∽ Baccalauréat L spécialité 2008 ∽

L'intégrale de juin à septembre 2008

Pour un accès direct cliquez sur les liens bleus

∽ Baccalauréat L spécialité Métropole - La Réunion ∽ juin 2008

L'usage d'une calculatrice est autorisé 3 heures

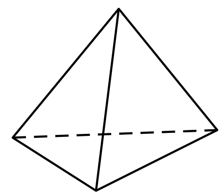
Deux annexes sont à rendre avec la copie

EXERCICE 1 **5 points**

On dispose d'un dé tétraédrique, bien équilibré, dont les quatre faces sont numérotées 1, 2, 3 et 4.

On dispose aussi de trois urnes :

- l'urne A contient une boule noire et trois boules rouges,
- l'urne B contient deux boules noires et deux boules rouges,
- l'urne C contient une boule noire et deux boules rouges.



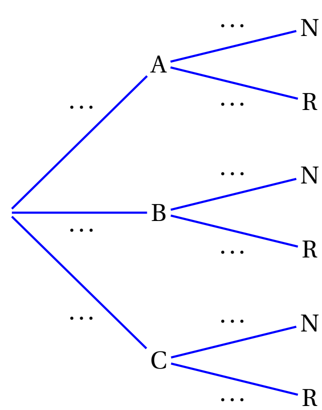
On lance le dé et on note le numéro inscrit sur la face posée sur laquelle il s'immobilise.

Si le numéro est pair, on tire au hasard une boule dans A.
Si le numéro est 1, on tire au hasard une boule dans B.
Si le numéro est 3, on tire au hasard une boule dans C.

On appelle :

A l'évènement « la boule tirée provient de A »,
B l'évènement « la boule tirée provient de B »,
C l'évènement « la boule tirée provient de C »,
N l'évènement « la boule tirée est noire » et
R l'évènement « la boule tirée est rouge ».

1. Reproduire sur la copie et compléter, en indiquant les probabilités relatives à chaque branche, l'arbre de probabilité ci-dessous :



2. Calculer la probabilité $p(\text{C} \cap \text{N})$.

3. Montrer que $p(\text{N}) = \dfrac{1}{3}$.

4. Déterminer la probabilité d'avoir obtenu le numéro 3 avec le dé sachant que la boule tirée est noire.

5. Les évènements N et C sont-ils indépendants ?

EXERCICE 2 **5 points**

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = (3-2x)\mathrm{e}^{\frac{x}{2}}.$$

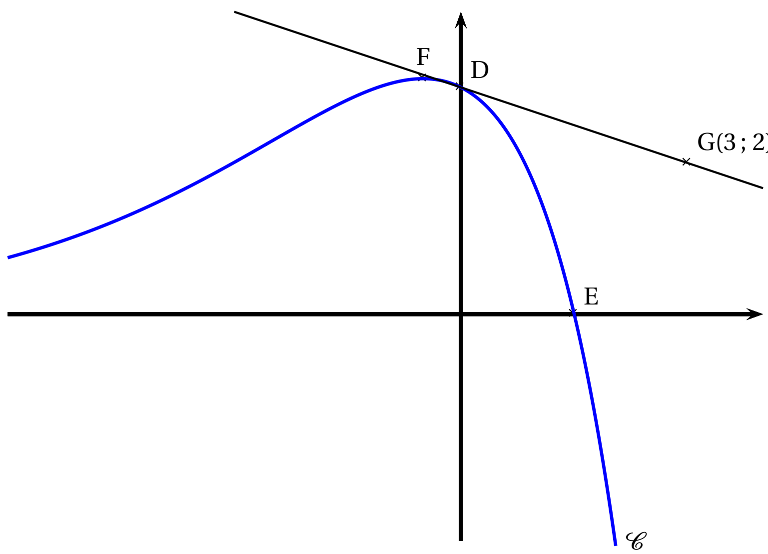
On appelle $\mathscr{C}$ la courbe représentative de f dans un repère orthogonal.
On note f' la fonction dérivée de f.

1. Calculer la valeur exacte de $f(0)$, de $f(-2)$ et de $f(2)$. Donner, de plus, une valeur arrondie à 10^{-2} près si nécessaire.

2. Montrer que, pour tout x appartenant à $\mathbb{R}$, $f'(x) = \left(-\dfrac{1}{2} - x\right)\mathrm{e}^{\frac{x}{2}}$.

3. En déduire les variations de f sur $\mathbb{R}$.

4. Un dessin de la courbe $\mathscr{C}$ est donné ci-dessous. Les unités ont été effacées. Le point D est l'intersection de $\mathscr{C}$ avec l'axe des ordonnées et le point E est l'intersection de $\mathscr{C}$ avec l'axe des abscisses. Le point F est le point de $\mathscr{C}$ d'ordonnée maximale.



a. Donner la valeur exacte des coordonnées des points D, E et F.

b. Soit G le point de coordonnées(3 ; 2). La droite (DG) est-elle tangente à $\mathscr{C}$ en D ? Justifier la réponse.

