) = 0$.
   b. Recopier et compléter le tableau suivant (chaque valeur manquante sera donnée arrondie au centième)

x	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	2	4	8
$f(x)$			0					

   c. Représenter la courbe $(\mathcal{C})$ en prenant 2 cm pour unité graphique.
4. a. Soit la fonction F définie sur $]0~;~+\infty[$ par $F(x) = \ln(x) + \dfrac{1}{2}[\ln(x)]^2$.
   Montrer que F est une primitive de f sur $]0~;~+\infty[$.
   b. Hachurer sur le graphique la partie du plan située entre la courbe $(\mathcal{C})$, l'axe des abscisses, et les droites d'équations $x = \dfrac{1}{\mathrm{e}}$ et $x = 1$.
   c. Calculer, en cm^2, l'aire de la partie hachurée.

Baccalauréat STT CG-IG Nouvelle-Calédonie novembre 2004

EXERCICE 1 **4 points**

Le personnel d'une entreprise est constitué de 180 femmes et de 200 hommes.
Afin d'appliquer la loi anti-tabac, on réalise une étude dans l'entreprise, sur le comportement des employés face au tabac.
Les résultats de l'étude indiquent que :

- Parmi les hommes la moitié fume régulièrement et 20 % sont des fumeurs occasionnels.
- Une femme sur trois fume régulièrement.
- Autant d'hommes que de femmes fument occasionnellement.

1. Recopier et compléter le tableau suivant, en justifiant les calculs :

	Hommes	Femmes	Total
Fumeurs réguliers			
Fumeurs occasionnels	40		
Non fumeurs			140
Total			380

Dans les questions suivantes, tous les résultats seront donnés sous la forme d'une fraction irréductible.

2. On choisit au hasard une personne de l'entreprise. Chaque personne a la même probabilité d'être choisie.

   a. Calculer la probabilité des évènements suivants :
   A : « la personne choisie est non fumeur ».
   B : « la personne choisie est une femme ».

   b. Définir, à l'aide d'une phrase, l'évènement $A \cap B$, puis calculer sa probabilité.

   c. Définir. à l'aide d'une phrase, l'évènement $A \cup B$, puis calculer sa probabilité.

EXERCICE 2 **6 points**

Partie A

Sur la feuille annexe 1, (à rendre avec la copie) dans un repère orthonormal $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, on a construit les droites D et D′ d'équations respectives :
D : $2x + y = 24$
D′ : $2x + 3y = 36$.

1. Calculer les coordonnées du point I, intersection des droites D et D′.
2. Hachurer sur la feuille annexe 1, l'ensemble des points M du plan dont les coordonnées $(x\,;\,y)$ vérifient :

$$\left\{\begin{array}{lcl} x & \geqslant & 0 \\ 0 \leqslant & y & \leqslant 9 \\ 2x+y & \leqslant & 24 \\ 2x+3y & \leqslant & 36 \end{array}\right.$$

Partie B

Un artisan fabrique des portes de placard. Les unes sont en hêtre, les autres sont en chêne.
En raison de contraintes liées à l'approvisionnement, cet artisan ne peut produire plus de 9 portes en chêne par semaine.
La fabrication d'une porte en hêtre dure 4 heures et nécessite 2 m^2 de bois. Celle d'une porte en chêne dure 2 heures et nécessite 3 m^2 de bois.
L'artisan ne travaille pas plus de 48 heures par semaine et il ne peut pas entreposer plus de 36 m^2 de bois dans son atelier.
Soit x le nombre de portes en hêtre fabriquées et y le nombre de portes en chêne fabriquées par semaine (x et y sont des nombres entiers).

1. Déterminer, en justifiant les réponses, le système d'inéquations traduisant les contraintes de la production hebdomadaire de l'artisan.

2. Utiliser le graphique réalisé dans la **partie A** pour répondre aux questions suivantes :

a. Si l'artisan produit 3 portes en hêtre, combien de portes en chêne peut-il fabriquer ?

b. Si l'artisan produit 5 portes en chêne, combien de portes en hêtre peut-il fabriquer ?

3. L'artisan fait un bénéfice de 30 € sur une porte en hêtre et un bénéfice de 20 € sur une porte en chêne.

a. Exprimer en fonction de x et de y le bénéfice total réalisé, lorsque x portes en hêtre et y portes en chêne sont vendues.

On admet que la droite Δ d'équation $3x + 2y = 18$ contient les points dont les coordonnées correspondent à un bénéfice de 180 €.

Construire la droite Δ sur le graphique de la feuille annexe 1.

b. Déterminer graphiquement te nombre de portes de chaque sorte à fabriquer par semaine, pour que le bénéfice soit maximal. Expliquer la méthode suivie.

c. Quel est, alors, ce bénéfice en euros ?

PROBLÈME **10 points**

Partie 1. Étude graphique

Sur la feuille annexe 2, on a construit une portion de la représentation graphique $\mathscr{C}$ d'une fonction f dans un repère orthogonal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, d'unités graphiques : 2 cm sur l'axe des abscisses et 0,5 cm sur l'axe des ordonnées.

On suppose que la fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et on note f' sa fonction dérivée.

