Baccalauréat ES 1996

L'intégrale d'avril à décembre 1996

Pour un accès direct cliquez sur les liens bleus

∽ Baccalauréat ES Pondichéry mars 1996 ∾

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Pour étudier la progression d'une épidémie de grippe, une enquête est faite auprès d'un échantillon de 1 000 personnes ; le tableau ci-dessous donne le nombre $N(t)$ d'individus ayant été contaminés, à la date t, exprimée en jours.

t	1	2	5	10	15	20
$N(t)$	88	172	306	420	485	500

On considère qu'après 20 jours l'épidémie est terminée, c'est-à-dire que le nombre total de personnes ayant été contaminées ne varie plus.
Dans ce problème, on utilisera, pour les calculs statistiques, les fonctions de la calculatrice (le détail de ces calculs n'est pas demandé).

1. **a.** Dans un plan muni d'un repère orthogonal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, pLacer le points de coordonnées $(t\ ;\ N(t))$ (unités graphiques : 0,5 cm pour 1 jour en abscisse, 1 cm pour 50 individus en ordonnée).

   b. Donner à 10^{-2} près la valeur du coefficient de corrélation linéaire de la série statistique double donnée dans le tableau.

   Un ajustement affine est-il envisageable ?

   c. Déterminer une équation de la droite de régression de N en t et la tracer. Les coefficients seront donnés à 1 près.

2. On considère la fonction définie sur $[0\,;40]$ par

$$f(t) = 500\left(1 - \text{e}^{-0,2t}\right).$$

   a. Recopier et compléter le tableau suivant (les résultats seront donné à 1 près).

t	1	2	5	10	15	20	30	50
$f(t)$								

   b. Tracer la courbe représentative de f dans le repère $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ précédent.

   c. Déterminer graphiquement quelle est, de la droite de la première question ou de la courbe précédente, celle qui ajuste le mieux le nuage et l'utiliser pour indiquer la date à laquelle le quart de la population étudiée a déjà été atteint.

EXERCICE 2 **5 points**

Enseignement obligatoire

On considère la fonction f définie sur $[-1\ ;\ +\infty[$ par

$$f(x) = \ln(ax + b) + 2 - x,$$

où a et b sont deux réels qui seront déterminés dans la question 1.

1. On note f' la fonction dérivée de f. Sachant que $f(-1) = 3$ et que $f'\left(-\dfrac{1}{2}\right) = 0$, calculer a et b.

2. Montrer que la fonction $G\ :\ x \longmapsto \left(x + \dfrac{3}{2}\right)\ln(2x+3) - x$ est une primitive sur $[-1\ ;\ +\infty[$ de la fonction $g\ :\ x \longmapsto \ln(2x+3)$.

3. En observant que $f(x) = g(x) + 2 - x$ pour $x \in [-1\ ;\ +\infty[$, calculer la valeur exacte de $I = \displaystyle\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x$.

EXERCICE 2 **5 points**

Enseignement de spécialité

Dans son troupeau, un berger possède deux races de brebis, A et B. La race A est représentée dans la proportion de 40 %. Une étude sur la fécondité des races A et B a montré qu'en moyenne :

67,5 % des brebis A ont un agneau ;

30 % des brebis A ont deux agneaux ;

2,5 % des brebis A sont stériles ;

55 % des brebis B ont un agneau ;

40 % des brebis B ont deux agneaux ;

5 % des brebis B sont stériles.

On suppose que le nombre de brebis du troupeau est suffisamment grand pour que le fait de prélever une brebis ne change pas la proportion des brebis A et B.

1. On choisit une brebis au hasard. Montrer que la probabilité pour qu'elle soit stérile est 0,04.

2. Soit X la variable aléatoire qui, à une brebis, associe le nombre d'agneaux qu'elle produit.

- **a.** Déterminer la loi de probabilité de X.
- **b.** Calculer l'espérance mathématique $\mathrm{E}(X)$ de la variable aléatoire X.
- **c.** Si le troupeau comprend 1 000 brebis, combien d'agneaux peut espérer le berger ?

3. Un acheteur choisit 12 brebis au hasard.

- **a.** Quelle est la probabilité pour que, sur ces 12 brebis, 3 exactement soient stériles ?
- **b.** Quelle est la probabilité pour qu'aucune ne soit stérile ? On donnera les résultats à 10^{-4} près.

PROBLÈME **11 points**

Une étude effectuée sur un certain produit a montré que, lorsqu'il est au prix p, exprimé en francs, la demande $f(p)$ pour ce produit est donné par

$$f(p) = \frac{10^5 \times p}{p^2 - 100},\ \text{avec}\ p \in [11\ ;\ +\infty[.$$

Partie A

1. Calculer La demande pour Les valeurs suivantes : $p = 11$; $p = 15$; $p = 90$ (arrondir, si nécessaire, à L'unité près).

2. **a.** Vérifier que $f(p) > 0$ pour tout p de $[11\ ;\ +\infty[$.

- **b.** Montrer que f est une fonction décroissante sur $[11\ ;\ +\infty[$.

3. On suppose que Le prix p, initialement égal à 15 F, subit une augmentation de 1 %.

- **a.** Calculer le nouveau prix p', ainsi que la demande correspondant à ce prix, arrondie à l'unité près.
- **b.** En déduire le pourcentage de variation de la demande, consécutive à l'augmentation de prix.

Partie B

On pose $g(p) = \ln[f(p)]$ pour $p \in [11\ ;\ +\infty[$. On appelle « élasticité » de la demande par rapport au prix p, le nombre $E(p) = pg'(p)$, où $p \in [11\ ;\ +\infty[$. On admettra que ce réel donne une bonne approximation du pourcentage de variation de la demande, pour une augmentation de 1 % d'un prix donné.

1. **a.** Quel est le signe de $E(p)$ pour $p \in [11\ ;\ +\infty[$? Justifier la réponse et interpréter ce résultat.

   b. établir l'égalité $E(p) = 1 - \dfrac{2p^2}{p^2 - 100}$.

2. **a.** étudier la limite suivante : $\displaystyle\lim_{p \to +\infty} E(p)$.

   b. Calculer $E'(p)$ où E' désigne la dérivée de E, et en déduire le tableau de variations de E.

   c. Calculer la valeur p_0 pour laquelle l'élasticité est de $-1,25$.

   d. Comment évolue la demande quand le prix passe de 30 F à 30,30 F ?

ᔕ Baccalauréat ES Amérique du Nord juin 1996 ᔓ

EXERCICE 1 **5 points**
Commun à tous les candidats

Le seuil maximum d'alcoolémie toléré pour conduire une automobile est 0,5 gramme par litre. Un laboratoire a mis au point un éthylotest. Théoriquement, celui-ci devrait être positif si et seulement si la personne testée a une alcoolémie strictement supérieure au seuil toléré. Mais il n'est pas parfait :

- lorsqu'une personne a un taux d'alcoolémie strictement supérieur au seuil toléré, l'éthylotest est positif 96 fois sur 100.
- lorsqu'une personne a un taux d'alcoolémie inférieur ou égal au seuil toléré, l'éthylotest est positif 3 fois sur 100.