EXERCICE 3 **4 points**

Dans un lycée, un code d'accès à la photocopieuse est attribué à chaque professeur.
Ce code est un nombre à quatre chiffres choisis dans la liste $\{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9\}$, chaque chiffre pouvant être répété à l'intérieur d'un même code.
Par exemple 0027 et 5855 sont des codes possibles.

1. Combien de codes peut-on ainsi former ?

2. Ce code permet aussi de définir un identifiant pour l'accès au réseau informatique. L'identifiant est constitué du code à quatre chiffres suivi d'une clé calculée à l'aide de l'algorithme suivant :

Entrée :	N est le code à quatre chiffres.
Initialisation :	Affecter à P la valeur de N ;
	Affecter à S la valeur 0 ;
	Affecter à K la valeur 1.
Traitement :	Tant que $K \leqslant 4$:
	Affecter à U le chiffre des unités de P ;
	Affecter à K la valeur K +1 ;
	Affecter à S la valeur $S + K \times U$;
	Affecter à P la valeur $\dfrac{P-U}{10}$;
	Affecter à R le reste dans la division euclidienne de S par 7 ;
	Affecter à C la valeur $7 - R$.
Sortie « la clé » :	Afficher C.

a. Faire fonctionner l'algorithme avec N = 2 282 et vérifier que la clé qui lui correspond est 3. On prendra soin de faire apparaître les différentes étapes du déroulement de l'algorithme (on pourra par exemple faire un tableau.).

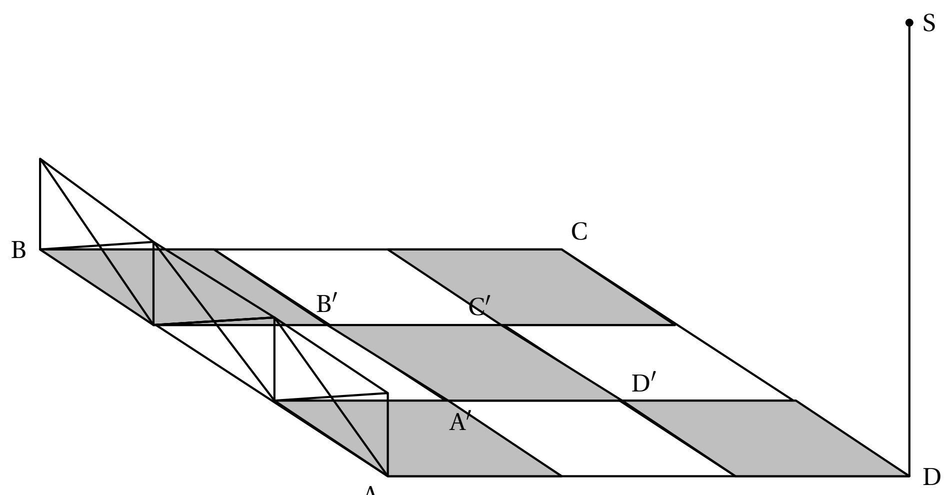
b. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

Un professeur s'identifie sur le réseau informatique en entrant le code 4732 suivi de la clé 7.

L'accès au réseau lui est refusé. Le professeur est sûr des trois derniers chiffres du code et de la clé, l'erreur porte sur le premier chiffre du code (qui n'est donc pas égal à 4). Quel est ce premier chiffre ?

EXERCICE 4 — 6 points

Le dessin ci-dessous est la représentation en perspective parallèle d'une sortie d'école séparée de la rue par une rambarde de protection et éclairée par un lampadaire.



Deux dessins sont donnés en annexe. Ils sont à compléter au fur et à mesure de la résolution de l'exercice et à rendre avec la copie.
On veillera à laisser apparents les traits de construction.

1. Compléter la représentation en perspective parallèle donnée dans le dessin N° 1 par l'ombre de la rambarde sur le sol, la source lumineuse (S) étant supposée ponctuelle. On repassera en couleur le dessin fini de l'ombre de la rambarde pour améliorer la lisibilité de la représentation.

2. Dans le dessin N^o 2 les points `a'`, `b'`, `c'`, `d'` représentent en perspective centrale les sommets A$'$, B$'$, C$'$ et D$'$ du carré situé au cœur du motif des neufs carrés recouvrant ABCD. On a tracé la ligne d'horizon, le point de fuite principal F et les points de distance D1 et D2. La diagonale [b$'$d$'$] est parallèle à la ligne d'horizon.

a. On souhaite contrôler certains aspects de ce dessin. Expliquer comment vérifier que :

