Baccalauréat L 2002

L'intégrale de juin à novembre 2002

Pour un accès direct cliquez sur les liens bleus

∽ Baccalauréat L Amérique du Nord juin 2002 ∾

Durée : 3 heures

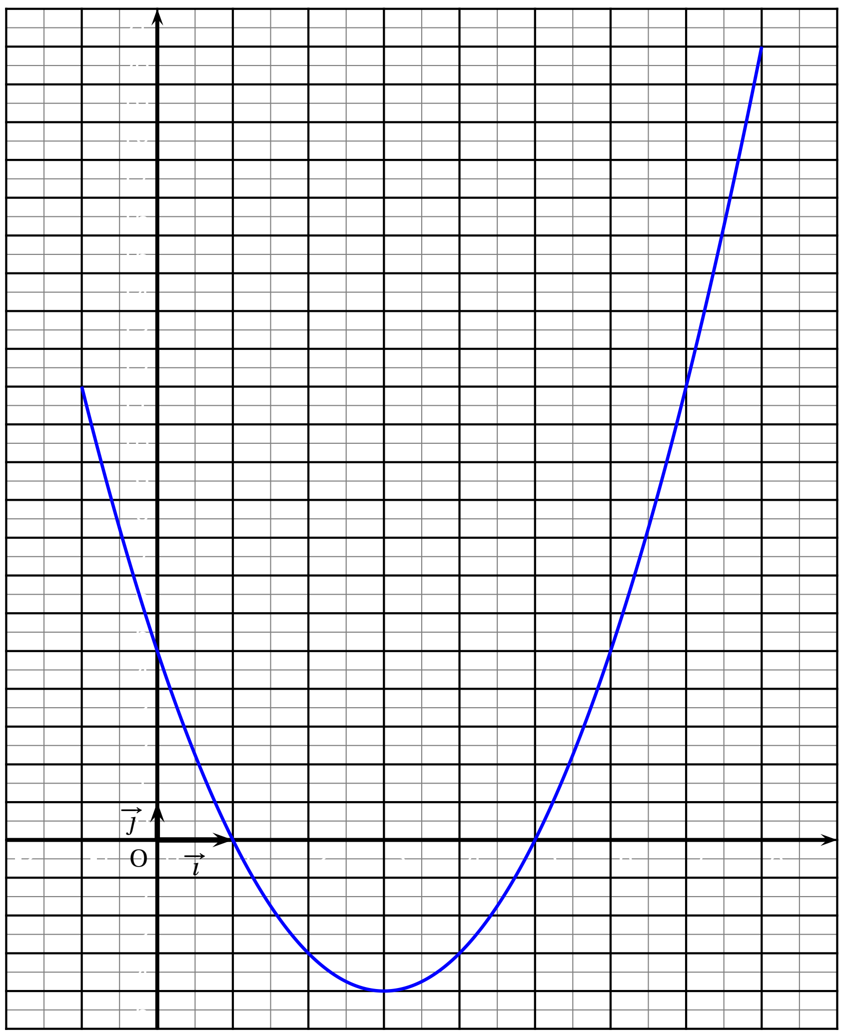
LE CANDIDAT TRAITERA OBLIGATOIREMENT L'EXERCICE 1 ET L'EXERCICE 2 ET AU CHOIX SOIT L'EXERCICE 3 SOIT L'EXERCICE 4.

Une feuille de papier millimétré est mise à la disposition du candidat

EXERCICE 1 OBLIGATOIRE **8 points**

Partie A

Soit g la fonction définie sur [-1 ; 8] par $g(x) = x^2 - 6x + 5$ et représentée ci-dessous.



1. **a.** Résoudre graphiquement l'équation $g(x) = 0$.
   b. En déduire le signe de $g(x)$ sur l'intervalle [- 1 ; 8].
   c. Résoudre graphiquement l'équation $g(x) = -3$.
2. **a.** La fonction g admet-elle un minimum sur [- 1 ; 8] ?
   b. Vérifier que $g(x) = (x-1)(x-5)$ pour x appartenant à [- 1 ; 8].
   c. Retrouver le signe de $g(x)$ â l'aide d'un tableau.

Partie B

Soit f la fonction définie sur $[-1\ ;\ 8]$ par

$$f(x) = 0,2x^3 - 1,8x^2 + 3x + 4.$$

On appelle $(\mathscr{C})$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormal $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ (unité de longueur 1 cm).

1. Calculer la dérivée de f notée f'.
2. Vérifier que $f'(x) = 0,6g(x)$ pour tout x de [- 1 ; 8] (g est la fonction étudiée dans la **partie A**).
   En déduire le signe de $f'(x)$ et le tableau des variations de la fonction f sur [-1 ; 8].
3. Tracer $(\mathscr{C})$ dans le repère $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$.

EXERCICE 2 **7 points**

Un hypermarché, à l'occasion de son 25e anniversaire, organise le jeu suivant :
Dans un premier temps, chaque client reçoit lors de son passage en caisse un bulletin. Ce bulletin comprend 9 cases, 3 rouges et 6 vertes, sous une pellicule grise à gratter.
Chaque client doit gratter seulement 3 cases.
- si le client découvre 3 cases rouges, il gagne un bon d'achat de 100 euros,
- si le client découvre 3 cases vertes, il gagne un bon d'achat de 5 euros,
- dans tous les autres cas, le bulletin est perdant.
Dans un deuxième temps, seuls les bulletins perdants portant le nom du client sont placés dans une urne pour une loterie ultérieure. Un client ne peut déposer qu'un seul bulletin dans cette urne.
Tous les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles.

1. Calculer les probabilités des évènements suivants :
   a. A « un client du magasin gagne un bon d'achat de 100 euros après un passage en caisse ».
   b. B « un client du magasin gagne un bon d'achat de 5 euros après un passage en caisse ».
2. En déduire que la probabilité de l'évènement « un client ne gagne rien au grattage » est $\dfrac{3}{4}$.
3. Monsieur M. effectue quatre passages en caisse durant la période du jeu.
   Determiner la probabilité que Monsieur M. gagne exactement deux bons d'achats.
4. Pour la loterie, 30 000 bulletins ont été déposés dans l'urne. On tire successivement et sans remise 100 bulletins de l'urne. Chaque bulletin tiré gagne un bon d'achat de 100 euros.
   a. Déterminer la probabilité qu'un bulletin déposé dans l'urne soit gagnant lors de ce tirage.
   b. Démontrer que la probabilité qu'un bulletin soit perdant après le grattage et gagnant après le tirage est $\dfrac{1}{400}$.

EXERCICE 3 **5 points**

Partie A : Étude d'une suite

Soit la suite (u_n) définie par $u_0 = 1\,500\,000$ et $u_{n+1} = 1,013u_n + 1300$ pour tout entier naturel n.

1. Calculer u_1 et u_2.
2. On pose pour tout entier naturel n, $v_n = u_n + 100\,000$.
   a. Calculer v_0.
   b. Démontrer que, pour tout entier naturel n, $v_{n+1} = 1,013 v_n$. En déduire la nature de la suite (v_n).
   c. Déterminer v_n en fonction de n.
   En déduire que $u_n = 1\,600\,000 \times (1,013)^n - 100\,000$.
   d. Calculer u_{18}. Le résultat sera arrondi à l'entier le plus proche.

Partie B Application

Pour cette partie, tous les résultats numériques seront arrondis à l'entier le plus proche.
Une étude de la population d'un département laisse apparaître les informations suivantes :

— la population est estimée à 1 500 000 habitants en 2002,
— le taux d'accroissement naturel est de 1,3 % par an,
— le flux migratoire (différence entre le nombre de personnes entrant dans le département et le nombre de personnes en sortant) est estimé à 1 300 habitants par an. On estime que ces données resteront constantes au fil des ans.

1. Déterminer la population estimée de ce département en 2003 et en 2004.
2. On pose $w_0 = 1500000$. Pour tout entier naturel n, on désigne par w_n une estimation du nombre d'habitants de ce département durant l'année $(2002 + n)$.
   a. Vérifier que $w_{n+1} = 1,013 w_n + 1300$ pour tout entier naturel n.
   b. En utilisant la **partie A**, déduire une estimation de la population de ce département en 2020.

EXERCICE 4 **5 points**

Partie A : Étude de fonction

Soit f la fonction définie sur $[0\,;\,200]$ par

$$f(x) = \sqrt{100x + 49}.$$

On appelle $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormal $\left(\mathrm{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ (unité : 1 mm).

1. Calculer la dérivée de f, notée f'.
2. Étudier le signe de $f'(x)$ et en déduire le sens de variations, de la fonction f sur $[0\,;\,200]$.
3. Tracer $(\mathcal{C})$.
4. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 130$.

Partie B Application

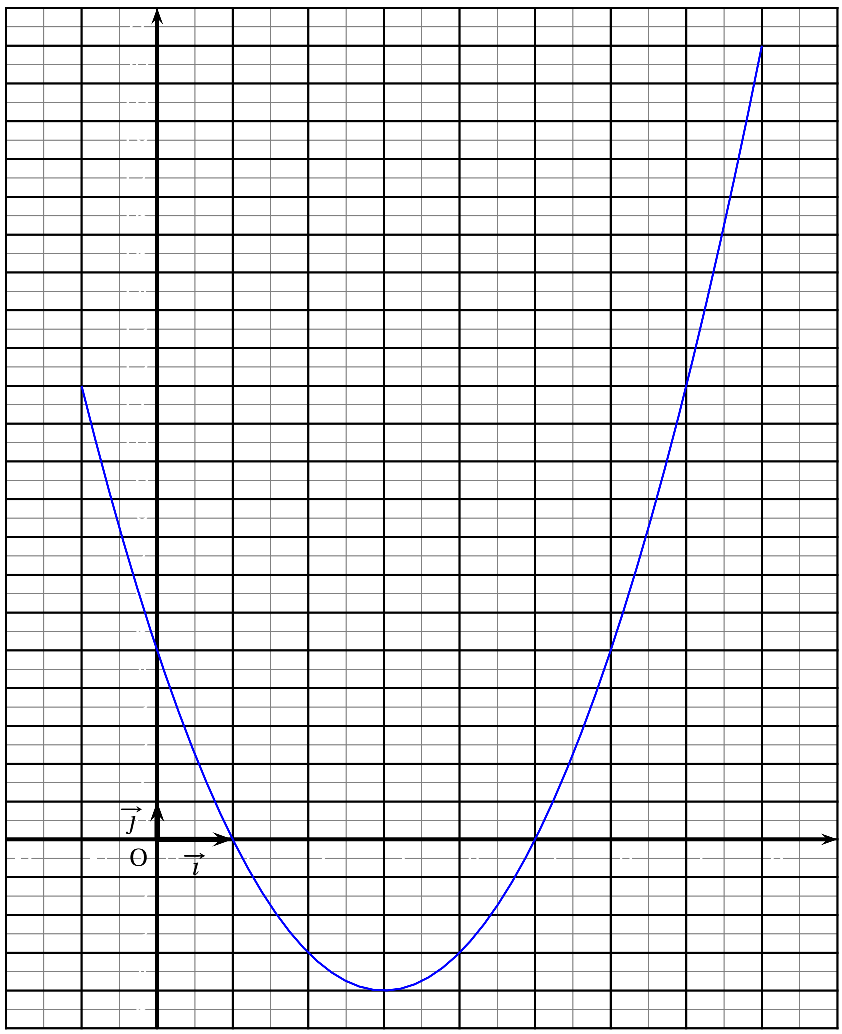
La distance de freinage jusqu'à l'arrêt d'un véhicule automobile est fonction de sa vitesse avant le freinage.
En notant x cette distance exprimée en m (x variant de 10 à 200) et y cette vitesse exprimée en km·h^{-1}.
Les experts d'assurance automobile estiment que $v = f(x)$ où f est la fonction étudiée dans la **partie A**.