On suppose que ces résultats portent sur un échantillon suffisamment important pour qu'ils soient constants. Dans une région donnée, 95 % des conducteurs d'automobile ont un seuil d'alcoolémie inférieur ou égal au seuil toléré.
On soumet, au hasard, un automobiliste de cette région, à l'éthylotest. On définit les événements suivants :

P : l'éthylotest est positif;

N : l'éthylotest est négatif;

S : le conducteur a un taux d'alcoolémie strictement supérieur au seuil toléré;

I : le conducteur a un taux d'alcoolémie inférieur ou égal au seuil toléré.

1. Que valent $P(I), P(P/S), P(P/I)$?
2. Quelle est la probabilité pour que l'automobiliste ait un taux d'alcoolémie strictement supérieur au seuil toléré ?
3. Quelle est la probabilité pour qu'il ait un taux d'alcoolémie strictement supérieur au seuil toléré, et que l'éthylotest soit positif ?
4. **a.** Calculer $p(P \cap I)$, puis $p(P)$·
   b. Quelle est la probabilité pour qu'il ait un taux d'alcoolémie strictement supérieur au seuil toléré, sachant que l'éthylotest est positif ?
5. Quelle est la probabilité pour que l'éthylotest donne un résultat erroné ?

EXERCICE 2 **5 points**
Enseignement obligatoire

Le tableau suivant donne les indices du coût de la construction pour la période 1981-1990.

Année	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990
Rang de l'année t_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Indice I_i	648	718	766	811	837	864	890	915	927	950

(INSEE : moyenne des relevés trimestriels arrondie à l'unité près)

1. Représenter par un nuage de points $M_i\ (t_i\ ;\ I_i)$ la série statistique $(t\ ;\ I)$. On utilisera un plan muni d'un repère orthogonal, avec pour unités graphiques :
   2 cm pour représenter 1 année, sur l'axe des abscisses;
   5 cm pour 100 points d'indice, sur l'axe des ordonnées.
   L'intersection des axes de coordonnées correspond au point de coordonnées (0 ; 600).
2. On pose $\ln t_i = x_i$ et $\ln I_i = y_i$ (ln désigne le logarithme népérien).

a. Recopier, en le complétant, le tableau suivant :

t_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x_i			1,10	1,39	1,61	1,79	1,95	2,08	2,20	
y_i		6,58		6,70	6,73			6,82		6,86

(On donnera, pour chaque valeur, son arrondi à 10^{-2} près). Calculer à 10^{-2} près le coefficient de corrélation de x et y.

b. Déterminer, par la méthode des moindres carrés, l'équation de la droite de régression D de y en x sous la forme $y = mx + p$; on donnera les valeurs arrondies de m et p à 10^{-2} près.

c. Déduire du 2. b une prévision de l'indice 1996 du coût de la construction (à une unité près).

N. B. Le détail des calculs de r, m, p n'est pas demandé.

EXERCICE 2 **5 points**
Enseignement de spécialité

Au cours de ses deux premières années de publication, le nombre d'abonnés à un journal mensuel a été en progression arithmétique. Chaque mois, 400 lecteurs supplémentaires se sont abonnés. Au bout de 24 mois de publication, 21 200 abonnements ont été souscrits.
On notera u_n le nombre d'abonnés au bout de n mois de publication.

1. Vérifier que le nombre u_1 d'abonnés à la fin du premier mois de publication de ce journal, était de 12 000 personnes.
2. Calculer le nombre d'abonnés au bout de 12 mois de publication.
   En déduire le pourcentage d'augmentation du nombre d'abonnements souscrits lors de la deuxième année.
3. Douze numéros sont édités par an. Calculer le nombre total de journaux adressés par voie d'abonnement, au cours des deux première années de publication.
4. Le journal modifie sa politique commerciale. Le nombre des abonnés augmente de 40 % au cours de la troisième année.
   On suppose que le taux de croissance mensuel du nombre d'abonné est constant au cours de la troisième année. Calculer ce taux.
   On donnera la valeur exacte, puis la valeur décimale approchée par excès à 10^{-3} près.

PROBLÈME **10 points**
Commun à tous les candidats
Enseignement obligatoire

Le plan P est rapporté à un repère orthogonal $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$(unités graphiques : 1 cm sur l'axe des abscisses et 2,5 cm sur l'axe de ordonnées ; le point O est choisi en bas et à gauche de la feuille).

A. étude et représentation graphique d'une fonction

Soit f la fonction définie sur [4 ; 10] par

$$f(x) = 8\frac{\ln(x+2)}{x+2}$$

(ln désigne la fonction logarithme népérien).
On appelle $\mathscr{C}$ la courbe représentative de f dans P.

1. Déterminer la fonction dérivée f' de f. étudier le sens de variation de f et dresser son tableau de variations.
2. Tracer $\mathscr{C}$. Les points de $\mathscr{C}$ d'abscisses 4, 6 et 10 seront placés avec précision.

B. équilibre d·un marché

La fonction de demande d'un bien, exprimée en francs, est f. La fonction d'offre, g, de ce bien, exprimée en francs par unité, est définie sur l'intervalle $[4 ; 10]$ par

$$g(x) = (x-3)\ln 2.$$

x exprime la quantité produite en milliers d'unités.

1. En le recopiant, compléter le tableau suivant ; les résultats seront donnés en fonction de $\ln 2$ et $\ln 3$.

x	4	6	10
$f(x)$			
$g(x)$			

2. Dans le plan P, tracer la droite Δ représentant g.
3. On admet que les courbes Δ et $\mathscr{C}$ admettent un unique point d'intersection, E.
   Déduire du B. 1, la quantité x_{E} d'équilibre du marché ?
   Quel est, au centième près, y_{E} prix par unité à l'équilibre du marché ?

C. Calcul d'aire

On note D l'ensemble des points M du plan, de coordonnées $(x ; y)$, vérifiant

$$\left\{\begin{array}{lclcl} 4 & \leqslant & x & \leqslant & 6 \\ 3\ln 2 & \leqslant & y & \leqslant & f(x) \end{array}\right.$$

1. Hachurer D sur la figure.
2. Calculer l'aire $\mathscr{A}$ de D. On donnera une valeur décimale approchée de $\mathscr{A}$ en unités d'aire, à 10^{-3} près.

∽ Baccalauréat ES Antilles-Guyane juin 1996 ∽

EXERCICE 1 **4 points**
Commun à tous les candidats

Dans cet exercice, on pourra utiliser les fonctions statistiques de la calculatrice, le détail des calculs n'est pas exigé.

La société Dulog a mis au point un nouveau logiciel destiné essentiellement à des entreprises.
Une enquête a été effectuée par la société auprès de 300 entreprises déjà équipées d'un matériel apte à recevoir ce logiciel, afin de déterminer à quel prix chacune de ces entreprises accepterait d'acquérir ce nouveau logiciel. Elle a obtenu les résultats suivants :

x_i : prix proposé pour le nouveau logiciel (en milliers de francs)	y_i : nombre d'entreprises disposées à acheter le logiciel à ce prix
32	80
27	125
24	145
18,5	200
15,5	225
12	250
11	265
8	280

1. Calculer le coefficient de corrélation de cette série statistique. (Résultat donné à 10^{-3} près). Interpréter ce résultat.
2. Déterminer, par la méthode des moindres carrés, une équation de la droite de régression (D) de y en x (valeurs données à 10^{-3} près).
3. Dans un repère orthogonal $\left(\text{O}, \overrightarrow{\imath}, \overrightarrow{\jmath}\right)$ d'unités graphiques 1 cm pour 2 000 francs en abscisses et 5 cm pour 100 entreprise en ordonnées, représenter : - le nuage de points associé à la série statistique ci-dessus ; - la droite (D).
4. **a.** à partir de ce graphique, déterminer le prix de vente maximum que doit fixer la société Dulog, pour que les 300 entreprises contactées acceptent d'acquérir ce logiciel. (On donnera un résultat à 500 francs près.)

   b. Retrouver le résultat précédent par le calcul.