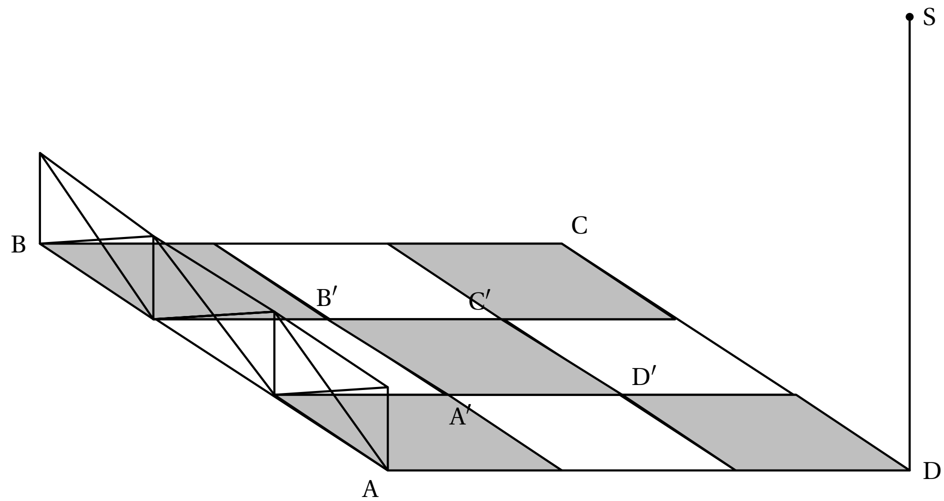
i. a$'$b$'$c$'$d$'$ représente un quadrilatère, d'un plan horizontal, ayant ses côtés parallèles deux à deux.

ii. a$'$b$'$c$'$d$'$ représente un quadrilatère, d'un plan horizontal, ayant ses diagonales perpendiculaires.

b. Terminer le dessin en représentant les huit carrés entourant A$'$B$'$C$'$D$'$. On repassera en couleur le dessin fini des huit carrés pour améliorer la lisibilité de la représentation.