1. Quelle est la vitesse d'un véhicule pour lequel une distance de 100 m est nécessaire pour s'arrêter ?
2. **a.** Quelle est la distance de freinage jusqu'à l'arrêt d'un véhicule roulant à 130 km·h^{-1} ?

   b. Le code de la route impose un délai de 2 secondes entre chaque véhicule. Ce délai est-il suffisant si le véhicule roule à 130 km·h^{-1} ? (Justifier votre réponse.)

Partie A

Soit g la fonction définie sur [-1 ; 8] par $g(x) = x^2 - 6x + 5$ et représentée ci-dessous.



1. **a.** Résoudre graphiquement l'équation $g(x) = 0$.

   b. En déduire le signe de $g(x)$ sur l'intervalle $[-1 ; 8]$.

   c. Résoudre graphiquement l'équation $g(x) = -3$.
2. **a.** La fonction g admet-elle un minimum sur $[-1 ; 8]$?

   b. Vérifier que $g(x) = (x-1)(x-5)$ pour x appartenant à $[-1 ; 8]$.

   c. Retrouver le signe de $g(x)$ â l'aide d'un tableau.

Partie B

Soit f la fonction définie sur $[-1\ ;\ 8]$ par

$$f(x) = 0,2x^3 - 1,8x^2 + 3x + 4.$$

On appelle $(\mathscr{C})$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormal $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ (unité de longueur 1 cm).

1. Calculer la dérivée de f notée f'.

2. Vérifier que $f'(x) = 0,6g(x)$ pour tout x de [- 1 ; 8] (g est la fonction étudiée dans la **partie A**).

En déduire le signe de $f'(x)$ et le tableau des variations de la fonction f sur [- 1 ; 8].

3. Tracer $(\mathscr{C})$ dans le repère $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$.

EXERCICE 2 **7 points**

Un hypermarché, à l'occasion de son 25$^{\text{e}}$ anniversaire, organise le jeu suivant :
Dans un premier temps, chaque client reçoit lors de son passage en caisse un bulletin. Ce bulletin comprend 9 cases, 3 rouges et 6 vertes, sous une pellicule grise à gratter.
Chaque client doit gratter seulement 3 cases.
- si le client découvre 3 cases rouges, il gagne un bon d'achat de 100 euros,
- si le client découvre 3 cases vertes, il gagne un bon d'achat de 5 euros,
- dans tous les autres cas, le bulletin est perdant.
Dans un deuxième temps, seuls les bulletins perdants portant le nom du client sont placés dans une urne pour une loterie ultérieure. Un client ne peut déposer qu'un seul bulletin dans cette urne.
Tous les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles.

1. Calculer les probabilités des évènements suivants :

a. A « un client du magasin gagne un bon d'achat de 100 euros après un passage en caisse ».

b. B « un client du magasin gagne un bon d'achat de 5 euros après un passage en caisse ».

2. En déduire que la probabilité de l'évènement « un client ne gagne rien au grattage » est $\dfrac{3}{4}$.

3. Monsieur M. effectue quatre passages en caisse durant la période du jeu.
Déterminer la probabilité que Monsieur M. gagne exactement deux bons d'achats.

4. Pour la loterie, 30 000 bulletins ont été déposés dans l'urne. On tire successivement et sans remise 100 bulletins de l'urne. Chaque bulletin tiré gagne un bon d'achat de 100 euros.

a. Déterminer la probabilité qu'un bulletin déposé dans l'urne soit gagnant lors de ce tirage.

b. Démontrer que la probabilité qu'un bulletin soit perdant après le grattage et gagnant après le tirage est $\dfrac{1}{400}$.

EXERCICE 3 **5 points**

Partie A : Étude d'une suite

Soit la suite (u_n) définie par $u_0 = 1\,500\,000$ et $u_{n+1} = 1,013u_n + 1300$ pour tout entier naturel n.

1. Calculer u_1 et u_2.
2. On pose pour tout entier naturel n, $v_n = u_n + 100\,000$.
   a. Calculer v_0.
   b. Démontrer que, pour tout entier naturel n, $v_{n+1} = 1,013 v_n$. En déduire la nature de la suite (v_n).
   c. Déterminer v_n en fonction de n.
   En déduire que $u_n = 1\,600\,000 \times (1,013)^n - 100\,000$.
   d. Calculer u_{18}. Le résultat sera arrondi à l'entier le plus proche.

Partie B Application

Pour cette partie, tous les résultats numériques seront arrondis à l'entier le plus proche.
Une étude de la population d'un département laisse apparaître les informations suivantes :

— la population est estimée à 1 500 000 habitants en 2002,
— le taux d'accroissement naturel est de 1,3 % par an,
— le flux migratoire (différence entre le nombre de personnes entrant dans le département et le nombre de personnes en sortant) est estimé à 1 300 habitants par an. On estime que ces données resteront constantes au fil des ans.

1. Déterminer la population estimée de ce département en 2003 et en 2004.
2. On pose $w_0 = 1\,500\,000$. Pour tout entier naturel n, on désigne par w_n une estimation du nombre d'habitants de ce département durant l'année $(2002 + n)$.
   a. Vérifier que $w_{n+1} = 1,013 w_n + 1300$ pour tout entier naturel n.
   b. En utilisant la **partie A**, déduire une estimation de la population de ce département en 2020.

EXERCICE 4 **5 points**

Partie A : Étude de fonction

Soit f la fonction définie sur $[0\,;\,200]$ par

$$f(x) = \sqrt{100x + 49}.$$

On appelle $(\mathscr{C})$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ (unité : 1 mm).

1. Calculer la dérivée de f, notée f'.
2. Étudier le signe de $f'(x)$ et en déduire le sens de variations, de la fonction f sur $[0\,;\,200]$.
3. Tracer $(\mathscr{C})$.
4. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 130$.

Partie B Application

La distance de freinage jusqu'à l'arrêt d'un véhicule automobile est fonctio de sa vitesse avant le freinage.
En notant x cette distance exprimée en m (x variant de 10 à 200) et y cette vitesse exprimée en km·h^{-1}.
Les experts d'assurance automobile estiment que $v = f(x)$ où f est la fonction étudiée dans la **partie A**.

1. Quelle est la vitesse d'un véhicule pour lequel une distance de 100 m est nécessaire pour s'arrêter ?
2. **a.** Quelle est la distance de freinage jusqu'à l'arrêt d'un véhicule roulant à 130 km$\cdot$h^{-1} ?

   b. Le code de la route impose un délai de 2 secondes entre chaque véhicule. Ce délai est-il suffisant si le véhicule roule à 130 km$\cdot$h^{-1} ? (Justifier votre réponse.)

Durée : 3 heures

Baccalauréat L Antilles-Guyane juin 2002

EXERCICE 1 OBLIGATOIRE **7 points**

Les trois parties de l'exercice sont indépendantes. Les résultats demandés seront donnés sous forme de fractions irréductibles.
Dans cet exercice, on effectue selon différentes modalités, des tirages au hasard parmi les huit cartes que constituent les quatre dames et les quatre rois d'un jeu de cartes.
Préliminaire :

Écrire le triangle de Pascal donnant les nombres $\binom{n}{p}$ pour n inférieur ou égal à 8.

I - Première modalité

On tire simultanément au hasard trois cartes parmi les huit cartes.

1. Déterminer le nombre de tirages possibles.
2. Déterminer le nombre de tirages qui comprennent trois rois.
3. Déterminer la probabilité de réaliser, un tirage de trois cartes de même niveau, c'est-à-dire trois rois ou trois dames.

II. Deuxième modalité : *on pourra s'aider d'un arbre.*

On tire successivement au hasard deux cartes parmi les huit cartes. Le tirage est sans remise.

1. Calculer la probabilité de l'évènement R_1 « La première carte tirée est un roi ».
2. Sachant que la première carte tirée est un roi, calculer la probabilité d'obtenir encore un roi pour la deuxième carte.
3. Déterminer la probabilité d'obtenir deux rois.
4. Quelle est la probabilité d'obtenir deux figures de même niveau, c'est-à-dire deux rois ou deux dames ?
5. Quelle est la probabilité de ne pas obtenir deux figures de même niveau ?

III. Troisième modalité

On tire une carte que l'on remet dans le paquet de huit cartes avant d'effectuer le tirage suivant. Les tirages sont indépendants.

1. Calculer la probabilité d'obtenir un c ?ur quand on tire une carte parmi les huit choisies.
2. On effectue quatre tirages successifs.
   a. Déterminer la probabilité p_1 d'obtenir quatre fois un coeur.
   b. Déterminer la probabilité p_2 d'obtenir exactement deux fois un cœur.
3. À l'aide de la calculatrice, donner le nombre de tirages nécessaires pour que la probabilité de n'obtenir que des cœurs soit inférieure à 10^{-6}.

EXERCICE 2 OBLIGATOIRE **6 points**

Partie A

On considère les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \frac{1}{10}x^3 - 6x^2 + 120x \qquad ; \qquad g(x) = 40x.$$

1. **a.** Calculer le nombre dérivé $f'(x)$ et vérifier que $f'(x) = \dfrac{3}{10}(x-20)^2$.

   b. Étudier le sens de variation de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

   c. Calculer $f(10)$, $f(20)$ et $f(40)$.

2. La courbe $(\mathscr{C}_f)$ représentative de la fonction f est tracée sur la feuille annexe que l'on remettra avec la copie.

   a. Déterminer une équation de la tangente $\mathrm{T_A}$ à la courbe $(\mathscr{C}_f)$ au point A d'abscisse 10.

   b. Tracer sur la feuille annexe la courbe $(\mathscr{C}_g)$ représentative de la fonction g.

   c. Montrer que la courbe $(\mathscr{C}_f)$, la courbe $(\mathscr{C}_g)$ et la droite $\mathrm{T_A}$ se coupent au point d'abscisse 40. En déduire le tracé de la tangente $\mathrm{T_A}$ que l'on réalisera sur la feuille annexe.

Partie B

Le coût exprimé en euros d'une production est fonction du nombre d'unités x fabriquées est égal à $f(x)$ où f est la fonction étudiée dans la **partie A**.
On prendra x dans l'intervalle $[0\,;45]$.

1. Montrer que pour x unités produites et vendues 40 euros l'unité, le bénéfice en euros s'exprime par $g(x) - f(x)$.

2. **a.** Déterminer graphiquement les solutions de l'équation $f(x) = g(x)$ sur l'intervalle $[0\,;45]$.

   On fera les traits de construction utiles et on vérifiera que les valeurs entières lues sont solutions.

   b. Déterminer l'intervalle auquel doit appartenir le nombre d'unités fabriquées x pour que l'entreprise soit bénéficiaire.

AU CHOIX exercice 3 ou exercice 4

EXERCICE 3 **6 points**

Dans cet exercice, les deux parties sont indépendantes. Les résultats demandés seront arrondis au centième.
Pour effectuer un achat dont le coût s'élève à 1 600 euros un client a le choix entre deux formes de paiement.

I. Dans cette question, le premier versement s'élève à 150 euros et on effectue une suite de versement notée (a_n) qui vérifie $a_0 = 150$ et, pour tout entier n : $a_{n+1} = 0,95a_n + 100$.

1. Calculer le deuxième versement a_1 et le troisième a_2.
2. Montrer qu'avec cinq versements, la somme de 1600 euros est remboursée.

II. Dans cette question, le premier versement s'élève à 200 euros, puis chaque versement est égal au précédent diminué de 5 %.
On note (b_n) la suite des versements avec $b_0 = 200$.