EXERCICE 2 **6 points**
Enseignement obligatoire

Dans un magasin d'électro-ménager, un acheteur potentiel s'intéresse à un lave-linge et à un sèche-linge.
La probabilité pour qu'il achète le lave-linge est 0,6.
La probabilité pour qu'il achète le sèche-linge quand il a acheté le lave-linge est 0,7.
La probabilité pour qu'il achète le sèche-linge quand il n'a pa acheté le lave-linge est 0,1.
On désigne par L l'évènement : « le client achète le fave-linge » et par S l'évènement : « le client achète le sèche-linge ».

1. Déterminer les probabilités des évènements suivants :

   a. « Le client n'achète pas le lave-linge ».

   b. « Le client n'achète pas le sèche-linge quand il n'a pas acheté le lave-linge ».
2. Montrer que la probabilité pour que le client n'achète ni le lave-linge ni le sèche-linge est $0,36$.
3. Le lave-linge coûte 4 000 F et le sèche-linge 3 200 F. On désigne par D la dépense effective du client.

a. établir les valeurs possibles de la variable aléatoire D.

b. Déterminer la loi de probabilité de D.

c. Calculer l'espérance mathématique de D.

d. Le « service clientèle »du magasin sait qu'il se présente en moyenne chaque semaine 25 acheteurs potentiels pour ces deux appareils. Quel chiffre d'affaires hebdomadaire le magasin peut-il espérer réaliser ?

EXERCICE 2 **6 points**
Enseignement de spécialité

Deux constructeurs d'automobiles lancent simultanément deux modèles de voitures a et b.
Afin de promouvoir leur produit, ils font appel à des sociétés de publicité qui procèdent à des sondages. La campagne publicitaire dure plusieurs mois. Chaque mois on interroge les même individus.
On définit les évènements suivants :
A_n : « L'individu interrogé se déclare favorable au modèle a au n-ième mois ».
B_n : « L'individu interrogé se déclare favorable au modèle b au n-ième mois ».
On pose : p_n = probabilité de A_n ; q_n = probabilité de B_n.

1. On suppose qu'un individu interrogé est obligé de se déterminer soit pour le modèle a, soit pour le modèle b. écrire alors une relation entre p_n et q_n.

2. On constate qu'un individu favorable au modèle a à un moment donné, garde une fois sur deux le même avis le mois suivant, alors qu'un individu favorable au modèle b garde le même avis sept fois sur dix le mois suivant.

Déterminer dans ces conditions les probabilités conditionnelles suivantes :
$p\left(B_{n+1}/A_n\right)$ et $p\left(B_{n+1}/B_n\right)$.

3. En utilisant la formule des probabilités totales et les résultat des questions précédentes, démontrer que :

$$p\left(B_n \cap B_{n+1}\right) = 0,7 \times q_n \quad \text{et que} \quad p\left(A_n \cap B_{n+1}\right) = 0,5 \times p_n.$$

En déduire que $p\left(B_{n+1}\right) = 0,7q_n + 0,5p_n$.
Montrer que $q_{n+1} = 0,2q_n + 0,5$.

4. Démontrer que la suite (u_n), définie sur $\mathbb{N}$, de terme général : $u_n = q_n - 0,625$ est une suite géométrique de raison $0,2$.

5. Déterminer la limite de (u_n) puis celle de $\left(q_n\right)$; en déduire la limite de $\left(p_n\right)$.

PROBLÈME **10 points**

Le but du problème est d'étudier une fonction, d'en construire la représentation graphique, de donner une valeur approchée d'une solution d'une équation et de calculer une aire.
Soit f la fonction définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ par :

$$f(x) = (2 - \ln x)\ln x.$$

On désigne par (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthogonal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ (unités graphiques : 2 cm en abscisses et 4cm en ordonnées).

1. étude de la fonction f et construction de la courbe (C)

a. Déterminer la limite de f en 0. Que peut-on en déduire ?
Déterminer la limite de f en $+\infty$.

b. Déterminer la fonction dérivée f' de f sur $]0\ ;\ +\infty[$ et étudier on signe.

c. Dresser le tableau de variation de f.

d. Résoudre dans $]0\,;\,+\infty[$ l'équation $f(x) = 0$. Déterminer le signe de $f(x)$.

e. Déterminer les équations des tangentes à la courbe (C) aux points d'intersection de (C) avec l'axe des abscisses. Construire ces tangentes.

f. Construire (C).

2. Résolution approchée d'une équation

a. Démontrer que l'équation $f(x) = \dfrac{1}{4}$ admet une solution unique α dans $[1\,;\,\text{e}]$

b. Déterminer graphiquement un encadrement de α.
Calculer, à l'aide de la calculatrice, une valeur approchée de α à 10^{-2} près.

3. Calcul d'aire

a. Calculer la dérivée de la fonction g définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par

$$g(x) = x(2 - \ln x)^2.$$

b. Calculer l'aire (en cm^2) du domaine limité par l'axe des abscisses et l'arc de la courbe (C) correspondant aux $f(x)$ positifs.

∽ Baccalauréat ES Centres étrangers I juin 1996 ∾

EXERCICE 1 **4 points**
Commun à tous les candidats

Dans cet exercice, les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles.

Dans un jeu, il s'agit de trouver la bonne réponse à une question posée. Les questions sont classées en **trois** catégories : sport, cinéma, musique. Dans chaque catégorie, il y a le même nombre de questions. Les trois catégories sont donc équiprobables.
Alain, fervent supporter de ce jeu, est conscient qu'il a :

— 5 chances sur 6 de donner la bonne réponse sachant qu'il est interrogé en sport ;
— 2 chances sur 3 de donner la bonne réponse sachant qu'il est interrogé en cinéma ;
— 1 chance sur 9 de donner la bonne réponse sachant qu'il est interrogé en musique.

1. Alain participe à ce jeu et tire au hasard une question. Déterminer la probabilité que :

  a. la question soit dans la catégorie sport et qu'il donne la bonne réponse ;

  b. sa réponse soit bonne à la question posée.

2. Pour participer au jeu, Alain doit payer 10 F de droit d'inscription.
Il recevra :
— 10 F s'il est interrogé en sport et que sa réponse est bonne ;
— 20 F s'il est interrogé en cinéma et que sa réponse est bonne ;
— 50 F s'il est interrogé en musique et que sa réponse est bonne ;
— 0 F si la réponse qu'il donne est fausse.
Soit X la variable aléatoire égale au gain d'Alain (on appelle gain la différence, en francs, entre ce qu'il reçoit et les 10 F de droit d'inscription).

  a. Déterminer les valeurs prises par X.

  b. Déterminer la loi de probabilité de X.

  c. Calculer l'espérance mathématique E(X) de X. Alain a-t-il intérêt à jouer ?