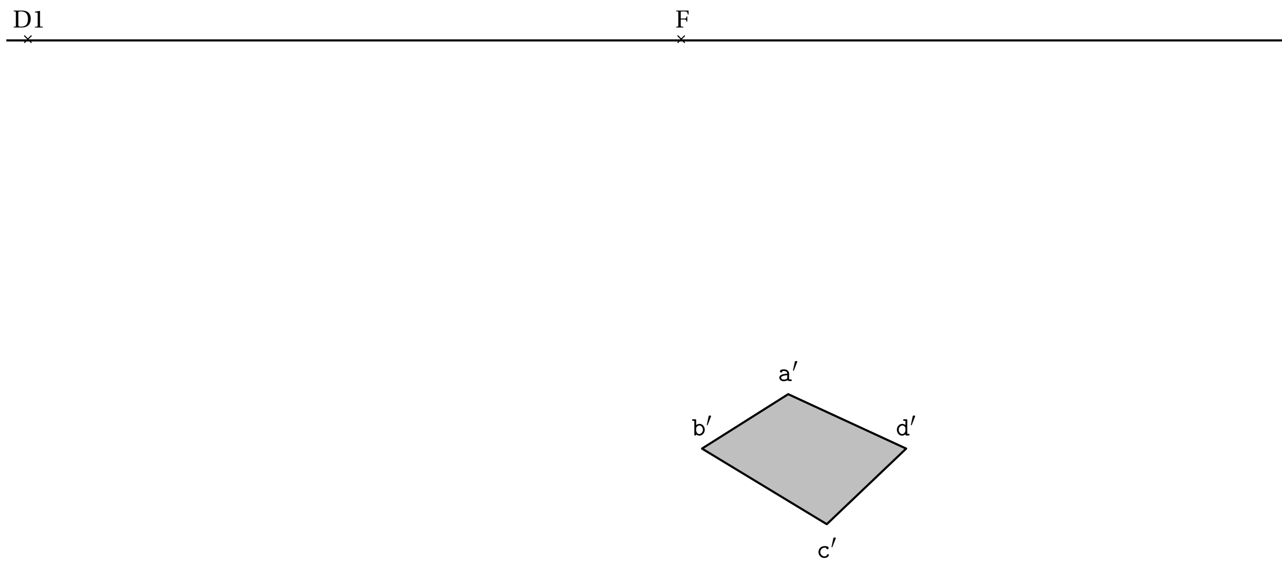
ANNEXE

Dessin N° 1
à compléter et à rendre avec la copie



ANNEXE

Dessin N^{o} 2
à compléter et à rendre avec la copie



Baccalauréat L-Enseignement de spécialité
Polynésie juin 2008

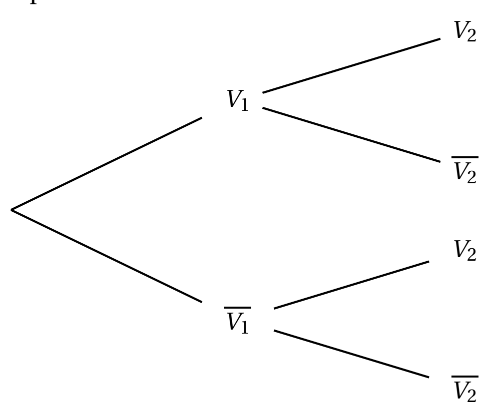
EXERCICE 1 **4 points**

Pour un jeu, on dispose de deux urnes.
La première urne contient 6 boules indiscernables au toucher. Sur chacune de ces boules est écrite une lettre, les 6 lettres permettant de reconstituer le prénom MARGOT.
La seconde urne contient 7 boules indiscernables au toucher. Sur chacune de ces boules est écrite une lettre, les 7 lettres permettant de reconstituer le prénom JUSTINE.
Le jeu se déroule en deux étapes :
étape 1 : On prend au hasard une boule de la première urne et on regarde la lettre tirée.
étape 2 :
- Si la lettre tirée est une voyelle, on tire au hasard la deuxième boule dans la première urne, **la première boule tirée n'étant pas remise en jeu**. On regarde la seconde lettre tirée.
- Si la lettre tirée est une consonne, on tire au hasard la deuxième boule dans la deuxième urne. On regarde la seconde lettre tirée.

On considère les deux évènements :

- V_1 « la première lettre tirée est une voyelle » ;
- V_2 « la deuxième lettre tirée est une voyelle ».

1. Calculer la probabilité que la première lettre tirée soit une voyelle.
2. Calculer la probabilité que la deuxième lettre tirée soit une voyelle sachant que la première est une consonne.
3. Reproduire et compléter l'arbre suivant :



4. Montrer que la probabilité que la deuxième lettre tirée soit une voyelle est $\dfrac{37}{105}$.
5. On suppose que la deuxième lettre est une voyelle.
   Quelle est la probabilité que la première lettre tirée soit une voyelle ?

EXERCICE 2 **6 points**

On considère la fonction f définie par $f(x) = \dfrac{\text{e}^{2x} - 1}{\text{e}^{2x} + 1}$ pour tout nombre réel x de $[0\,;\,+\infty[$.
On note (C) sa courbe représentative dans le repère (Ox, Oy).

1. Calculer $f(0)$ et justifier que $f(\ln 3) = 0,8$.

2. [a)]

On note f' la fonction dérivée de f. Démontrer que pour réel x positif, $f'(x) = \dfrac{4\text{e}^{2x}}{\left(\text{e}^{2x}+1\right)^2}$.

b. Déterminer le sens de variation de la fonction f sur $[0\,;\,+\infty[$.

c. Calculer $f'(0)$, puis donner une équation de la tangente (Δ) à la courbe (C) au point d'abscisse 0.

3. [a)]

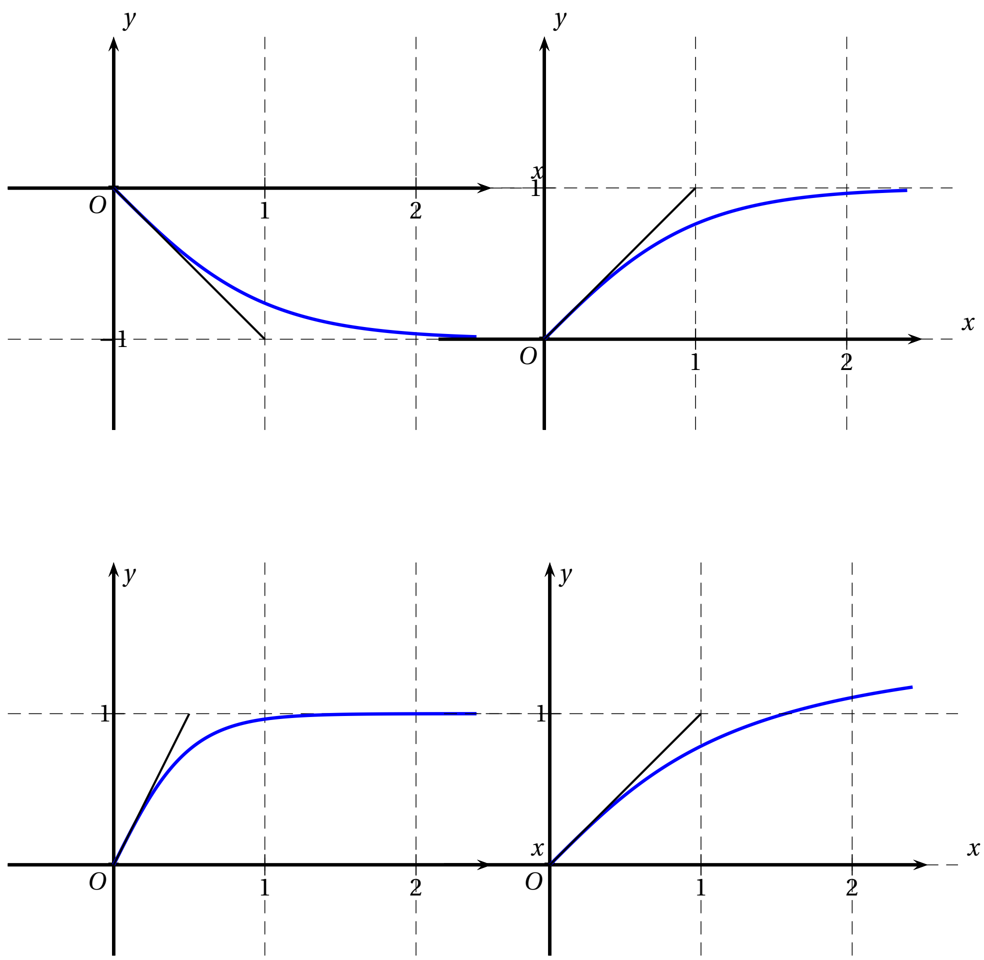
Établir que, pour tout nombre réel x positif, $f(x) - 1 = \dfrac{-2}{\text{e}^{2x}+1}$.