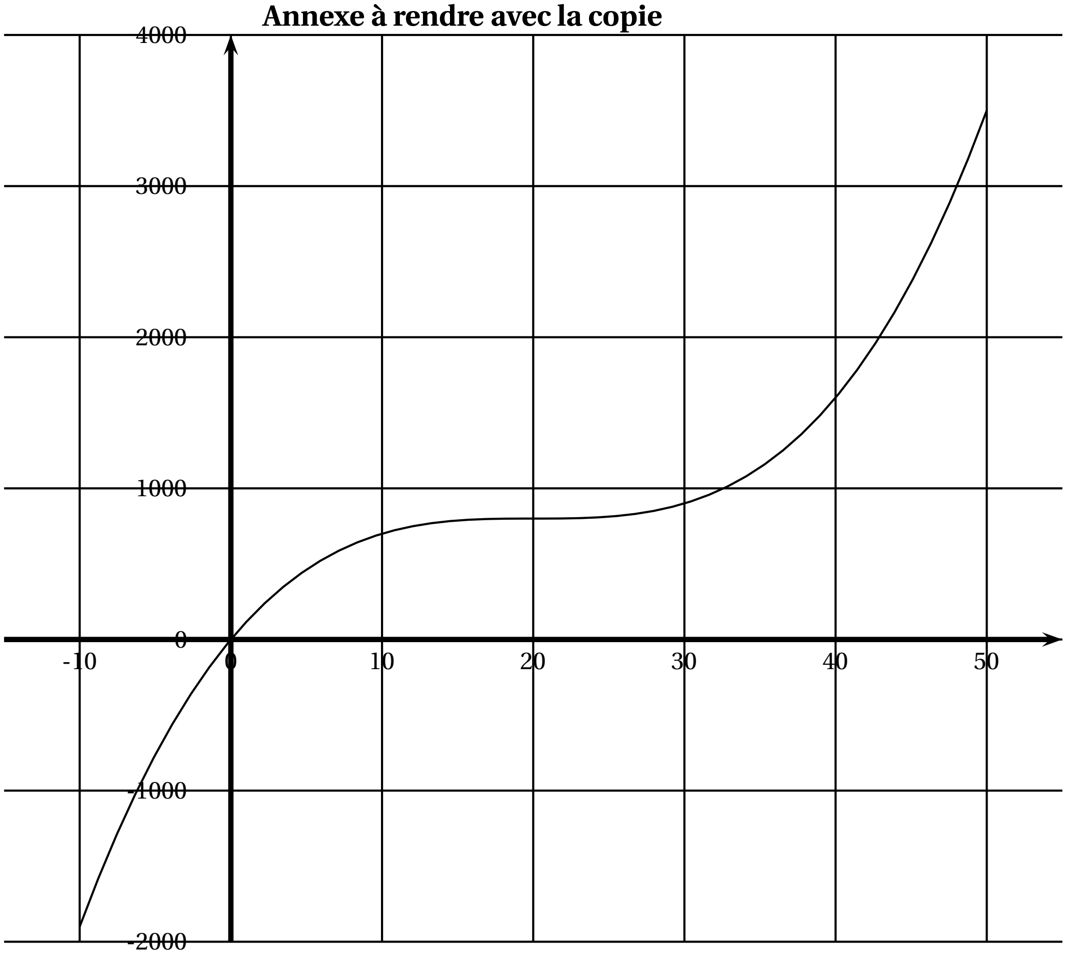
1. Vérifier que $b_1 = 190$ et calculer b_2 et b_3
2. Exprimer le terme b_{n+1} en fonction de b_n.
   En déduire la nature de la suite (b_n) et donner l'expression du terme général b_n en fonction de n.

3. Calculer en fonction de n la somme S_n égale à $b_0 + b_1 + \cdots + b_n$ des $(n+1)$ premiers versements.
   Calculer les sommes S_8 et S_9 et interpréter le résultat.

EXERCICE 4 **6 points**

1. **a.** Montrer que 1999 est congru à 4 modulo 7.
   b. Déterminer le plus petit nombre entier naturel congru à 2007 modulo 7.
2. Soit n un nombre entier naturel congru à 5 modulo 7.
   a. Déterminer un nombre entier naturel congru à n^3 modulo 7.
   b. En déduire que $\left(n^3+1\right)$ est divisible par 7.
3. Montrer que si n est un nombre entier naturel congru à 4 modulo 7 alors $\left(n^3-1\right)$ est divisible par 7.
4. On considère le nombre $\mathrm{A} = 1999^3 + 2007^3$.
   Sans calculer A, montrer en utilisant les résultats précédents que A est divisible par 7.

Annexe à rendre avec la copie



↜ Baccalaurat TL Centres étrangers juin 2002 ↝

Exercice 1 **8 points**

Tableau I

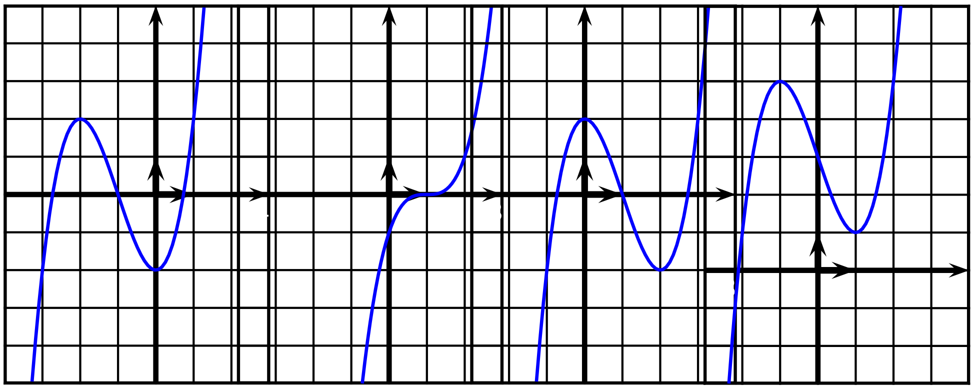


figure 1 : fonction L figure 2 : fonction M figure 3 : fonction P figure 4 : fonction Q

Les courbes figurant dans le tableau 1 sont les représentations graphiques de quatre fonctions polynômes de degré 3 : $L,\ M,\ P,\ Q$.

Tableau 2

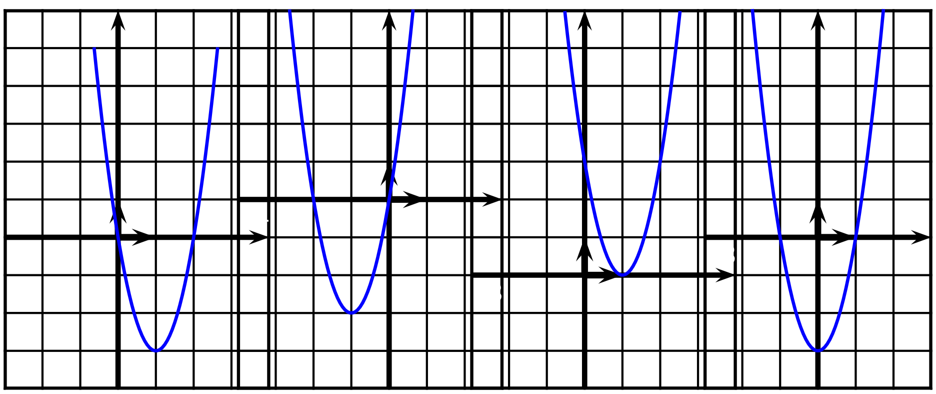


figure 5 : fonction f figure 6 : fonction g figure 7 : fonction h figure 8 : fonction k

Les paraboles figurant dans le tableau 2 sont les représentations graphiques de quatre fonctions : $f,\ g,\ h,\ k$.
Ces fonctions sont, dans un ordre à déterminer, les dérivées des fonctions $L,\ M,\ P,\ Q$.

1. **a.** Pour chacune des paraboles du tableau 2, donner le signe de la fonction représentée.

   b. Pour chacune des courbes du tableau 1, établir par lecture graphique le tableau de variations de la fonction représentée. Pour chaque tableau de variation, on indiquera le signe de la dérivée de la fonction correspondante (on n'étudiera pas les limites en $+\infty$ et en $-\infty$).

   c. Pour chacune des fonctions $L,\ M,\ P,\ Q$, préciser celle des fonctions, $f,\ g,\ h,\ k$ qui est sa fonction dérivée.

2. La fonction f représente sur la figure 5 est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x^2 + bx + c$ où b et c sont deux nombres réels.

   a. Résoudre graphiquement $f(x) = 0$ et utiliser cette résolution pour calculer b et c.

b. On note $\mathscr{C}_P$ la courbe représentative de la fonction P. Elle a pour équation :

$$y = x^3 + \frac{b}{2}x^2 + cx + d.$$

En utilisant les coordonnées du point d'intersection de la courbe $\mathscr{C}_P$ avec l'axe des ordonnées, calculez d. Donner l'expression de $P(x)$.

Exercice 2 **6 points**

Pour se rendre l'arrêt du bus qui passe 7 h 30 et qui l'amène au lycée, Valérie a le choix entre trois itinéraires A, B ou C.
La probabilité qu'elle choisisse l'itinéraire A est $\frac{1}{2}$, celle qu'elle choisisse l'itinéraire B est $\frac{1}{3}$.
La probabilité qu'elle *rate* le bus qui passe à 7 h 30 sachant qu'elle a choisi l'itinéraire A est $\frac{3}{10}$, celle qu'elle rate le bus qui passe à 7 h 30 sachant qu'elle a choisi l'itinéraire B est $\frac{2}{5}$, celle qu'elle *rate* le bus qui passe à 7 h 30 sachant qu'elle a choisi l'itinéraire C est $\frac{1}{2}$.

1. Dans cette partie, on donnera les résultats sous forme de fraction irréductible.

a. Calculer la probabilité que Valérie choisisse l'itinéraire C.

b. Construire un arbre de probabilités donnant les diverses possibilités. Reporter les probabilités données dans l'énoncé.

c. Calculer la probabilité que Valérie prenne le bus qui passe à 7 h 30 et qu'elle ait choisi l'itinéraire B.

d. Montrer que la probabilité que Valérie prenne le bus qui passe à 7 h 30 est $\frac{19}{30}$.

e. Sachant que Valérie a pris le bus qui passe à 7 h 30, calculer la probabilité qu'elle ait choisi l'itinéraire C.

2. Dans cette partie, on donnera les résultats sous forme d'une valeur approchée 10^{-3}.

Valérie essaie de prendre le bus qui passe à 7 h 30 quatre jours par semaine dans les mêmes conditions.

On suppose que pour Valérie, prendre ou rater le bus qui passe à 7 h 30, un jour donné dans la semaine est indépendant du fait de prendre ou rater le bus qui passe à 7 h 30 un autre jour dans la semaine.

a. Calculer la probabilité que Valérie prenne le bus qui passe à 7 h 30 quatre fois dans la semaine.

b. Calculer la probabilité qu'elle prenne le bus qui passe à 7 h 30 exactement deux fois dans la semaine.

On rappelle la formule donnant la probabilité de E sachant F :

$$p_{\mathrm{F}}(\mathrm{E}) = \frac{p(\mathrm{E} \cap \mathrm{F})}{p(\mathrm{F}}.$$

Exercice 3 au choix **6 points**

Le but de cet exercice est de démontrer que, pour tout entier naturel n entier non nul, le nombre $A = n(n^2 - 1)$ est un multiple de 6.

1. Dans chacun des cas suivants calculer A et déterminer le reste dans la division euclidienne de A par 6.
   a. $n = 5$;
   b. $n = 16$;
   c. $n = 32$.
2. On suppose maintenant que le reste de la division eucidienne de n par 6 est 5 ; on peut donc écrire

$$n \equiv 5 \qquad [\text{mod } 6].$$

   a. Que peut-on en conclure pour $(n-1)$ et $(n+1)$?
   b. Quel est le reste de la division euclidienne de (n^2-1) par 6 ?
   c. Justifier alors que $n(n^2-1)$ est un multiple de 6.
3. Recopier et complter le tableau.