EXERCICE 2 **5 points**
Enseignement obligatoire

Le plan $(\mathscr{P})$ est muni d'un repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ d'unité graphique 1 cm.
On rappelle que ln désigne la fonction logarithme népérien et e le nombre réel tel que $\ln \text{e} = 1$.
On considère la fonction numérique f, définie sur l'intervalle $]0 ; \text{e}]$ par

$$f(x) = x - \frac{\ln x}{x}$$

1. Déterminer la fonction dérivée f' de la fonction f sur l'intervalle $]0 ; \text{e}]$.

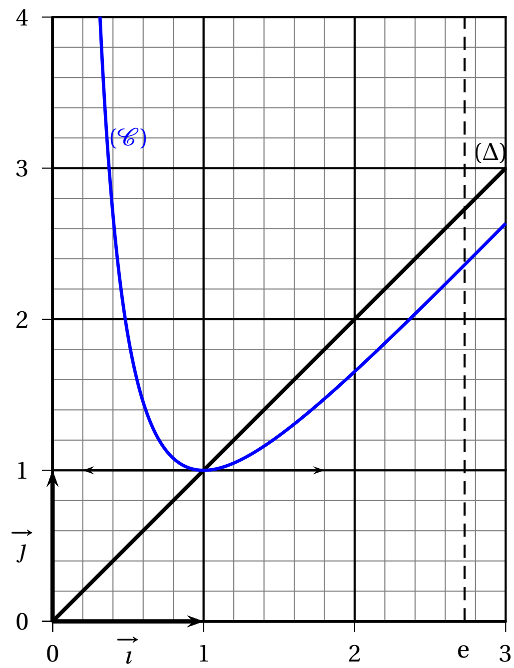
2. La courbe $(\mathscr{C})$ ci-dessous représentedans le plan $(\mathscr{P})$ la fonction f. On appelle (Δ) la droite d'équation $y = x$.

  a. étudier, suivant les valeurs du réel x, le signe de $x - f(x)$ sur l'intervalle $]0 ; \text{e}]$.

  b. En déduire la position relative de la courbe $(\mathscr{C})$ et de la droite (Δ).

3. **a.** Déterminer la fonction dérivée g' de la fonction numérique g définie sur l'intervalle $]0 ; \text{e}]$ par $g(x) = (\ln x)^2$. En déduire, sur cet intervalle, une primitive de la fonction qui à x associe $\dfrac{\ln x}{x}$.

  b. Calculer, en cm^2, l'aire de la partie du plan $(\mathscr{P})$ limitée par la courbe $(\mathscr{C})$, la droite (Δ) et les droites d'équations $x = 1$ et $x = \text{e}$.



Exercice 2 **5 points**
Enseignement de spécialité

Dans une entreprise, le salaire mensuel des employés est de 7 040 F, celui des techniciens le double et celui des cadres 21 120 F. La masse salariale mensuelle de cette entreprise s'élève à 380 160 F, pour un salaire mensuel moyen de 8 640 F
Pour des raisons économiques, la direction doit diminuer la masse salariale de 2 %.
Cette diminution se répartit alors de la façon suivante : une baisse de 1 % sur le salaire des employés, de 3 % sur celui des techniciens et de 6 % sur celui des cadres.
On désigne respectivement par a le nombre d'employés, b le nombre de techniciens, c le nombre de cadres.

1. Traduire les données précédentes par trois égalités vérifiées par les entiers a, b et c.
2. Sachant que le triplet $(a,\ b,\ c)$ est solution du système suivant, d'inconnues $X,\ Y,\ Z$,

$$\left\{\begin{array}{lcl} X+Y+Z & = & 44 \\ X+2Y+3Z & = & 54 \\ X+6Y+18Z & = & 108, \end{array}\right.$$

résoudre ce système et en déduire l'effectif de chaque catégorie de salariés.

Problème **5 points**

Le tableau ci-dessous décrit le nombre moyen y d'objets qu'un ouvrier commençant à travailler sur une chaîne de montage produit en un jour, le x-ième jour où il travaille sur cette chaîne.

x_i	1	3	5	7	9
y_i	27	41	46	48	49

Partie A

Dans cette partie, on utilisera pour les calculs statistiques les fonctions de la calculatrice (le détail des calculs n'est pas demandé).

1. Le plan (P) est muni d'un repère orthogonal d'unités graphiques : 1 cm pour un jour en abscisse et 1 cm pour 5 objets en ordonnée.

   Dans le plan (P) représenter le nuage de points associé à la série statistique $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$.
2. Déterminer les coordonnées du point moyen G de ce nuage et le placer sur le graphique précédent.
3. **a.** Déterminer une valeur approchée à 10^{-2} près du coefficient de corrélation linéaire de la série statistique $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$.

   b. Donner une équation de la droite Δ de régression de y en x par la méthode des moindres carrés.

   Représenter la droite Δ sur le graphique précédent.

   c. Un ajustement affine de ce nuage de points est-il acceptable ?

Partie B

Soit alors la fonction numérique f définie sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$ par

$$f(x) = 50 - 34\mathrm{e}^{-0,4x}.$$

1. On appelle (C) sa courbe représentative dans le plan (P).

   a. Déterminer le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$.

   b. Déterminer $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} f(x)$. Interpréter graphiquement ce résultat.

   c. Dresser le tableau de variation de la fonction f.
2. Dans la situation de la partie A, on constate une stabilisation de la quantité d'objets produits en un jour après un certain temps de manipulation de la machine.

   Une étude permet de considérer que le nombre d'objets produits par un ouvrier le x-ième jour où il travaille sur cette chaîne est modélisé par une expression de la forme $50 - a\mathrm{e}^{bx}$ où a et b sont des réels.

   Soit g la fonction numérique définie sur l'intervalle $[0 ; 100]$ par

$$g(x) = 50 - a\mathrm{e}^{bx}.$$

   Déterminer les réels a et b pour que la courbe représentant la fonction g dans le plan (P) passe par les points A et B de coordonnées respectives $(1 ; 27)$ et $(9 ; 49)$.

   On donnera de a la valeur exacte puis une valeur entière approchée à une unité près. On donnera de b la valeur exacte puis une valeur décimale approchée à 10^{-1} près.
3. En considérant que, pour x entre 0 et 100, $f(x)$ est une bonne approximation de $g(x)$, estimer le nombre d'objets que devrait produire un ouvrier le 15^e^ jour où il travaille sur la chaîne.

Baccalauréat ES Centres étrangers II juin 1996

EXERCICE 1 **4 points**
Commun à tous les candidats

Le tableau suivant donne, en millions, le nombre de réfugiés dans le monde.

Année	**1978**	**1980**	**1982**	**1984**	**1986**	**1988**	**1990**	**1992**
Rang de l'année : x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
Nombre de réfugiés : y_i	4,6	8,2	10,4	10,5	12	14,8	17,2	18,9

(Source : Haut Commissariat pour les réfugiés -*Express*, juin 1995)

1. Déterminer les coordonnées du point moyen de cette série.
2. Représenter graphiquement le nuage des points $M\left(x_i~;~y_i\right)$.
   On prendra un repère orthogonal $\left(\text{O},~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$ d'unités : 1 cm pour 1 année en abscisse et 1 cm pour un million d'individus en ordonnée.
3. Le détail des calculs dans cette question n'est pas exigé ; les résultats sont donnés à 10^{-2} près.
   a. Déterminer le coefficient de corrélation linéaire entre x et y.
   Que peut-on en déduire ?
   b. Déterminer une équation de la droite de régression y en x par la méthode des moindres carrés.
   c. Construire cette droite dans le repère défini précédemment.
4. **a.** En supposant que la tendance n'a pas changé, établir une estimation du nombre de réfugiés en 1994.
   b. Il y avait en réalité 23 millions de réfugiés en 1994. Quelle est la variation, en pourcentage, du nombre de réfugiés par rapport à l'estimation ?