Soit A le point de coordonnées (1 ; −4). La droite (OA) est la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 0.

1. En utilisant le graphique, donner un encadrement de $f(-3)$ par deux entiers consécutifs.

2. Par lecture graphique il semblerait que la courbe $\mathscr{C}$ ait une droite asymptote au voisinage de moins l'infini.

Quelle serait alors son équation ?

3. Déterminer graphiquement le nombre dérivé $f'(0)$.

Partie 2. Étude de la fonction f.

La fonction f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = \text{e}^{2x} - 6\text{e}^{x} + 5.$$

1. Déterminer la limite de $f(x)$ quand x tend vers $-\infty$. Interpréter graphiquement le résultat obtenu.

2. Montrer que pour tout réel x, $f(x) = \text{e}^{2x}\left(1 - \dfrac{6}{\text{e}^{x}} + \dfrac{5}{\text{e}^{2x}}\right)$.

En déduire la limite de $f(x)$ quand x tend vers $-\infty$.

3. Les réponses aux questions précédentes permettent-elles de confirmer l'observation faite à la question **2.** de la **partie 1** ? Justifier votre réponse.

4. a. Montrer que pour tout réel x, $f(x) = 2\text{e}^{x}\left(\text{e}^{x} - 3\right)$.

b. Étudier le signe de $f'(x)$.

c. En déduire les variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$, puis dresser le tableau de variations de f.

Partie 3 Calcul d'aire

1. Démontrer quo la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par

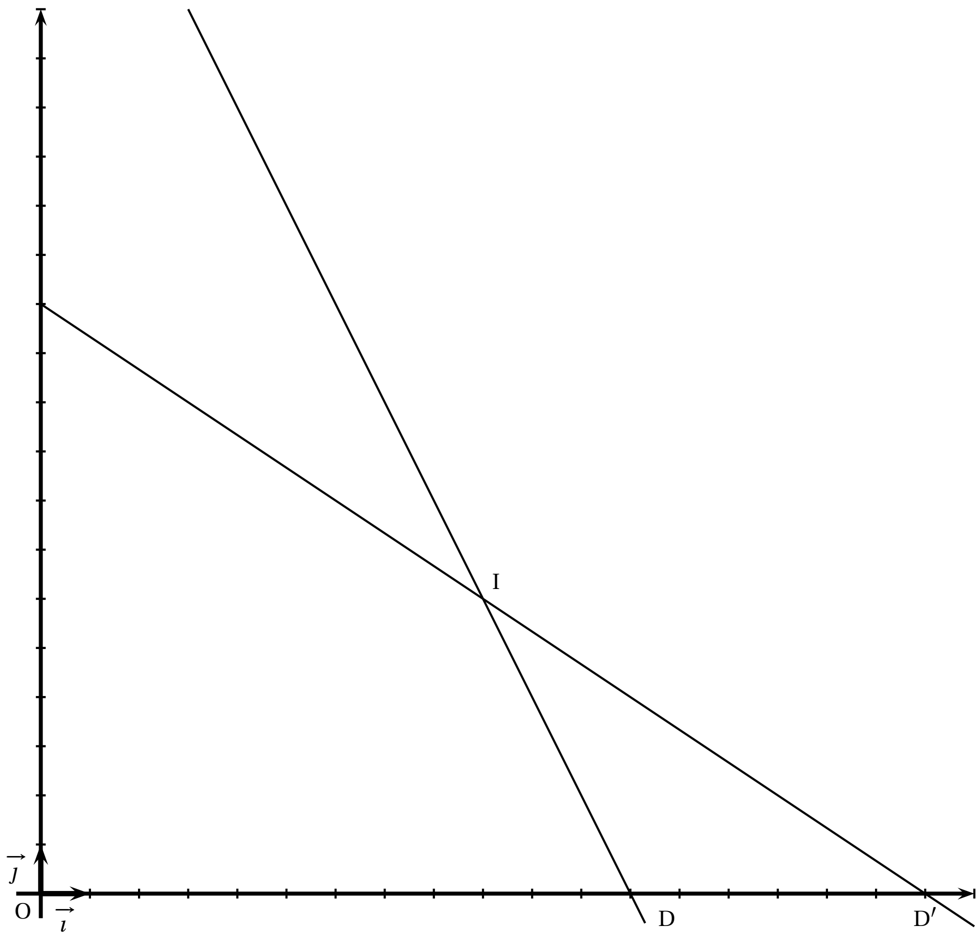
$$F(x) = \frac{1}{2}\mathrm{e}^{2x} - 6\mathrm{e}^{x} + 5x$$

est une primitive de f sur $\mathbb{R}$.

2. Hachurer, sur le graphique de la feuille annexe 2, la partie $\mathscr{E}$ du plan délimitée par la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = -2$ et $x = 0$.

3. Calculer en cm^2 la valeur exacte de l'aire de $\mathscr{E}$ puis sa valeur approchée arrondie au centième.

Feuille annexe 1
à rendre avec la copie



Feuille annexe 2
à rendre avec la copie

Courbe $\mathscr{C}$ représentation graphique de la fonction f