Reste de la division de n par 6	Reste de la division de $(n-1)$ par 6	Reste de la division de $(n+1)$ par 6	Reste de la division de (n^2-1) par 6	Reste de la division de $n(n^2-1)$ par 6
0				
1				
2				
3	2	4	2	0
4				
5				

4. Conclure.

Exercice 4 au choix **6 points**

Un jardinier a à sa disposition un sac rempli de 1 000 bulbes de tulipes. Parmi ceux-ci :
60 % sont des bulbes de tulipe jaune ;
25 % sont des bulbes de tulipe rouge ;
le reste est constitué de bulbes de tulipe noire.
Par ailleurs :
28 % de la totalité de ces bulbes ne fleuriront pas ;
80 % des bulbes de tulipe jaune fleuriront ;
60 bulbes de tulipe noire ne fleuriront pas.

Partie A

Recopier et complèter le tableau ci-dessous

	Nombre de bulbes de tulipe jaune	Nombre de bulbes de tulipe rouge	Nombre de bulbes de tulipe noire	Total
Nombre de bulbes de tulipe qui fleuriront		150		
Nombre de bulbes de tulipe qui ne fleuriront pas				
Total				1000

Partie B

Le jardinier tire dans son sac un bulbe au hasard.
On note :
F l'évènement : « Le bulbe fleurira » ;
J : « Le bulbe est celui d'une tulipe jaune » ;
R : « Le bulbe est celui d'une tulipe rouge » ;
N : « Le bulbe est celui d'une tulipe noire ».

1. Déterminer les probabilités des évènements suivants : $J \cap F$, J, F, $J \cup F$.
2. Les évènements J et F sont-ils indépendants ? Justifier la réponse.
3. **a.** Montrer que la probabilité que le bulbe soit celui d'une tulipe noire, sachant qu'il fleurira est $0,125$.

   b. Sachant que le bulbe est celui d'une tulipe noire, déterminer la probabilité qu'il ne fleurisse pas.

On rappelle :
- la formule donnant la probabilité de B sachant A :
$p_A(B) = \dfrac{p(A \cap B)}{p(A)}$
- la définition de l'indépendance de B vis--vis de A :
$p_A(B) = p(B)$.

Baccalauréat L Métropole juin 2002

Durée : 3 heures

LE CANDIDAT TRAITERA OBLIGATOIREMENT L'EXERCICE 1 ET L'EXERCICE 2 ET AU CHOIX SOIT L'EXERCICE 3 SOIT L'EXERCICE 4.

Une feuille de papier millimétré est mise à la disposition du candidat

EXERCICE 1 OBLIGATOIRE — 7 points

On considère un jeu de boules comme le jeu de pétanque par exemple. Un joueur lance une boule et on s'intéresse ici à la trajectoire de la boule.
Soit la fonction g définie sur l'intervalle $[0 ; 2]$ par

$$g(x) = -x^2 + 1,5x + 1$$

où : x est le temps écoulé, en secondes, à partir de l'instant où la boule quitte la main du lanceur, $g(x)$ représente, en mètres, la distance (verticale) séparant le sol de la boule après x secondes écoulées.

1. La fonction g est représentée par une partie de la courbe donnée en annexe.
   Repasser en couleur la courbe représentative $(\mathscr{C}_g)$ de la fonction g sur la feuille annexe.
2. **a.** Calculer $g(0)$. Décrire par une phrase ce que représente le point d'abscisse 0.

   b. Calculer $g(1)$. Décrire par une phrase ce que représente le point d'abscisse 1.
3. Calculer $g'(x)$, g' désignant la fonction dérivée de la fonction g.
4. **a.** Rechercher le signe de $g'(x)$ selon les valeurs de x, $x \in [0 ; 2]$.

   b. En déduire le tableau complet des variations de la fonction g.

   c. En explicitant la méthode utilisée, indiquer à quel instant la boule atteint sa hauteur maximale.

   d. En explicitant la méthode utilisée, indiquer à quel instant la boule touche le sol.

EXERCICE 2 OBLIGATOIRE — 6 points

Les codes secrets des cartes bancaires sont formés de quatre chiffres pris de 0 à 9.
Pierre n'a pas noté celui de sa carte bancaire dans son agenda, mais comme il a peur de l'oublier, il a quand même noté la forme « cryptée » de son code secret de façon que son code secret ne soit pas découvert si son agenda était perdu.
Pierre réalise toujours son cryptage de la façon suivante :

— Il choisit deux chiffres a et b, appelés « clés du cryptage », qui vont lui servir a tout le cryptage.

— Il remplace chaque chiffre n de son code secret par le chiffre p, appelée forme cryptée de n, qu'il calcule à l'aide de la formule suivante

$$p \equiv a \times n + b \quad \text{(modulo 10).}$$

L'objectif de la partie A est de retrouver le code secret de la carte bancaire de Pierre, connaissant les clés du cryptage.
L'objectif de la partie B est de retrouver les clés d'un autre cryptage.

LES PARTIES A ET B SONT DONC INDÉPENDANTES.

Partie A

Pierre a choisi ici $a = 3$ et $b = 7$.
Alors $p \equiv 3 \times n + 7 \quad$ (modulo 10).
Par exemple, la forme cryptée du chiffre 5 sera le chiffre 2.
Car $3 \times 5 + 7 = 22$ et $22 \equiv 2 \quad$ (modulo 10).

1. Reproduire et compléter la table de cryptage ci-dessous correspondant à la formule de Pierre.

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
p				6	9	2			1	

2. Pierre a inscrit 8 5 0 3 dans son agenda qui est la forme cryptée de son code secret. Quel est son véritable code secret ?

Partie B

Pierre a fait des émules.
Quentin utilise la même formule que Pierre $p \equiv a \times n + b \quad$ (modulo 10), mais en prenant deux autres valeurs de a et b parmi les chiffres de 0 à 9. Pierre prétend pouvoir déterminer la formule de Quentin (c'est-à-dire trouver les nombres a et b) car ce dernier lui a avoué les formes cryptées de deux chiffres :

— La forme cryptée du chiffre 3 est le chiffre 3 ;
— La forme cryptée du chiffre 4 est le chiffre 2.

1. Établir que découvrir a et b revient à résoudre le système d'inconnue $(a\,;\,b)$

$$\left\{\begin{array}{lcll} 3a+b & = & 3 & \text{(modulo 10)} \\ 4a+b & = & 2 & \text{(modulo 10)} \end{array}\right.$$

où a et b sont des chiffres de 0 à 9.

2. Pierre prétend que le couple $(9\,;\,6)$ est une solution de ce système. Montrer qu'il a raison.

Exercice 3 ou exercice 4 ? Indiquer clairement votre choix sur la copie

EXERCICE 3 **7 points**

Soit OA_0A_1 un triangle rectangle isocèle en A_1.
Extérieurement au triangle OA_0A_1, on construit sur le côté $[\text{OA}_1]$ un triangle OA_1A_2 rectangle isocèle en A_2.

1. On pose $\text{OA}_0 = 1$.

Montrer que $\text{OA}_1 = \text{A}_0\text{A}_1 = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

2. On itère le procédé et on trace une suite de triangles rectangles isocèles. Si $\text{O}A_{n-1}A_n$ est un triangle rectangle isocèle en A_n, on trace alors extérieurement à celui-ci, le triangle $\text{O}A_nA_{n+1}$ rectangle isocèle en A_{n+1}.

Établir que $\text{O}A_{n+1} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}\text{O}A_n$.

Dans la suite de l'exercice on note (u_n), la suite telle que $u_0 = \text{OA}_0$, $u_1 = \text{OA}_1$, $\ldots u_n = \text{O}A_n$.

3. **a.** Déduire de la question précédente que la suite (u_n) est une suite géométrique et la caractériser.

b. Exprimer (u_n) en fonction de n et en déduire la limite de la suite (u_n) lorsque n tend vers $+\infty$.

4. On note L_n la longueur de la ligne brisée $\mathrm{OA_0A_1} \ldots A_{n-1}A_n$, c'est-à-dire :

$$L_n = \mathrm{OA_0} + \mathrm{A_0A_1} + \ldots + A_{n-1}A_n = u_0 + u_1 + \ldots + u_n.$$

Établir que $L_n = \dfrac{1 - \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{n+1}}{1 - \frac{1}{\sqrt{2}}}$ et en déduire la limite de la suite (L_n) lorsque n tend vers $+\infty$).

Formulaire

- Si $0 < b < 1$ alors $\lim\limits_{n \to +\infty} b^n = 0$.
- Si (v_n) est une suite géométrique de raison $q (q \neq 1)$ et de premier terme q_0, alors :

$$S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n = v_0 \frac{1 - q^n}{1 - q}.$$

Exercice 3 ou exercice 4 ? Indiquer clairement votre choix sur la copie

EXERCICE 4 — 7 points

Une chaîne de fabrication produit des rasoirs jetables en très grand nombre.
À la sortie de la chaîne, chaque rasoir subit un test de contrôle par un automate.
L'automate rejette les rasoirs présentant un défaut. Il arrive cependant que le test ne décèle pas un défaut et laisse passer le rasoir, ou au contraire rejette un rasoir qui ne présente aucun défaut.
Une étude statistique faite sur un très grand nombre de rasoirs a en fait montré que :

— lorsque le rasoir est correctement fabriqué, le test confirme cela et accepte l'objet dans 998 cas sur 1 000 ;

— si le rasoir a un défaut de fabrication, le test détecte ce défaut et rejette le rasoir dans 985 cas sur 1 000 ;

— sur 1 000 rasoirs fabriqués, 980 n'ont aucun défaut, les autres sont défectueux.

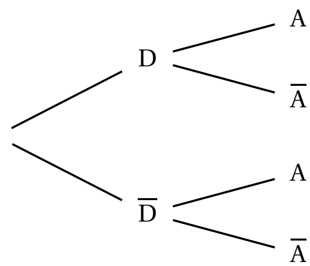
On choisit un rasoir au hasard.
On note dans la suite,
D l'évènement « le rasoir n'a pas de défaut de fabrication »,
$\overline{\mathrm{D}}$ l'évènement contraire de D,
A l'évènement « le test accepte le rasoir »,
$\overline{\mathrm{A}}$ l'évènement contraire de A.

1. Décrire chacun des évènements suivants par une phrase :

$$\overline{\mathrm{D}} \cap \mathrm{A}, \quad \overline{\mathrm{D}} \cap \overline{\mathrm{A}}, \quad \mathrm{D} \cap \mathrm{A}, \quad \mathrm{D} \cap \overline{\mathrm{A}}.$$

2. À l'aide de l'énoncé, donner les probabilités suivantes :
$p_{\mathrm{D}}(\mathrm{A})$ (probabilité de A sachant que D est réalisé) et $p_{\overline{\mathrm{D}}}\left(\overline{\mathrm{A}}\right)$.

3. **a.** Recopier et compléter l'arbre de probabilité suivant en faisant figurer les résultats exacts.



b. Quelle est la probabilité qu’un rasoir soit accepté après le test de contrôle ? Donnez l’arrondi avec une précision de 10^{-4}.

∽ Baccalauréat L option Japon juin 2002 ∾

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée

EXERCICE 1 OBLIGATOIRE **7 points**

Les résultats d'une enquête menée auprès d'une population dont 52 % des personnes sont des femmes et 48% des hommes, montrent que 80% des femmes et 70% des hommes jouent au Loto au moins une fois par mois.