EXERCICE 2 **5 points**
Enseignement obligatoire

à la kermesse de l'école, une tombola est organisée : 250 billets, numérotés de 1 à 250, sont vendus 10 francs chacun à 250 personnes différentes.
Après tirage, on apprend que tous les billets dont le numéro finit par 3 rapportent 50 francs, et ceux dont les numéros finissent par 20 ou 65 rapportent 150 francs.
(Dans chacun des calculs demandés, donner les valeurs exactes des résultats sous forme de fraction irréductible.)

1. On interroge au hasard une personne ayant acheté un billet. Quelle est la probabilité d'interroger :
   A : une personne avec un billet gagnant 150 francs ?
   B : une personne avec un billet gagnant ?
   C : une personne ayant reçu 150 francs, alors que l'on savait que cette personne possédait un billet gagnant ?
2. Soit X la variable aléatoire associant à chaque participant son gain algébrique (X prend donc la valeur -10 pour l'achat d'un billet non gagnant).
   a. Donner la loi de probabilité de la variable X.
   b. Quelle est l'espérance mathématique de X ?
   Si l'on avait pu connaître à l'avance la répartition et le montant des gains, l'achat d'un billet aurait-il été conseillé ?

EXERCICE 2 **5 points**
Enseignement de spécialité

Monsieur Dumont est très content. Il a réussi à louer pour la semaine tout son matériel, réparti en 4 catégories :
70 paires de ski « détente », 50 paires de ski « compétition », 50 paires de chaussures « adulte »et 30 paires de chaussures « enfant ».
Il a constitué un fichier informatique de 200 fiches pour les 200 articles loués. (Pour chacun des calculs demandés, donner une expression exacte et le résultat arrondi au centième.)

1. Il lit au hasard trois fiches (on suppose les tirages équiprobables).
   a. Quelle est la probabilité pour qu'il ait lu :
   A : deux fiches « skis »et une fiche « chaussures » ?
   B : trois fiches « skis de compétition » ?
   C : au moins une fiche « chaussures enfants » ?
   b. Montrer que la probabilité de l'évènement D : « lire trois fiches de catégories différentes » est de 35 %.
2. Il renouvelle plusieurs fois son expérience, de manière indépendante.
   a. Quelle est la probabilité pour que, après cinq lectures de trois fiches, Monsieur Dumont ait obtenu, quatre fois exactement, trois fiches de catégories différentes ?
   b. Quel est le nombre minimum de lectures de trois fiches à effectuer pour que l'évènement D se réalise au moins une fois avec une probabilité supérieure à $0,99$?

PROBLÈME **11 points**

Pour un promoteur immobilier, le coût de production, en millions de francs, pour n maisons construites, $0 \leqslant n \leqslant 30$, est donné par :

$$\mathrm{C}(n) = 0,5n + 2 - 1,5\ln(n+1).$$

Chaque maison est vendue 400 000 F.

Partie A - étude de la fonction f définie sur $[0\,;30]$ par $f(x) = 0,5x + 2 - 1,5\ln(x+1)$
On appelle $(\mathscr{C})$ la courbe représentative de f et (D) la droite d'équation $y = 0,4x$ dans un repère orthogonal $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ (unités : 0,5 cm en abscisses, 2 cm en ordonnées).

1. étudier le sens de variation de f et dresser son tableau de variation.
2. Montrer qu'il existe un point A de $(\mathscr{C})$ où la tangente (Δ) est parallèle à (D). Donner les coordonnées de A.
3. Tracer (D), (Δ) et $(\mathscr{C})$.

Partie B - Utilisation du graphique (Les réponses seront justifiées.)

1. Quel nombre de maisons faut-il construire pour que le coût de production soit minimal ?
2. Combien le promoteur doit-il construire de maisons pour réaliser du bénéfice ?
3. Comment peut-on utiliser le graphique pour déterminer le nombre de maisons à construire pour obtenir le bénéfice maximal ?

Partie C - étude du bénéfice

1. Montrer que le bénéfice réalisé pour la fabrication de n maisons est en millions de francs $\mathrm{B}(n) = -0,1n - 2 + 1,5\ln(n+1)$.

2. **a.** étudier le sens de variation de la fonction g définie sur $[0 ; 30]$ par

$$g(x) = -0,1x - 2 + 1,5\ln(x+1).$$

   b. Démontrer qu'il existe un réel unique x_0 dans l'intervalle $[0 ; 6]$ tel que $g(x_0) = 0$. Donner un encadrement de x_0 d'amplitude 10^{-1}.

   c. Déterminer la valeur de x pour laquelle $g(x)$ est maximal.

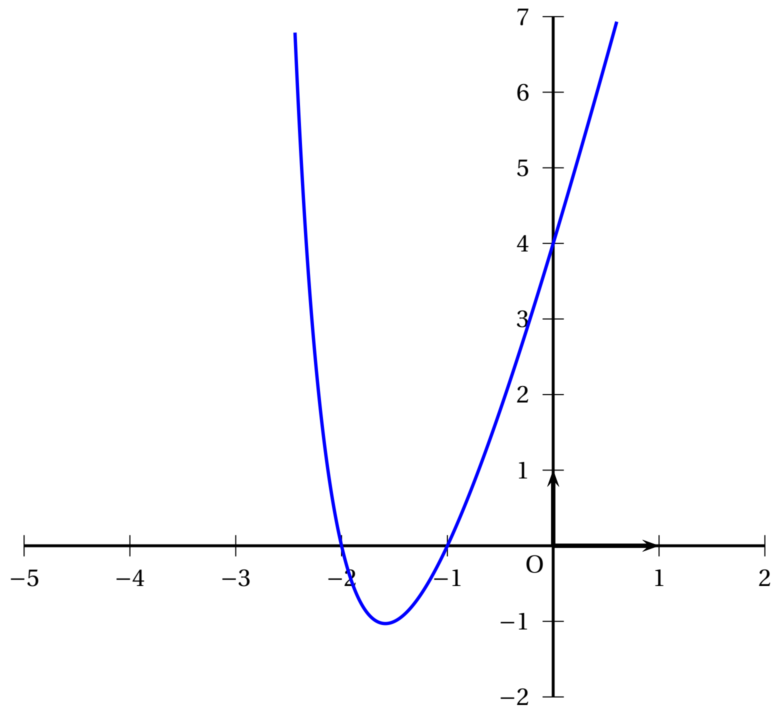
3. En déduire le nombre minimal de maisons à construire pour que le bénéfice soit positif, et le nombre de maisons pour que le bénéfice soit maximal.

∾ Baccalauréat ES La Réunion juin 1996 ∾

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

La représentation graphique, fournie ci-dessous, est celle d'une fonction f définie sur $]-3\ ;\ +\infty[$. Les points A$(-2\ ;\ 0)$, B$(-1\ ;\ 0)$ et C$(0\ ;\ 4)$ appartiennent à la courbe.
Unités graphiques : 2 cm en abscisse, 1 cm en ordonnée.