b. En déduire que, pour tout nombre réel x positif, $f(x) < 1$.

4. Les quatre graphiques ci-dessous ont été obtenus à l'aide d'un logiciel informatique.

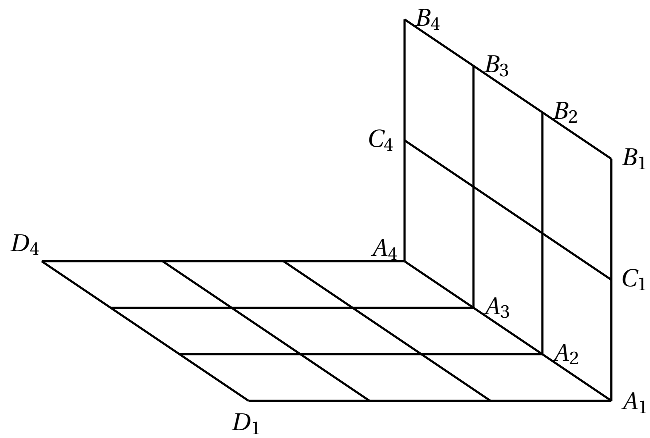
Parmi ces quatre graphiques, un seul peut représenter la courbe (C) et la tangente (Δ).

Préciser quel est ce graphique et justifier soigneusement l'élimination de chacun des trois autres graphiques.



EXERCICE 3 **6 points**

La figure ci-dessous représente, en perspective cavalière, le sol $(A_1A_4D_4D_1)$ et le mur de droite $(A_1B_1B_4A_4)$ d'une salle. Le mur et le sol sont pavés avec des carrelages identiques de forme carrée.



Le but de l'exercice est de représenter sur l'annexe ce carrelage en perspective centrale sachant que le sol est horizontal, le mur est vertical et le plan $(D_1A_1B_1)$ est frontal.
Dans cette perspective centrale, on convient de noter avec une lettre minuscule les images des points. Ainsi, a_1 est l'image de A_1, a_2 l'image de A_2, ...
On a représenté sur la feuille annexe la ligne d'horizon, le segment $[a_1b_1]$ et le point a_3.
Aucune justification des constructions n'est attendue, mais on laissera apparents tous les traits de construction.

1. [a)]

Construire le point de fuite de la droite (A_1A_3), noté f, et le point b_3.

b. Construire le segment $[a_2b_2]$.

c. Construire le point c_1.

d. Construire le segment $[a_4b_4]$.

2. [a)]

Préciser, en justifiant la réponse, le réel k tel que $a_1d_1 = ka_1c_1$.

b. Construire le point d_1.

c. Terminer la figure.

3. Pour chacune des trois affirmations ci-dessous dire, en justifiant la réponse donnée, si elle est vraie ou fausse.

En cas de réponse négative, on pourra fournir un contre-exemple issu de la figure complétée en annexe.

[(1)]Le plan $(A_4B_4D_4)$ est frontal. En perspective centrale, les milieux sont toujours conservés. En perspective centrale, les milieux ne sont jamais conservés.

EXERCICE 4 **4 points**

Dans cet exercice, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

Le but de l'exercice est d'étudier quelques propriétés du nombre entier $3^{2\,008}$ dont certaines ne peuvent être obtenues à l'aide d'une calculatrice.

Partie A : Chiffre des unités de $3^{2\,008}$

1. Justifier que $3^8 \equiv 1 \mod 10$. En déduire que $3^{2008} \equiv 1 \mod 10$.
2. Quel est le chiffre des unités de $3^{2\,008}$?