1. On choisit au hasard un individu de cette population. Tous les choix sont équiprobables.

On note :

H l'évènement « L'individu choisi est un homme. »,

$\overline{\text{H}}$ l'évènement contraire de H, c'est-à-dire « L'individu choisi est une femme. »,

L l'évènement « L'individu joue au Loto au moins une fois par mois. »,

$\overline{\text{L}}$ l'évènement contraire de L, c'est-à-dire « L'individu joue au Loto moins d'une fois par mois.

$p_{\text{H}}(\text{L})$, probabilité conditionnelle de l'évènement L par rapport à l'évènement H.

On pourra représenter un arbre de probabilités.

a. Calculer la probabilité de l'évènement $\text{H} \cap \overline{\text{L}}$ puis celle de l'évènement $\overline{\text{H}} \cap \overline{\text{L}}$.

b. Montrer que la probabilité de L est égale à 0,752.

c. Déterminer $p_{\text{L}}(\text{H})$, probabilité que l'individu choisi soit un homme sachant qu'il joue au moins une fois par mois au Loto. Donner le résultat arrondi à 10^{-4}.

2. Cette population étant suffisamment nombreuse, on répète quatre fois, de manière indépendante, dans des conditions identiques (ou que l'on peut considérer comme telles), l'expérience de la première question « Choisir au hasard un individu de cette population ».

a. Déterminer la probabilité qu'un et un seul des quatre individus choisis joue au moins une fois par mois au Loto, les trois autres jouant moins d'une fois par mois. Donner le résultat arrondi à 10^{-4}.

b. Déterminer la probabilité qu'un, au moins, des quatre individus choisis joue au Loto au moins une fois par mois. Donner le résultat arrondi à 10^{-4}.

EXERCICE 2 OBLIGATOIRE **8 points**

On considère les fonctions C et B définies sur l'intervalle $[0\,;\,60]$ par :

$$C(x) = 450 - 5x \quad ; \quad B(x) = -x^2 + 55x - 450.$$

Partie A

1. La fonction dérivée de B est notée B'. Calculer $B'(x)$ et étudier son signe suivant les valeurs de x.

2. Construire le tableau de variations de la fonction B sur l'intervalle $[0\,;\,60]$.

3. Montrer que $B(x)$ peut s'écrire $(-x+10)(x-45)$ et résoudre l'équation $B(x) = 0$.

4. D'après les représentations graphiques des fonctions C et B données en annexe, la droite représentant la fonction C semble tangente à la courbe représentant la fonction B au point d'abscisse 30.

   Calculer le coefficient directeur de la tangente à la courbe représentant la fonction B au point d'abscisse 30 et justifier la remarque précédente.

Partie B

Un stade peut accueillir 50 000 personnes.
On suppose que le prix x exprimé en euros d'un billet est le même pour tous les spectateurs et que le nombre de spectateurs $N(x)$ est fonction du prix du billet.
On estime que $N(x) = 50000 - 1000x$.
Organiser un spectacle coûte 200 000 euros d'installation auxquels s'ajoutent des frais qui s'élèvent à 5 euros par spectateur.

1. Montrer que la dépense totale exprimée en milliers d'euros pour un spectacle est donnée en fonction du prix x d'un billet par $C(x)$.
2. Montrer que la recette exprimée en milliers d'euros pour un spectacle est donnée en fonction du prix x d'un billet par $50x - x^2$.
3. Montrer que le bénéfice exprimé en milliers d'euros pour un spectacle est donné en fonction du prix x d'un billet par $B(x)$.
4. En exploitant les représentations graphiques données en annexe et les résultats de la **partie A**, déterminer :
   a. le prix du billet correspondant à un bénéfice maximum ;
   b. les valeurs de x pour lesquelles le bénéfice est positif ou nul.

AU CHOIX exercice 3 ou exercice 4

EXERCICE 3 **5 points**

Urbain et Valérie ont obtenu le même diplôme la même année et ont été embauchés, tous les deux, le 1$^{\text{er}}$ janvier 2000, dans deux entreprises différentes, sous deux contrats à durée indéterminée différents :
- La première année, le salaire annuel net d'Urbain s'élève à 14 000 euros et ce salaire augmente de 4 % chaque année au 1$^{\text{er}}$ janvier par rapport au salaire annuel précédent.
- Valérie débute avec un salaire annuel net de 14 500 euros et ce salaire augmente de 500 euros chaque année au 1$^{\text{er}}$ janvier. On appelle u_n, le salaire annuel net d'Urbain en euros pour l'année $(2000 + n)$ et v_n, celui de Valérie.
Avec ces notations, on a : $u_0 = 14000$ et $v_0 = 14500$.

1. **a.** Calculer les termes u_1 et u_2.
   b. Montrer que la suite (u_n) est une suite géométrique dont on déterminera la raison.
   c. Exprimer le terme général u_n, en fonction de n.
2. **a.** Calculer les termes v_1 et v_2.
   b. Montrer que (v_n) est une suite arithmétique dont on donnera la raison.
   c. Exprimer le terme général v_n en fonction de n.
3. Calculer $u_0 + u_1 + \ldots + u_8$ et $v_0 + v_1 + \ldots + v_8$. Interpréter ces résultats.
   La situation est-elle la même à la fin de l'année suivante ?

EXERCICE 4 **5 points**

Les parties I et II sont indépendantes.

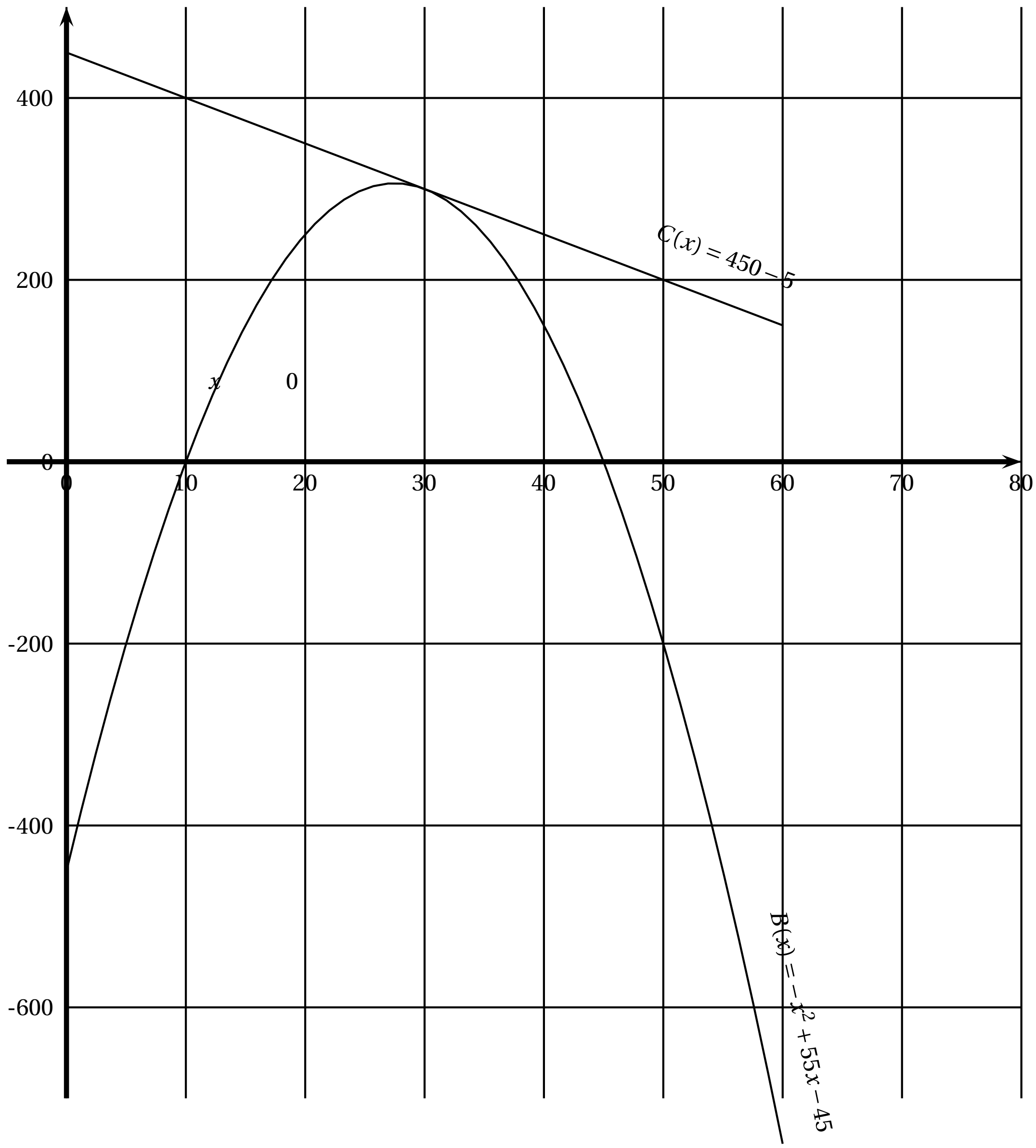
Partie I - On considère deux nombres entiers naturels a et b tels que :
a est congru à 10 modulo 23 et
b est congru à 15 modulo 23.

1. Déterminer le plus petit nombre entier naturel congru à $(a+b)$ modulo 23.
2. Déterminer le plus petit nombre entier naturel congru à ab modulo 23.

Partie II -

1. Déterminer le plus petit nombre entier naturel congru à 1 000 modulo 111.
2. Montrer que pour tout nombre entier naturel n, $1\,000n$ est congru à n modulo 111.
   En déduire que le nombre $10^8 + 10^4 + 1$ est divisible par 111.

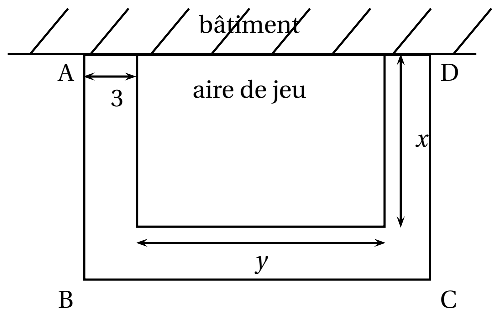
ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE



∽ Baccalauréat L facultatif La Réunion juin 2002 ∾

EXERCICE 1 OBLIGATOIRE **7 points**

On veut construire le long d'un bâtiment une aire de jeu rectangulaire de 450 m^2. De plus, on souhaite que les dimensions de ce rectangle soient supérieures ou égales à 10 m. Cet espace de jeu est entouré sur trois cotés d'une allée de 3 m de large comme l'indique le croquis ci-dessous.



L'ensemble est clôturé sur les trois côtés [AB], [BC] et [CD]. On s'intéresse à la longueur L de la clôture : $L = \text{AB} + \text{BC} + \text{CD}$.
On note x et y les dimensions en mètres de l'aire de jeu.

1. **a.** Démontrer que $y = \dfrac{450}{x}$, puis justifier que x appartient à l'intervalle $[10\,;\,45]$.
   b. Exprimer la longueur L en fonction de x.
2. Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[10\,;\,45]$ par

$$f(x) = 2x + 12 + \frac{450}{x}.$$

   a. Déterminer la fonction dérivée f' de la fonction f.
   b. Démontrer que, pour tout x appartenant à $[10\,;\,45]$, $f'(x)$ a le même signe que $(x^2 - 225)$. En déduire le signe de $f'(x)$ suivant les valeurs de x.
   c. Dresser le tableau de variations de f.
3. Déduire de l'étude précédente les dimensions à donner à l'aire de jeu pour que la longueur de la clôture soit la plus petite possible. Quelle est alors cette longueur ?