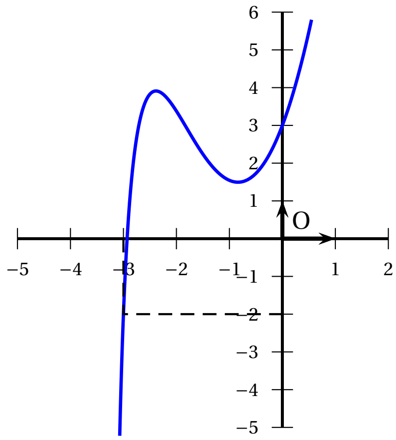


f est la dérivée d'une fonction F définie sur $]-3\ ;\ +\infty[$, dont la représentation graphique est l'une des quatre courbes fournie ci-dessous.

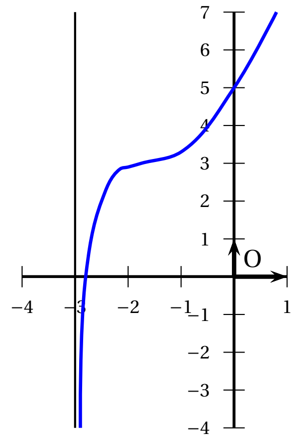
1. Déterminer laquelle de ces quatre courbes représente F, en justifiant l'élimination de chacune des autres courbes.
2. La fonction F est définie sur $]-3\ ;\ +\infty[$ par :

$$F(x) = ax^2 + b\ln(x+3) - 10$$

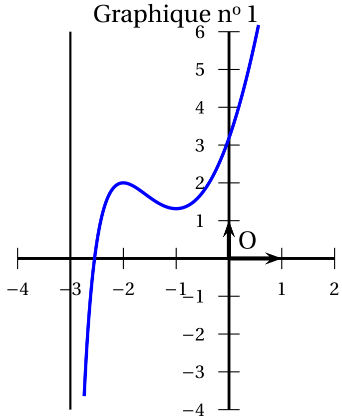
   où a et b sont deux entiers relatifs.
   Calculer $F'(x)$, où F' désigne la dérivée de F.
   En déduire, à l'aide de la représentation graphique de f, que : $a = 3$ et $b = 12$.
3. Calculer l'aire de la surface comprise entre les segments [OB] et [OC] et la représentation graphique de f.
   Donner la valeur exacte en unités d'aire.



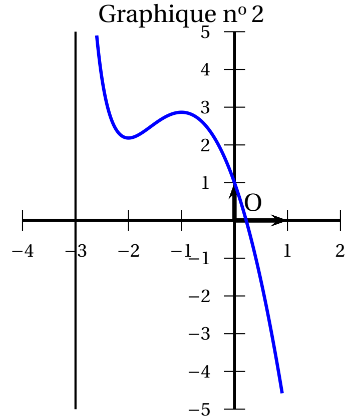
Graphique n° 1



Graphique n° 2



Graphique n° 3



Graphique n° 4

EXERCICE 2 **4 points**
Enseignement obligatoire

On propose le jeu suivant :
Pour une mise de 6 francs, on lance un dé parfaitement équilibré ; pour la sortie du 6, on reçoit 18 francs ; pour celle du 5, on reçoit 6 francs ; pour celle du 4, on reçoit 1 franc, et dans le autres cas on ne reçoit rien.
On appelle gain d'une partie la différence entre la somme reçue et la mise.

1. Soit X la variable aléatoire donnant le gain à l'issue d'une partie. Déterminer la loi de probabilité de X et son espérance mathématique $E(X)$.
2. Un joueur se présente ; il n'a que 10 francs en poche. On demande de répondre aux deux questions suivantes qu'il se pose avant d'entrer dans le jeu (la construction d'un arbre décrivant les divers états possibles de la fortune du joueur est conseillée) :
   a. Quelle est la probabilité que je puisse jouer une deuxième partie ?
   b. Quelle est la probabilité qu'il me reste dix francs au moins à l'issue de cette deuxième partie sachant que je peux jouer une deuxième partie ?

EXERCICE 2 **4 points**
Enseignement de spécialité

Lors du deuxième tour d'élections municipales, les habitants d'une ville importante ont été amenés à choisir entre la liste conduite par M^{me} A. (liste A) et celle conduite par M. B. (liste B).

42 % des électeurs ont voté pour la liste A, 30 % pour la liste B, 3 % ont voté « nul » et 25 % se sont abstenus d'aller voter.

1. **a.** Montrer que la probabilité qu'un votant ait choisi la liste A est égale à 0,56 et que la probabilité qu'il ait choisi la liste B est égale à 0,4.

   b. En déduire la probabilité qu'un votant ait voté « nul ».

2. Le jour de ces élections, cinq journalistes se sont rendus sur le terrain, en vue d'un reportage. Chacun d'eux a interrogé une personne qui venait de participer au vote.

   Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :

   E_1 : « Aucun des journalistes n'a interrogé quelqu'un ayant voté pour la liste A ».

   E_2 : « Exactement deux des cinq journalistes ont interrogé quelqu'un ayant voté pour la liste A ».

   E_3 : « Au moins quatre des cinq journalistes ont interrogé quelqu'un ayant voté pour la liste A ».

   Donner les valeurs exactes, puis des valeurs décimales approchées à 10^{-4} près.

PROBLÈME **12 points**

Partie A

Soit g la fonction définie sur $[0~;~+\infty[$ par :

$$g(x) = x^3 - 1\,200x - 100.$$

1. Déterminer la limite de g en $+\infty$.

   étudier le sens de variation de g et dresser le tableau de variations.

2. Montrer que l'équation : $g(x) = 0$ admet une solution unique α sur l'intervalle $[20~;~40]$.

   Donner, en la justifiant, une valeur approchée de α à l'unité près.

3. En déduire le signe de $g(x)$ selon les valeurs de x.

Partie B

Soit f la fonction définie sur $[0~;~+\infty[$ par :

$$f(x) = x + 50 + \frac{1\,200x + 50}{x^2}.$$

On appelle $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthogonal $\left(\text{O},~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$ (on prendra 1 cm pour 5 en abscisse et 1 cm pour 20 en ordonnée).

1. Déterminer les limites de f en 0 et en $+\infty$.
2. Montrer que, pour tout x de $]0~;~+\infty[$, on a :

   $f'(x) = g(x)$, où g est la fonction définie dans la partie A.
3. étudier les variations de f
4. Montrer que la droite D d'équation : $y = x + 50$ est asymptote à la courbe $\mathscr{C}$.
5. Construire $\mathscr{C}$ et D sur le même graphique.
6. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 130$. On donnera les valeurs approchées des solutions à l'unité près.

Partie C

Le coût total de fabrication d'une quantité x d'un produit, exprimée en centaines d'unités, est défini sur $]0~;~+\infty[$ par :

$$C(x) = \frac{x^3 + 50x^2 + 1\,200x + 50}{x},$$

$C(x)$ étant exprimé en milliers de francs.
Le coût moyen de fabrication par centaine d'objets est donc défini par : $C_m(x) = \dfrac{C(x)}{x}$.