Partie B : Nombre de chiffres de 3^{2008}

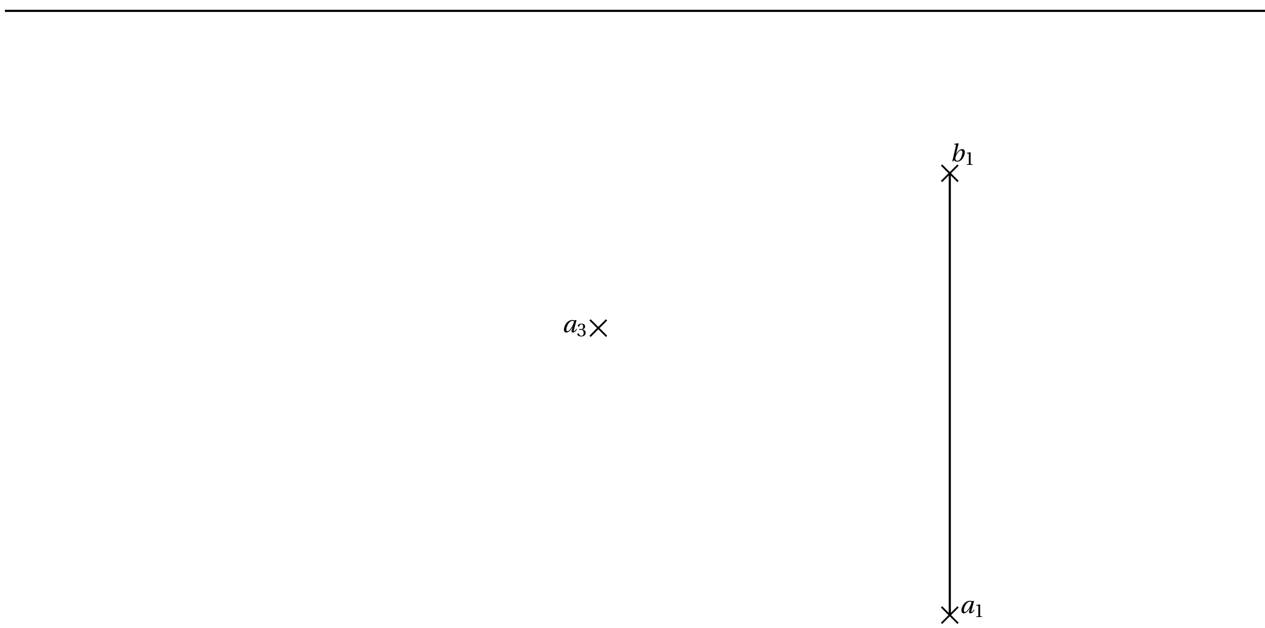
Dans cette partie, log désigne la fonction logarithme décimal.
On pourra utiliser les propriétés suivantes :

* $\log a^n = n \times \log a$, pour tout nombre réel a strictement positif et tout nombre entier n.
* $\log 10 = 1$
* La fonction log est strictement croissante sur $]0\,;\,+\infty[$.

1. Sachant que $0,477\,1 < \log 3 < 0,477\,2$, justifier l'encadrement $958 < \log\left(3^{2\,008}\right) < 959$.
2. Calculer $\log\left(10^{958}\right)$ et $\log\left(10^{959}\right)$.
3. Déduire des questions précédentes l'encadrement $10^{958} < 3^{2\,008} < 10^{959}$.
4. Expliquer comment on peut déduire de l'inégalité précédente le nombre de chiffres de l'écriture décimale du nombre entier $3^{2\,008}$.

ANNEXE (à rendre avec la copie)

EXERCICE 3



Baccalauréat L spécialité Métropole–La Réunion septembre 2008

L'usage d'une calculatrice est autorisé 3 heures

Ce sujet ne nécessite pas de papier millimétré

EXERCICE 1 **4 points**

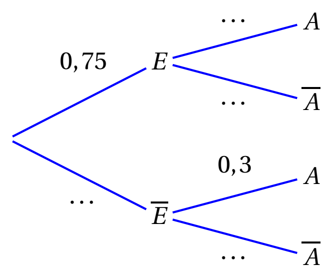
Un magasin de matériels informatiques propose deux types d'ordinateurs : des ordinateurs de bureau et des ordinateurs portables.

Une enquête sur le type des ordinateurs achetés permet d'affirmer que, dans ce magasin :

- 75 % des acheteurs d'ordinateurs sont des étudiants,
- 60 % des acheteurs étudiants choisissent un ordinateur portable,
- 30 % des acheteurs non étudiants choisissent un ordinateur portable.

On interroge au hasard une personne ayant acheté un ordinateur dans ce magasin.
On note E l'évènement « La personne interrogée est un étudiant » et A l'évènement « La personne interrogée a choisi un ordinateur portable ».
On note $\overline{A}$ l'évènement contraire de A et $\overline{E}$ l'évènement contraire de E.

1. Reproduire sur la copie l'arbre de probabilités ci-dessous et le compléter. Aucune justification n'est demandée.



2. **a.** Calculer $P(E \cap A)$ et $P\left(\overline{E} \cap A\right)$.