EXERCICE 2 OBLIGATOIRE **7 points**

Un mobile part d'un point et avance sur une droite. À chaque minute, il se déplace d'un mètre augmenté de la moitié de la distance parcourue pendant la minute précédente.
On pose $u_0 = 0$ et, pour tout entier naturel non nul n, on appelle u_n la distance, en mètres, parcourue durant la n-ième minute. Ainsi $u_1 = 1$.

1. Calculer u_2
2. Établir que, pour tout entier naturel n, on a :

$$u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 1.$$

3. Soit (v_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $v_n = u_n - 2$.

a. Calculer $v_0,\ v_1,\ v_2$.

b. Démontrer que, pour tout entier naturel n, on a :

$$v_{n+1} = \frac{1}{2}v_n.$$

c. En déduire l'expression de v_n en fonction de n.

d. On rappelle que, pour tout réel b différent de 1 et tout entier naturel n supérieur à 2,

$$1 + b + b^2 + . \cdots + b^n = \frac{1-b^{n+1}}{1-b}.$$

Calculer $v_0 + v_1 + \cdots + v_{10}$.

4. On désire connaître la distance d parcourue par le mobile au bout de dix minutes, c'est-à-dire $d = u_0 + u_1 + \cdots + u_{10}$.

a. Démontrer que $d = v_0 + v_1 + \cdots + +v_{10} + 22$.

b. En déduire la valeur exacte de d.

Le candidat traitera au choix l'exercice 3 ou l'exercice 4

EXERCICE 3 AU CHOIX **6 points**

Les parties I et II sont indépendantes.

Partie I

Nathalie communique avec une amie en fabriquant des messages codés. Chaque lettre de l'alphabet est repérée par son rang x, $1 \leqslant x \leqslant 26$: 1 pour A, 2 pour B, etc.
La lettre de rang x est codée par la lettre de rang y tel que :

$$1 \leqslant y \leqslant 26 \quad \text{et} \quad y \equiv x + 10 \quad (\text{modulo} \quad 26).$$

Exemple : la lettre V a pour rang $x = 22$;
on a $1 \leqslant y \leqslant 26$ et $y \equiv 32 \quad (\text{modulo } 26)$, donc $y = 6$. La lettre V est codée par la lettre F.

1. Recopier et dresser le tableau ci-dessous pour toutes les lettres de l'alphabet.

Lettre	A	…	V	…
x	1		22	
y	11		6	
Codage	K		F	

2. Retrouver le codage du mot « ARITHMETIOUE ».

3. Décoder le mot « OEBY ».

Partie II

1. En remarquant que $999 = 27 \times 37$, démontrer que :

$$10^3 \equiv 1 \quad (\text{modulo} \quad 37) \quad \text{et} \quad 10^{30} \equiv 1 \quad (\text{modulo} \quad 37).$$

2. Démontrer que, pour tout entier naturel n, on a : $10^{3n} \equiv 1 \quad (\text{modulo} \quad 37)$.

3. En déduire que le nombre $N = 10^{10} + 10^{20} + 10^{30}$ est un multiple de 37.
(On pourra remarquer que $10^{10} = 10^9 \times 10$).

EXERCICE 4 AU CHOIX **6 points**

Dans cet exercice on donnera les résultats arrondis à 10^{-2} .
Une urne contient dix boules indiscernables au toucher : une jaune, sept rouges et deux bleues.
Un jeu consiste à tirer d'abord au hasard une boule de l'urne : si cette boule est jaune, alors le jeu s'arrête, sinon on effectue un second tirage sans remettre la première boule tirée dans l'urne.

1. **a.** Quelle est la probabilité de tirer une boule jaune au premier tirage ?
   b. Quelle est la probabilité de tirer une boule rouge au premier tirage ?
   c. Quelle est la probabilité que le joueur tire une boule jaune au deuxième tirage sachant qu'il a tiré un boule rouge au premier tirage ?
2. Dans cette question, on pourra utiliser un arbre de probabilité.
   a. Quelle est la probabilité de tirer une boule bleue au premier tirage et une boule rouge au second tirage ?
   b. Démontrer que la probabilité de tirer une boule rouge au second tirage est $\dfrac{28}{45}$.
3. Un joueur gagne s'il tire une boule rouge au second tirage. Quatre personnes participent à ce jeu indépendamment les unes des autres.
   a. Calculer la probabilité qu'aucune de ces quatre personnes ne gagne.
   b. Calculer la probabilité qu'une au moins de ces quatre personnes gagne.

Baccalauréat L Liban juin 2002

Les exercices 1 et 2 sont obligatoires. Ie troisième exercice est à choisir parmi les exercices 3 et 4.

EXERCICE 1 **7 points**

Dans une classe composée de dix filles et huit garcons, on forme des groupes en choisissant au hasard trois élèves.

1. Quel est Ie nombre de groupes possibles ?
2. Déterminer
   a. la probabilité pour que les trois élèves choisis soient trois filles,
   b. la probabilité pour que l'un au moins des huit garcons soit choisi.
   Ces deux résultats seront donnés sous forme de fraction simplifiée.
3. Montrer que la probabilité pour que le groupe soit mixte (c'est-à-dire comprenne au moins une fille et au moins un garçon) est égale à $\dfrac{40}{51}$.
4. On forme un tel groupe de trois élèves, lors de chacun des trois trimestres de l'année scolaire, par tirage au sort. Un même élève peut être donc désigné plusieurs fois.
   Calculer à 0,001 près, la probabilité pour qu'au cours d'une année scolaire, il y ait exactement deux groupes mixtes parmi les trois formés.

EXERCICE 2 **7 points**

Un rectangle ABCD a pour périmètre 10 cm.

Partie A

Dans cette partie, on pose AB = x (cm).

1. Dans quel intervalle fermé le réel x peut-il varier ?
2. Exprimer l'aire $S(x)$ du rectangle ABCD en fonction de x.

Partie B

La fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = -x^2 + 5x.$$

1. En faisant appel à sa fonction dérivée f', dresser Ie tableau de variations de f.
2. En déduire la valeur de x pour laquelle l'aire du rectangle ABCD est maximale.
3. a. Dans le plan muni d'un repère orthonormé (unité : 2 cm sur chaque axe), tracer la courbe $\mathcal{C}$ représentative de f sur l'intervalle $[0\,;\,5]$.
   b. Sur la même figure qu'au **3. a.** tracer la tangente à la courbe $\mathcal{C}$ en son point d'abscisse 1.

EXERCICE 3 **6 points**

On considère Ie nombre entier A = $18^{2\,002}$.

1. A est-il divisible par 9 ? Par 4 ? (Justifier les réponses)

2. On cherche a obtenir le reste de la division euclidienne de A par 7, en utilisant des congruences.
   a. Trouver l'entier r verifiant $0 \leqslant r < 7$ et $18 \equiv r \quad (\text{modulo}7)$.
   b. Quel est Ie plus petit entier naturel non nul n tel que $r^n \equiv 1 \quad (\text{modulo}7)$?
   c. Prouver que pour tout nombre entier naturel k, 4^{3k} est congru a 1 modulo 7.
   d. En déduire Ie reste de la division euclidienne de A par 7.
3. Montrer que $2\,002^{18}$ est divisible par 13.

EXERCICE 4 **6 points**

Partie A : étude d'une suite

La suite (u_n) est définie sur $\mathbb{N}$ par la donnée de son premier terme $u_0 = 800$ et la relation de récurrence $u_{n+1} = 0,6u_n + 400$.

1. Calculer u_1 et u_2.
2. On définit une autre suite (v_n) sur $\mathbb{N}$ en posant pour tout entier naturel $n,\ v_n = 1\,000 - u_n$.
   a. Calculer les trois premiers termes de cette suite (v_n).
   b. Montrer que cette suite (v_n) est geometrique et en déduire l'expression de v_n en fonction de n.
3. a. Déduire des résultats précédents que $u_n = 1\,000 - 200 \times (0,6)^n$.
   b. Quelle est la limite de la suite (u_n) ?

Partie B : application

Le président d'une association culturelle constate que chaque année l'association garde 60 % de ses anciens adhérents et que 400 personnes nouvelles adhèrent. On suppose que ces données chiffrées restent les mêmes au fil des ans.
À la création de cette association, en janvier 2001, il y avait 800 adhérents.

1. Calculer le nombre des adhérents en janvier 2002.
2. Quel sera le nombre d'adhérents en janvier 2003 ?
3. En quelle année verra-t-on pour la première fois l'effectif de l'association dépasser 990 ?

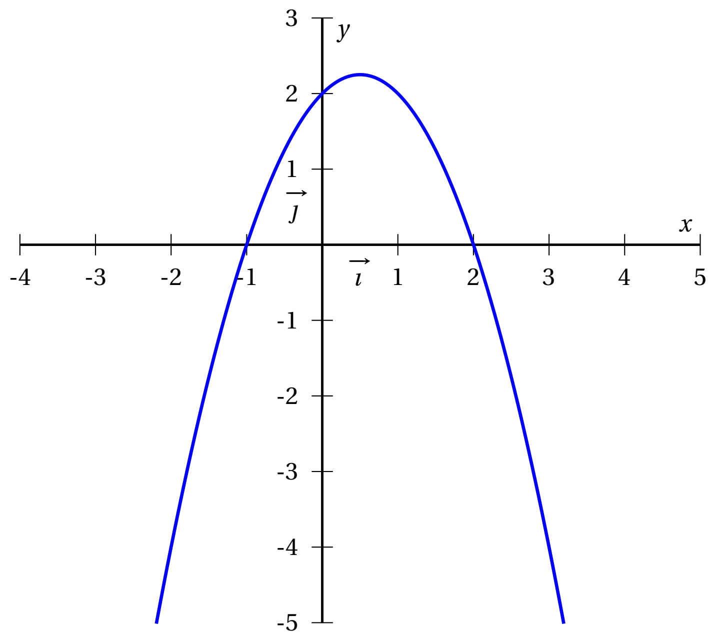
Baccalauréat L option Polynésie juin 2002

LE CANDIDAT TRAITERA OBLIGATOIREMENT L'EXERCICE 1 ET L'EXERCICE 2 ET AU CHOIX SOIT L'EXERCICE 3 SOIT L'EXERCICE 4.

EXERCICE 1 OBLIGATOIRE **6 points**

Le plan est rapporté à un repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ (unité graphique : 1 cm).

A - On considère une fonction g définie sur $\mathbb{R}$ et on appelle $\mathscr{C}_g$ sa courbe représentative dans le plan rapporté au repère orthonormal. Le graphique ci-dessous représente la courbe $\mathscr{C}_g$ de la fonction g' dérivée de la fonction g.



1. Utiliser le graphique pour déterminer le signe de $g'(x)$ suivant les valeurs de x. En déduire le sens de variations de la fonction g.
2. Justifier que g possède des extremums; pour quelles valeurs de x sont-ils atteints ?
3. Existe-t-il des points de la courbe en lesquels la tangente a un coefficient directeur égal a -4 ?

   Déterminer alors l'abscisse du ou des point(s) correspondant(s).

B - Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = -x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 6x - 2.$$

On appelle $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative.

1. **a.** Calculer la dérivée f' de la fonction f et vérifier que, pour tout nombre réel x :

   $$f'(x) = 3(x+1)(2-x).$$

   b. Indiquer le signe de $f'(x)$ suivant les valeurs de x. Vérifier que $f'(x)$ et $g'(x)$ ont le même signe.

   c. Dresser le tableau des variations de la fonction f (on ne demande pas d'étudier les limites en $+\infty$ ou en $-\infty$.

2. Tracer la courbe $\mathscr{C}_f$ pour x appartenant à l'intervalle $[-2,5 ; 3,5]$.

EXERCICE 2 **6 points**

Une source sonore émet un son dont l'intensité est 1 000 décibels.
Une plaque d'isolation phonique d'un certain type absorbe 45 % de l'intensité du son.
On note U_n l'intensité du son, mesurée en décibels, après la traversée de n plaques d'isolation phonique.
Ainsi $U_0 = 1\,000$.