1. Déterminer la quantité d'objets, à la centaine près, à fabriquer pour avoir un coût moyen minimum.
2. On suppose que le prix de vente d'une centaine d'objets est égal à 130 000 F.
   Déterminer graphiquement, à la centaine près, le nombre minimum et le nombre maximum d'objets que l'entreprise doit fabriquer pour être rentable.

Baccalauréat ES Asie juin 1996

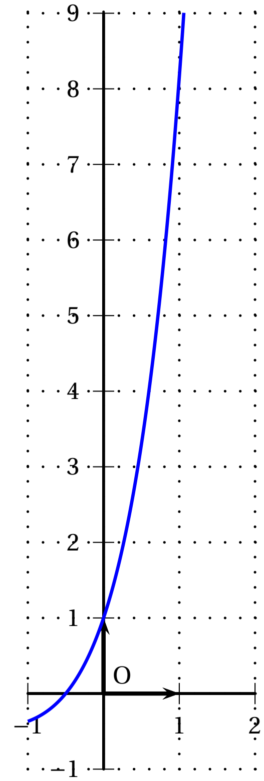
EXERCICE 1 **4 points**
Commun à tous les candidats

La question 4 *est indépendante des autres questions*

a et b étant deux réels, on considère la fonction F, définie sur $\mathbb{R}$ par

$$F(x) = (ax+b)\text{e}^{x}.$$

On note
• f la fonction dérivée de F sur $\mathbb{R}$ ($F' = f$),
• $\mathscr{C}$ la courbe représentant f dans un repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, d'unité graphique 1 cm,
• T la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 0.
Le graphique ci-contre contient une partie de $\mathscr{C}$ et de T.



1. Exprimer $f(x)$ et $f'(x)$ à l'aide de a et b.
2. Lire sur le graphique $f(0)$ et $f'(0)$. En déduire les valeurs de a et de b.
3. Soit D le domaine limité par les droites d'équations $x = 0$ et $x = \dfrac{1}{2}$, l'axe des abscisses, et la courbe $\mathscr{C}$. On note A l'aire de D, en cm^2. Calculer A.
4. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = (2x+1)\text{e}^{x}$.
Justifier les informations contenues dans le tableau de variations suivant (valeurs, sens de variation et limites)

x	$-\infty$		$-3/2$		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	0	↘	$-2\text{e}^{-3/2}$	↗	$+\infty$

EXERCICE 1 **4 points**
Enseignement obligatoire

On dispose de deux dés cubiques.Toutes les faces ont la même probabilité d'apparaître.
Le 1$^{\text{er}}$ cube a cinq faces rouges et une face verte. Le 2$^{\text{e}}$ cube a une face rouge, deux vertes et trois bleues.

1. On jette les deux dés. On regarde la couleur des faces supérieures de chaque dé. On note :

   A l'évènement « les deux faces sont rouges ».

   B l'évènement « les deux faces sont de la même couleur ».

   C l'évènement « l'une des faces est rouge et l'autre verte ».

   D l'évènement « les deux faces sont de couleurs différentes ».

Expliquer pourquoi $p(A) = \dfrac{5}{36}$ et $p(C) = \dfrac{11}{36}$.
Calculer $p(B)$ et $p(D)$.
à chaque jet de ces deux dés est associé un jeu qui permet :

- un gain de 5 F si les deux faces sont rouges,
- un gain de 2 F si les deux faces sont vertes,
- une perte si les deux faces sont de couleurs différentes. On note x le montant en francs de cette perte.

On définit ainsi une variable aléatoire X qui, à chaque jet des deux dés, associe le gain, ou la perte ainsi réalisé.
Déterminer $p(X = 5), p(X = 2), p(X = -x)$.
On note $\text{E}(X)$ l'espérance mathématique de X. Un tel jeu est dit « équitable » lorsque $\text{E}(X) = 0$.
Déterminer la valeur de x correspondante.

PROBLÈME **10 points**

Partie A

Soit g la fonction définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par

$$g(x) = x^2 + 8 - 8\ln x.$$

étudier les variations de g et en déduire le signe de $g(x)$.

Partie B

Soit f la fonction définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par

$$(x) = x - 1 + 8\frac{\ln x}{x}.$$

1. étudier les limites de f en 0 et en $+\infty$.
2. On note f' la fonction dérivée de f. Montrer que $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^2}$.
3. étudier le sens de variation et dresser le tableau de variations de f.
4. Montrer que la représentation graphique C de f admet une asymptote oblique D, d'équation $y = x - 1$.
   Déterminer la position relative de C et D.
5. Construire C et D dans le plan muni d'un repère orthogonal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ (unités graphiques : 4 cm sur l'axe des abscisses, 2 cm sur l'axe de ordonnées).
6. Déterminer les coordonnées du point B de C où la tangente est parallèle à la droite d'équation $y = x - 1$.
   Donner une équation de cette tangente et la tracer.
7. Soit h la fonction définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par

   $$h(x) = (\ln x)^2.$$

   a. Calculer la dérivée h' de h.
   b. En déduire une primitive de f sur $]0\,;\,+\infty[$.
8. Calculer en cm^2,l'aire de la partie du plan comprise entre la courbe C l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = 1$ et $x = \text{e}$.
   En donner la valeur exacte puis une valeur approchée à 10^{-2} près.

∽ Baccalauréat ES Métropole groupe I bis juin 1996 ∾

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Le tableau ci-dessous donne l'évolution de la dette des pays du Tiers Monde entre 1978 et 1992 (en milliards de dollars).

Année	1978	1982	1986	1990	1992
Rang de l'année (x_i)	0	4	8	12	14
Dette $\left(y_i\right)$	383	753	1 089	1 346	1 510

Source : Banque mondiale, FMI, 1993

1. Le plan est rapporté à un repère orthogonal.

   Les unités graphiques sont : 1 cm pour 2 ans, en abscisse 1 cm pour 100 milliards de dollars, en ordonnées.

   Représenter le nuage de points $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$, et le point moyen, M, de cette série.
2. Aucun calcul manuel n'est demandé.

   a. Calculer le coefficient de corrélation linéaire de cette série double (on donnera le résultat à 10^{-3} près). Un ajustement affine peut-il être envisagé ? Pourquoi ?

   b. écrire une équation de la droite de régression D de y en x, par la méthode des moindres carrés (les coefficients de l'équation seront donnés sous forme décimale approchée à 10^{-1} près par défaut). Tracer D.

   c. Estimer, à 1 milliard de dollars près, le montant prévisible de la dette des pays du Tiers Monde en 2000.

EXERCICE 2 **5 points**

Enseignement obligatoire

étude préliminaire

On donne la fonction f définie sur $[0\,;\,1]$ par :

$$f(x) = \frac{x}{1+x}.$$

1. étudier le sens de variation de! Dresser son tableau de variation.
2. Démontrer que :

$$\text{si } 0 < x < \frac{1}{10}, \quad \text{alors } 0 < f(x) < 1.$$

Achat d'essence

1. **a.** Le prix d'un litre d'essence est p (p est exprimé en francs). Quel est le volume V_1 du carburant acheté pour 100 F ?

   b. Le prix du litre d'essence a augmenté de 25 % par rapport à p. Quel est le volume V_2 du carburant acheté pour 100 F ?

   c. Calculer V_2, et vérifier que le pourcentage de diminution de V_1 volume du carburant acheté est 20 %.
2. Plus généralement, démontrer que si le prix augmente de t %, alors le volume baisse de n % avec :

$$n = \frac{100t}{100+t}$$

   On pose $x = \dfrac{t}{100}$ et $y = \dfrac{n}{100}$. Exprimer y en fonction de x.