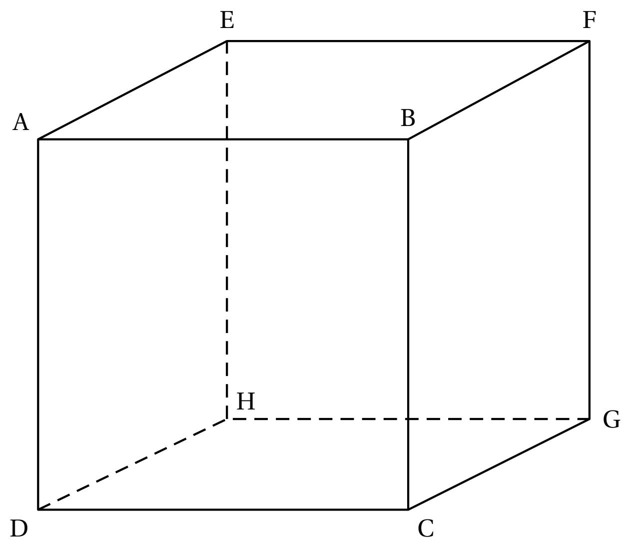
   b. En déduire $P(A)$.

   c. Déterminer la probabilité pour que la personne interrogée ait choisi un ordinateur de bureau.

3. Un acheteur sort du magasin avec un portable. Quelle est la probabilité que ce soit un étudiant ?
   On donnera l'arrondi à 10^{-3} près de cette probabilité.

EXERCICE 2 **5 points**

Le dessin ci-dessous représente un cube ABCDEFOH en perspective parallèle



Dans tout l'exercice, on s'intéressera à des représentations de ce cube en perspective centrale.
Ce cube sera toujours placé de telle sorte que la face ABCD soit dans un plan frontal et l'arête [AB] soit horizontale.

Pour chaque question, un dessin est donné en annexe. Ce dessin est à compléter et à rendre avec la copie. Laisser apparents les traits de construction.

1. Dans l'annexe N° 1, `abcdefgh` est une représentation du cube ABCDEFGH en perspective centrale. Faire des constructions permettant de contrôler que la droite (δ) est la ligne d'horizon.
2. Dans l'annexe N° 2, `a, b, c` et `d` représentent A, B, C et D en perspective centrale.

   ω est le point de fuite principal et $\mathtt{d}_1$ un point de distance.

   a. Terminer la représentation du cube dans cette perspective centrale.

   b. Compléter le tableau de l'annexe N° 2 par VRAI ou FAUX. Aucune justification n'est attendue.
3. Les faces ABCD, ABFE et BCGF ont été quadrillées suivant un quadrillage 3×3 régulier. Dans le dessin donné en annexe N° 3, `abcdefgh` est une représentation du cube ABCDEFGH en perspective centrale, ω est le point de fuite principal et $\mathtt{d}_1$ est un point de distance.

   Compléter le dessin par une représentation en perspective centrale du quadrillage des faces ABFE et BCGF.

EXERCICE 3 — 6 points

1. **a.** Déterminer le reste de la division euclidienne de 2^3 par 7.

   b. 2^3 et 2^6 sont-ils congrus modulo 7 ? Justifier la réponse.

   c. Démontrer que, pour tout entier naturel n, $2^{3n} \equiv 1$ (modulo 7). Que peut-on en déduire pour le reste de la division euclidienne de $2^{2\,007}$ par 7 ?
2. On considère l'algorithme suivant :

Entrée	:	n est un entier naturel.
Initialisation	:	Donner à u la valeur initiale n.
Traitement	:	Tant que $u \geqslant 7$, affecter à u la valeur $u - 7$.
Sortie	:	Afficher u.

   a. Faire fonctionner cet algorithme avec $n = 25$.

b. Proposer deux entiers naturels différents qui donnent le nombre 5 en sortie.

c. Peut-on obtenir le nombre 11 en sortie ? Justifier.

d. Qu'obtient-on en sortie si on fait fonctionner cet algorithme avec le nombre $2^{2\,007}$?

Même question avec le nombre $2^{2\,008}$. Justifier.

e. On a fait fonctionner cet algorithme avec un nombre a et on a obtenu en sortie le nombre 3.

On a fait fonctionner cet algorithme avec un nombre b et on a obtenu en sortie le nombre 5.

Si on fait fonctionner cet algorithme avec le nombre $3\times a+b$, qu'obtiendra-t-on en sortie ? Justifier.

EXERCICE 4 — 5 points

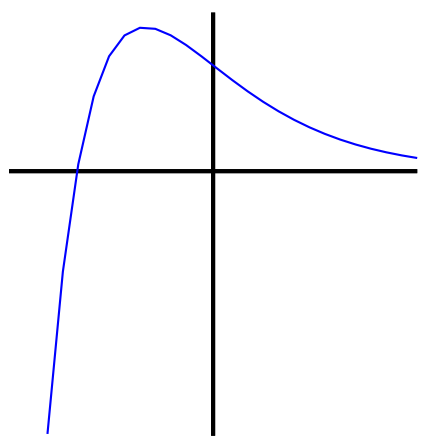
Dans cet exercice, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

On considère la fonction f définie par :

$$f(x) = (x+2)\mathrm{e}^{-x} \text{ pour tout } x \text{ de l'intervalle } [-3~;~3].$$

On note $\mathscr{C}$ la courbe représentative de f dans un repère orthogonal.
On a utilisé une calculatrice et défini la fenêtre graphique en choisissant -3 comme valeur minimale et 3 comme valeur maximale pour les abscisses. On obtient à l'écran un dessin de $\mathscr{C}$.
Sont donnés ci-dessous un tableau de variations de f partiellement complété et une capture de l'écran.

x	-3		?		3
			?		
f		↗		↘	
	?				?