1. Calculer $U_1,\ U_2,\ U_3$.
2. **a.** Montrer que, pour tout entier naturel $n,\ U_{n+1} = 0,55U_n$.
   b. En déduire que (U_n) est une suite géométrique dont on déterminera la raison.
   Donner l'expression de U_n en fonction de n.
3. Calculer la limite de U_n lorsque n tend vers $+\infty$.
   Interpréter le résultat obtenu.
4. Déterminer, à l'aide de la calculatrice, le nombre minimum de plaques que doit traverser le son pour que l'intensité soit inférieure au dixième de sa valeur initiale.

EXERCICE 3 AU CHOIX **8 points**

Sur le catalogue d'une entreprise de vente par correspondance, la référence de chaque article et constituée d'un nombre à cinq chiffres $xyztu$ (le premier de ces chiffres x étant différent de zéro), suivi d'une lettre majuscule choisie entre A et N, à l'exception de la lettre I.
À Cette lettre majuscule est associé un nombre appelé clé selon le tableau suivant :

lettre	A	B	C	D	E	F	G	H	J	K	L	M	N
clé	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

À des fins du contrôle, on impose, pour chaque référence, que la somme du nombre à cinq chiffres et de la clef obtenue grâce au tableau, soit un nombre divisible par 13.
Par exemple considérons un article dont la référence est 18 501 M.
Le nombre à cinq chiffres est 18 501. La clé associée à M est 11.
$18501 + 11 = 18512 = 13 \times 1424$.
18 512 est divisible par 13, donc cette référence est correcte.

1. Les deux références suivantes sont-elles correctes ?
   13 587M 45 905 A
   Les réponses doivent être justifiées.
2. On veut retrouver la lettre d'une référence dont il ne reste que le nombre à cinq chiffres 26 014.
   a. Montrer que $13 \times 2001 < 26014 < 13 \times 2002$.
   b. En déduire la lettre manquante.
3. On veut retrouver un chiffre illisible dans la référence d'un article.
   Cette référence est 85 z29 C (z étant le chiffre illisible).
   a. Montrer que le problème revient à trouver $z \quad (0 \leqslant z \leqslant 9)$ tel que :

$$8 \times 10^4 + 5 \times 10^3 + z \times 10^2 + 2 \times 10 + 9 + 2 \equiv 0 \quad (\text{modulo} \quad 13)$$

   Cette relation sera notée (E) dans toute la suite.

b. Recopier et compléter le tableau suivant à l’aide d’entiers naturels compris entre 0 et 12.

$10^0 \equiv \ldots$ (modulo 13)	$10^1 \equiv \ldots$ (modulo 13)
$10^2 \equiv \ldots$ (modulo 13)	$10^3 \equiv \ldots$ (modulo 13)
$10^4 \equiv \ldots$ (modulo 13)	

c. En utilisant les propriétés des congruences et les résultats obtenus dans le tableau précédent, montrer que le problème revient à trouver $z \quad (0 \leqslant z \leqslant 9)$ tel que : $11 + 9z \equiv 0 \quad (\text{modulo } 13)$.

d. Déterminer le chiffre illisible de la référence.

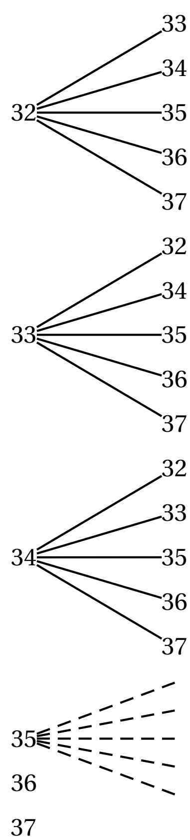
Écrire alors cette référence.

EXERCICE 4 AU CHOIX **8 points**

Les probabilités seront données sous forme de fractions irréductibles.
Une série qualificative pour une course internationale réunit six concurrents :

— deux français portant les dossards 32 et 33 ;
— trois italiens portant les dossards 34, 35, 36 ;
— un allemand portant le dossard 37.

Seules les deux premières places sont qualificatives. Le résultat de la série est représenté par les dossards des concurrents classés aux deux premières places. On obtient ainsi un couple. Par exemple le couple (32, 36) représente le résultat suivant : le concurrent classé premier porte le dossard 32, le concurrent classé deuxième porte le dossard 36.
On décrit les résultats possibles de la série à laide de l’arbre ébauché dans le schéma ci-dessous :



1. Reproduire le schéma sur la copie et le compléter.

Quel est le nombre de résultats possibles ?

2. Tous les coureurs sont de niveaux sportifs sensiblement égaux et ont le même espoir de qualification.

On considère les évènements suivants :

A : « les deux qualifiés sont italiens ».

B : « les deux qualifiés portent un dossard pair ».

a. Justifier que la probabilité de chacun des évènements A et B est $\dfrac{1}{5}$.

b. On note $\overline{\text{A}}$ l'évènement contraire de A et $\overline{\text{B}}$ l'évènement contraire de B.
Expliciter, par une phrase, chacun des évènements $\overline{\text{A}}$ et $\overline{\text{B}}$.
Calculer leur probabilité.

c. On note $\text{A} \cap \text{B}$ l'intersection des évènements A et B, $\text{A} \cup \text{B}$ leur réunion.
Expliciter, par une phrase, l'évènement $\text{A} \cap \text{B}$, puis calculer sa probabilité.
En déduire la probabilité de l'évènement $\text{A} \cup \text{B}$.

3. On considère les évènements suivants :

G : « les deux qualifiés sont de la même nationalité ».

H : « les deux qualifiés portent des dossards congrus modulo 3 ».

a. Calculer la probabilité de chacun des évènements G et H.

b. Expliciter. par une phrase, l'évènement $\text{G} \cap \text{H}$.
En déduire la probabilité de l'évènement $\text{G} \cup \text{H}$.

Durée : 3 heures

Baccalauréat L Antilles septembre 2002

EXERCICE 1 OBLIGATOIRE **(7 points)**

On considère un segment [AB] de longueur 10 centimètres et un point M de ce segment, différent de A et B. Les points N et P sont tels que AMNP est un carré.
L'objectif de l'exercice est de déterminer le point M du segment [AB] pour lequel la distance BN est minimale. Les distances sont exprimées en centimètres.

I. On pose A$M = x$.

1. Faire une figure.
2. Déterminer l'intervalle des valeurs possibles pour x.
3. Déterminer en fonction de x la distance BM.
4. Déterminer en fonction de x la distance BN.
   (On rappelle le théorème de Pythagore : dans un triangle ABC rectangle en A on a $\text{BC}^2 = \text{AB}^2 + \text{AC}^2$)

II. On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;\,10]$ par

$$f(x) = \sqrt{2x^2 - 20x + 100}.$$

La fonction dérivée f' de f est définie sur l'intervalle $[0\,;\,10]$ par

$$f'(x) = \frac{2x - 10}{\sqrt{2x^2 - 20x + 100}}.$$

1. **a.** Étudier les variations de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,10]$.
   b. Montrer que la fonction f admet un minimum sur l'intervalle $[0\,;\,10]$ que l'on précisera.
2. **a.** Tracer la courbe représentative de f dans un repère orthonormal d'unité un centimètre.
   b. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 8$. On fera apparaître les traits de construction utiles et on donnera des valeurs approchées des solutions lues.

III. En utilisant les résultats précédents, déterminer le point M du segment [AB] pour lequel la distance BN est minimale.

EXERCICE 2 OBLIGATOIRE **(6 points)**

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 8$ et pour tout entier naturel n,

$$u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - 5.$$

1. **a.** Calculer les termes u_1 et u_2.
   b. La suite (u_n) est-elle arithmétique ? géométrique ? On justifiera les réponses.
2. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par

$$v_n = u_n + 10.$$

   a. Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{2}$ et calculer le premier terme v_0.

b. Exprimer le terme général v_n en fonction de n.

3. Déterminer la limite de la suite (v_n) puis celle de la suite (u_n).

AU CHOIX exercice 3 ou exercice 4

EXERCICE 3 **7 points**

Une urne contient trois boules vertes, une boule bleue et cinq boules rouges.
On tire au hasard simultanément trois boules de cette urne.

1. Déterminer le nombre de choix possibles pour ce tirage.

2. On considère les évènements A, B, C et D suivants :
A : « Tirer trois boules rouges ».
B : « Tirer trois boules de la même couleur ».
C : « Ne tirer aucune boule verte ».
D : « Tirer au moins une boule verte ».

a. Montrer que la probabilité $p(\text{A})$ de l'évènement A est égale à $\dfrac{5}{42}$.

b. Déterminer la probabilité de chacun des événements B, C et D. On donnera les résultats sous forme de fractions irréductibles.

3. Un tirage est gagnant si l'on tire trois boules rouges.
On effectue quatre tirages successifs en remettant à chaque fois les trois boules tirées dans l'urne. Tous les tirages sont indépendants.
Déterminer la probabilité d'obtenir exactement trois tirages gagnants. On donnera le résultat arrondi à 10^{-3}.

EXERCICE 4 **7 points**

On considère les nombres A= 8 387 592 115 et B = 9 276 312 516.

1. **a.** Montrer que 1 000 est divisible par 8.

b. Montrer que A est congru à 3 modulo 8.

c. Donner l'entier naturel b strictement inférieur à 8 tel que B soit congru à b modulo 8.

2. Déterminer les entiers naturels strictement inférieurs à 8 qui sont congrus respectivement à A+B et à AB.

3. **a.** Montrer que B^2 est divisible par 8.

b. Montrer que A^2 n'est pas divisible par 8.

c. Montrer que A^{100} n'est pas divisible par 8.

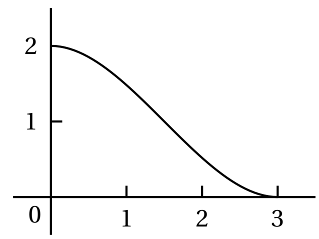
.

Baccalauréat L Métropole septembre 2002

Durée de l'épreuve : 3 heures

EXERCICE 1 OBLIGATOIRE **8 points**

Une entreprise souhaite fabriquer, pour de jeunes enfants, des toboggans dont le profil a l'allure de la courbe ci-contre.



Le plan est muni d'un repère orthonormal $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$. On prendra 3 cm pour unité graphique.

L'objet de l'exercice est de modéliser ce profil à l'aide de la courbe représentative $\mathscr{C}$ d'une fonction définie sur l'intervalle $[0 ; 3]$ vérifiant les conditions suivantes :

(1) La courbe $\mathscr{C}$ passe par les points A(0 ; 2) et B(3 ; 0) ;

(2) La courbe $\mathscr{C}$ admet en chacun des points A et B une tangente parallèle à l'axe des abscisses.

Partie I

1. **a.** Soit f la fonction définie sur l'intervalle $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = -\frac{2}{3}x^2 + 2.$$

Étudier les variations de la fonction f (on ne demande pas l'étude des limites).

b. Soit g la fonction définie sur l'intervalle $\mathbb{R}$ par :

$$g(x) = \frac{1}{3}x^2 - 2x + 3.$$

Étudier les variations de la fonction g (on ne demande pas l'étude des limites).

2. On note respectivement $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ les courbes représentatives des fonctions f et g.

a. Démontrer que $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ passent par le point K $\left(1 ; \frac{4}{3}\right)$ et ont la même tangente T en ce point.

b. Tracer sur un même graphique, la droite T, la partie de $\mathscr{C}_f$ correspondant aux points d'abscisses comprises entre 0 et 1, et la partie de $\mathscr{C}_g$ correspondant aux points d'abscisses comprises entre 1 et 3.

La courbe obtenue en réunissant les deux parties de courbes est une réponse au problème posé.

Partie II

Le bureau d'études a établi que l'on pouvait également modéliser le profil du toboggan à l'aide d'une partie de la courbe représentative $\mathscr{C}_h$ de la fonction h, définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$h(x) = \frac{4}{27}x^3 - \frac{2}{3}x^2 + 2.$$

1. Démontrer que la fonction h vérifie les conditions (1) et (2).
2. Déterminer les coordonnées du point de $\mathscr{C}_h$ d'abscisse 1 et le coefficient directeur de la tangente en ce point.

EXERCICE 2 OBLIGATOIRE **7 points**

Alice et Carole comparent leurs salaires. Elles débutent chacune avec un salaire de 1 500 euros.
Chaque mois, à partir du deuxième mois :
• Le salaire d'Alice augmente de 8 euros.
• Le salaire de Carole augmente de 0,2 % et on y ajoute 4 euros.
Pour tout entier naturel n, on désigne par a_n, le salaire mensuel en euros que perçoit Alice à la fin du $(n+1)$-ième mois, et par c_n, celui perçu par Carole. Ainsi :
$a_0 = c_0 = 1500$; a_1, et c_1 représentent les salaires perçus à la fin du deuxième mois.

1. Calculer a_1 et c_1, a_2 et c_2.
2. **a.** Pour tout entier naturel n, exprimer a_{n+1} en fonction de a_n. Quelle est la nature de la suite (a_n) ?

   b. En déduire, pour tout entier naturel n, l'expression de a_n, en fonction de n.
3. **a.** Justifier que, pour tout entier naturel n :

   $$c_{n+1} = 1,002c_n + 4.$$

   b. On considère la suite (v_n) telle que, pour tout entier naturel n, $v_n = c_n + 2000$.
   Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison 1,002. Calculer v_0 et, pour tout entier naturel n, exprimer v_n en fonction de n. En déduire que :

   $$c_n = 3500 \times 1,002^n - 2000.$$
4. Calculer, puis comparer les salaires annuels qu'Alice et Carole ont perçus au cours de leur première année de travail.

Rappel
Si q est un réel différent de 1 et n un entier naturel supérieur à 2,

$$1 + q + q^2 + \cdots + q^n = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}.$$

$$\text{et} \qquad 1 + 2 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Le candidat traitera au choix l'exercice 3 ou l'exercice 4

EXERCICE 3 AU CHOIX **5 points**

Une agence de voyages de Paris organise des circuits touristiques comprenant les sites suivants : le musée d'Orsay, le musée du Louvre, le musée Grévin, l'Arc de Triomphe, la tour Eiffel, l'Assemblée nationale.

1. L'agence propose à ses clients un forfait pour la visite de quatre sites parmi les six cités.

   a. Quel est le nombre de choix possibles si on ne tient pas compte de l'ordre des visites ?

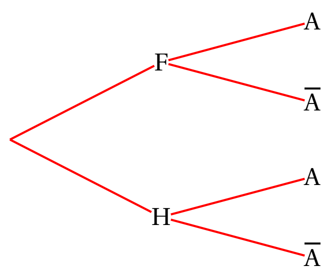
b. Combien de ces choix comprennent à la fois la visite de la tour Eiffel et celle du musée d'Orsay ?

2. Une étude statistique a permis d'observer que 55 % des clients de l'agence sont des femmes et 45 % des hommes. De plus, parmi ces clients, 30 % des hommes et 20 % des femmes visitent l'Assemblée nationale.

On choisit au hasard un client. On note F l'évènement « le client est une femme », H l'évènement « le client est un homme », A l'évènement « le client visite l'Assemblée nationale » et $\overline{\text{A}}$ l'évènement contraire de A : « le client ne visite pas l'Assemblée nationale ».

a. D'après les informations de l'énoncé, préciser les probabilités $p(\text{F})$, $p(\text{H})$, $p_{\text{H}}(\text{A})$, $p_{\text{F}}(\text{A})$.

b. Reproduire et compléter l'arbre de probabilité ci-contre.
En déduire la valeur de $p(\text{A})$.



c. Quelle est la probabilité que le client soit un homme sachant qu'il ne visite pas l'Assemblée nationale ?

EXERCICE 4 AU CHOIX **5 points**

Le 1er août 2002 sera un jeudi. Le but du problème est de déterminer les années comprises entre 2003 et 2029 pour lesquelles le 1er août tombera aussi un jeudi.
Pour ces années, une année bissextile est une année dont le millésime est divisible par 4. On rappelle qu'une année non bissextile compte 365 jours et une année bissextile 366 jours.

1. Donner la liste des années bissextiles comprises entre 2003 et 2029.

2. **a.** Démontrer que l'on a : $365 \equiv 1$ (modulo 7) et $366 \equiv 2$ (modulo 7).

b. Prouver que le 1er août 2003 sera un vendredi et le 1er août 2004 un dimanche.

c. Préciser le jour de la semaine correspondant au 1er août de chacune des années de 2005 à 2013.

3. Donner la liste des années de 2003 à 2029 pour lesquelles le 1er août sera un jeudi.

Durée : 3 heures

∽ Baccalauréat L Amérique du Sud novembre 2002 ∽

LE CANDIDAT TRAITERA OBLIGATOIREMENT L'EXERCICE 1 ET L'EXERCICE 2 ET AU CHOIX SOIT L'EXERCICE 3 SOIT L'EXERCICE 4.

EXERCICE 1 OBLIGATOIRE **6 points**

À « La ferme de la poule pondeuse », chaque jour on produit des œufs de deux tailles différentes :
60 % des oeufs sont moyens et 40 % des oeufs sont gros.
Les œufs sont classés en deux catégories : ceux de qualité ordinaire et ceux de qualité supérieure.
On a remarqué que :
50 % des œufs moyens sont de qualité ordinaire,
20 % des gros œufs sont de qualité ordinaire.
On choisit un œuf au hasard. Le choix au hasard d'un œuf dans la production du jour signifie qu'on se place dans un modèle avec équiprobabilité. On définit les évènements suivants :
M : « l'œuf est moyen »,
G : « l'œuf est gros »,
O : « l'œuf est de qualité ordinaire »,
S : « l'œuf est de qualité supérieure ».

1. Donner les probabilités suivantes :
   $P(\text{G})$, probabilité que l'oeuf soit gros,
   $\text{P}_{\text{G}}(\text{S})$, probabilité que l'œuf soit de qualité supérieure sachant qu'il est gros.
2. Démontrer que la probabilité de prendre un œuf gros et de qualité supérieure est égale à 0,32.
3. Calculer la probabilité $P(\text{M} \cap \text{S})$ que l'œuf soit moyen et de qualité supérieure puis la probabilité $P(\text{S})$ de l'évènement S.

EXERCICE 2 OBLIGATOIRE **8 points**

On veut résoudre, dans l'ensemble des nombres réels $\mathbb{R}$ l'équation :

$$x^3 - 2x^2 - 4x + 5 = 0.$$

A – Méthode graphique :

1. **a.** Vérifier que le nombre 2 n'est pas solution de l'équation.
   b. Montrer que, pour $x \neq 2$, l'équation $x^2 = \dfrac{4x-5}{x-2}$ est équivalente à l'équation $x^3 - 2x^2 - 4x + 5 = 0$.
2. Soit f la fonction définie pour tout réel x différent de 2 par $f(x) = \dfrac{4x-5}{x-2}$.
   Sa courbe représentative $\mathscr{H}$ dans un repère orthonormé est donnée en annexe à rendre avec la copie.
   a. Par lecture graphique, indiquer le sens de variations de f sur chacun des intervalles $]-\infty\,;\,2[$ et $]2\,;\,+\infty[$.
   b. Déterminer la dérivée f' de f puis justifier le résultat lu dans la question précédente.
3. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^2$. Tracer sa courbe représentative $\mathscr{P}$ dans le repère utilisé pour utilisé pour $\mathscr{H}$.

4. Par lecture graphique, déterminer le nombre de solutions dans $\mathbb{R}$ de l'équation $x^3 - 2x^2 - 4x + 5 = 0$. Donner la valeur exacte ou une valeur approchée à 10^{-1} près de chacune de ces solutions.

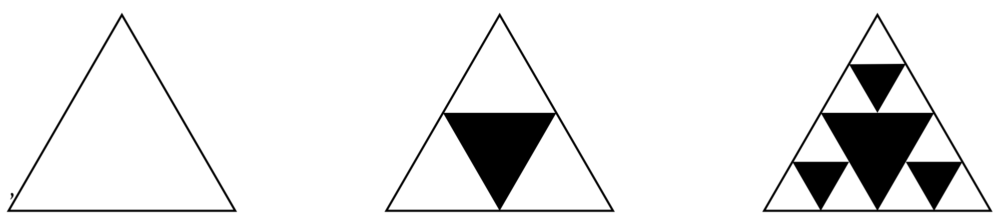
B - Méthode algébrique

1. Vérifier que, pour tout réel x : $(x-1)(x^2-x-5) = x^3 - 2x^2 - 4x + 5$.
2. Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = x^2 - x - 5$.
   a. Étudier le sens de variation de h.
   b. Montrer que $h\left(\dfrac{1}{2}\right)$ est la valeur minimum prise par h.
   c. On pose $x = \dfrac{1}{2} + u$. Exprimer $h\left(\dfrac{1}{2} + u\right)$ en fonction de u ; factoriser l'expression obtenue.
   d. En déduire les valeurs du réel x pour lesquelles $h(x) = 0$.
3. Donner l'ensemble des solutions dans $\mathbb{R}$ de l'équation $x^3 - 2x^2 - 4x + 5 = 0$.

LE CANDIDAT TRAITERA L'UN DES DEUX EXERCICES SUIVANTS

EXERCICE 3 AU CHOIX **6 points**

On divise un triangle équilatéral en quatre triangles équilatéraux obtenus en traçant les segments joignant les milieux des côtés et on noircit le triangle central. Chaque triangle non noirci est alors divisé en quatre triangles équilatéraux selon le même procédé et on noircit le triangle central comme précédemment.



1$^{\text{ère}}$ étape 2$^{\text{e}}$ étape

1. a. Réaliser la 3$^{\text{e}}$ étape en partant d'un triangle équilatéral de côté 16 cm. Combien de triangles noircis ont-ils été rajoutés ?
   b. Combien de triangles noircis seront-ils rajoutés à la quatrième étape ?
2. On note T_n le nombre de triangles noircis rajoutés à la n-ième étape où n est un entier supérieur ou égal à 1.
   La suite (T_n), ainsi définie, est une suite géométrique de raison 3.
   a. Donner la valeur de $T_1,\ T_2,\ T_3$.
   b. Exprimer T_n en fonction de n. Vérifier les résultats trouvés à la question **1.**
3. Calculer le nombre total de triangles noircis après la dixième étape.

EXERCICE 4 AU CHOIX **6 points**

Une urne contient 11 jetons (indiscernables au toucher) numérotés de 1 à 11.
On tire simultanément trois jetons de l'urne.

1. Démontrer que le nombre de tirages possibles est égal à 165.

2. **a.** Déterminer le nombre de tirages ne comportant que des jetons ayant un numéro impair.

   b. En déduire le nombre de tirages ayant au moins un jeton dont le numéro est pair.

3. **a.** Déterminer le nombre de tirages comportant trois jetons ayant un numéro pair.

   b. Déterminer le nombre de tirages comportant le jeton numéroté 2 et aucun autre jeton ayant un numéro pair. En déduire le nombre de tirages avec un seul jeton portant un numéro pair.

   c. Justifier que le nombre de tirages ayant seulement deux jetons avec un numéro pair est égal à 60.