En exploitant les informations dont on dispose sur la fonction f, indiquer pour chacune des six propositions suivantes si elle est vraie ou si elle est fausse.
Toutes les réponses doivent être justifiées.

1. « Le point B $\left(1~;~\dfrac{3}{\mathrm{e}}\right)$ est situé sur la courbe représentative $\mathscr{C}$ de la fonction f ».
2. « Il existe un nombre réel de l'intervalle $[-3~;~3]$ qui a une image par f strictement inférieure à 0 ».
3. « Tous les nombres réels de l'intervalle $[-3~;~3]$ ont une image par f strictement négative ».
4. « Tous les nombres réels de l'intervalle $[-2~;~-1]$ ont une image par f strictement positive.

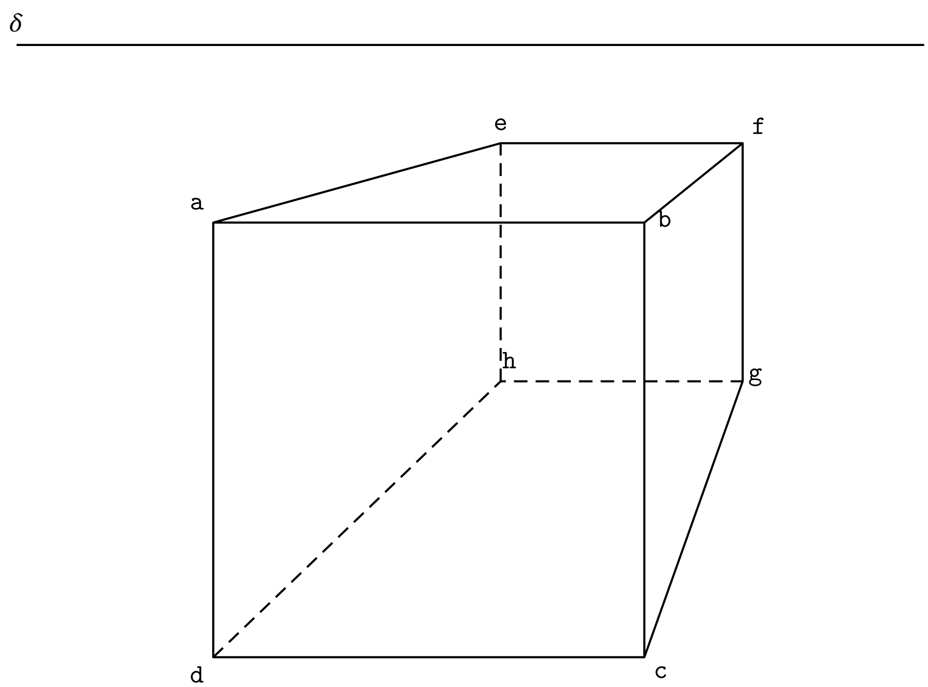
5. « La fonction dérivée f' de f est définie par :

$$f'(x) = -\mathrm{e}^{-x} \text{ pour tout } x \text{ de l'intervalle } [-3\ ;\ 3] \text{ ».}$$

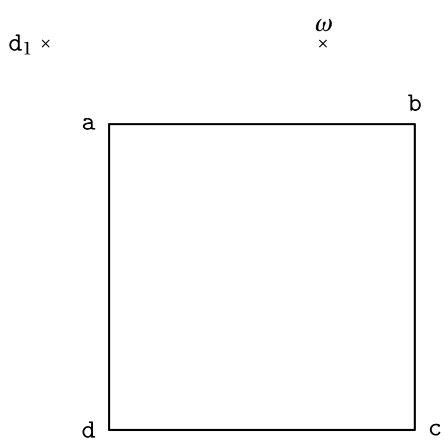
6. « La fonction f présente un maximum en -1 ».
7. « Tous les nombres réels de l'intervalle $[-3\ ;\ 3]$ ont une image par f strictement inférieure à 3 ».

Les dessins et le tableau sont à compléter et à rendre avec la copie.

Annexe N° 1



Annexe N° 2



	ayant ω comme point de fuite	ayant un point de distance comme point de fuite	ayant un point de fuite sur la ligne d'horizon
(CG) est une droite			
(CH) est une droite			
(CE) est une droite			

Le dessin est »à compléter et » à rendre avec la copie

Annexe N° 3