3. On suppose que l'augmentation du prix du litre de carburant est inférieure à 10 %, c'est-à-dire que $0 < x < 0,1$.

A-t-on raison de dire que la diminution de volume de carburant acheté, en résultant, est inférieure à 10 % ?

Justifier votre réponse.

EXERCICE 2 **5 points**
Enseignement de spécialité

Cinq amis nommés A, B, C, D, E achètent en commun une photocopieuse.
Pour des raisons de surface disponible, cette photocopieuse peut être entreposée seulement chez A ou chez B.
On procède à un vote à bulletin secret pour savoir chez lequel de A ou de B elle sera entreposée. Chacun des cinq amis émet un choix et un seul sur l'une des deux personnes A ou B. Ces choix ont supposés équiprobables.
Par exemple, le résultat d'un vote noté (A, B, B, A, A) signifie que : A a voté pour A ; B a voté pour B ; C a voté pour B ; D a voté pour A ; E a voté pour A.
Les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles.

1. Quel nombre de résultats différents peut-on concevoir ?

2. On considère la variable aléatoire X qui, au résultat de chaque vote, associe le nombre de voix obtenues par A lors de ce vote.

a. établir la loi de probabilité de X.

b. Vérifier que la probabilité p_1 pour que la photocopieuse soit entreposée chez A est égale à $\dfrac{1}{2}$.

3. à chaque début d'année, on effectue un vote, dans les mêmes conditions. On suppose que les votes sont des événements indépendants.

Calculer la probabilité p_2 pour que A soit choisi pendant trois années consécutives.

4. C a libéré de la place dans son logement, et peut maintenant aussi entreposer la photocopieuse. Le vote se déroule toujours de la même façon.

a. Quel est le nombre de résultats possibles à l'issue de ce vote ?

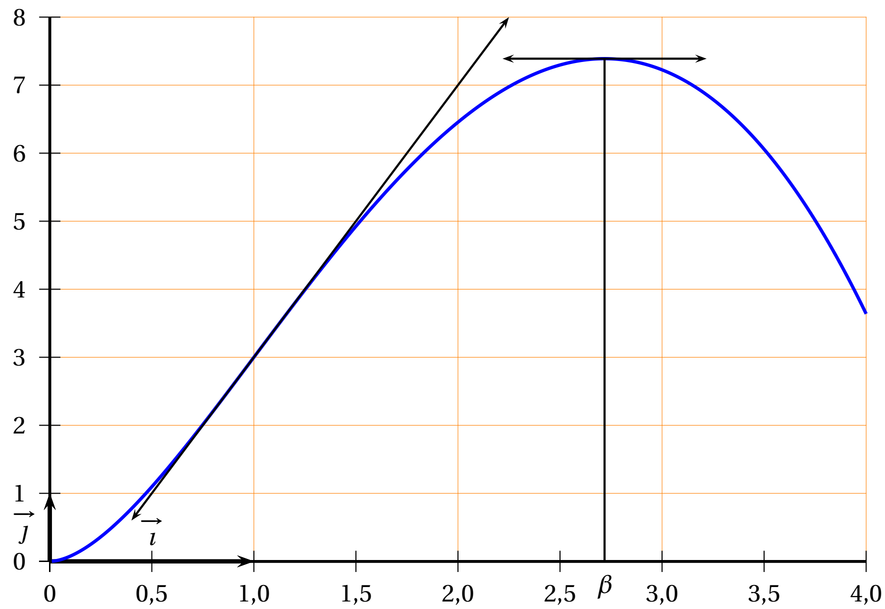
b. Quelle est la probabilité p_3 pour que C soit choisi avec exactement quatre voix ?

PROBLÈME **11 points**

Le plan est rapporté à un repère orthogonal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ (unité graphiques : 4 cm sur l'axe des abscisses, 1 cm sur l'axe des ordonnées).
La courbe Ω (voir ci-dessous) est la représentation graphique sur l'intervalle $]0~;~4]$ d'une fonction f définie sur $]0~;~+\infty[$ par :

$$f(x) = x^2(a + b\ln x),$$

où a et b désignent deux constantes réelles, et ln la fonction logarithme népérien.



Partie A

1. Calculer $f'(x)$ où f' désigne la fonction dérivée de f.
2. La courbe représentative de f passe par le point A(1 ; 3). Elle admet en A une tangente D de coefficient directeur 4.
   Montrer que $f(x) = x^2(3 - 2\ln x)$.
3. Déterminer une équation de la droite D.
4. Déterminer la valeur exacte de l'abscisse β du point B de la courbe où la tangente à Ω est parallèle à l'axe des abscisses.
5. étudier les variations de f sur l'intervalle $[4 ;\ +\infty[$. Calculer la limite de f en $+\infty$.
   Montrer que l'équation $f(x) = 3$ admet une solution unique sur l'intervalle $[4 ; 5]$ et donner une valeur approchée à $0,01$ près de cette solution.

Partie B

1. Calculer la dérivée de la fonction g définie sur $]0 ;\ +\infty[$ par :
   $$g(x) = x^3\,(11 - 6\ln x)\,.$$
2. En déduire la valeur exacte, puis une valeur approchée à $0,1$ près par excès, de l'aire exprimée en cm^2 de la partie du plan limitée par l'axe des abscisses, la courbe représentative de f, et les droites d'équations $x = 1$ et $x = \text{e}$.

Partie C

Une entreprise fabrique x milliers d'objets $(0 < x < 4)$. Le coût de fabrication de tous ces objets, en milliers de francs, est supposé égal à $f(x)$, où f désigne la fonction étudiée précédemment.
Le coût moyen de fabrication d'un objet est, en francs :

$$m(x) = \frac{f(x)}{x}.$$

Soit k le nombre d'objets pour lequel le coût moyen de fabrication est maximal.

1. étudier les variations de la fonction m sur l'intervalle $]0\,;\,4[$.
2. En déduire la valeur exacte du nombre entier k.
3. Calculer le coût moyen maximal à 1 centime près.

Baccalauréat ES Métropole groupe II bis juin 1996

EXERCICE 1 **4 points**
Commun à tous les candidats

Le tableau suivant donne la consommation finale d'énergie en millions de tonnes équivalent-pétrole dans différents secteur utilisateurs de 1986 à 1994, en France :

Année	1986	1988	1990	1992	1994
Rang de l'année (x_i)	1	3	5	7	9
Secteurs résidentiel et tertiaire (y_i)	71,6	74,9	78,1	83,2	86,3
$z_i = y_i - 70$	1,6	4,9	8,1	13,2	16,3
Transports (t_i)	38,7	42,1	t_5	47,5	48,3

(Source : Observatoire de l'énergie)

1. Représenter le nuage de points associé à la série statistique $(x_i\ ;\ z_i)$.
   Le plan est rapporté à un repère orthogonal; les unités graphiques sont :
   - 2 cm par année sur l'axe des abscisses;
   - 1 cm pour 1 million de tonnes équivalent-pétrole, sur l'axe de ordonnées.
2. *Dans cette question, aucun calcul manuel n'est demandé. Les valeurs obtenues à l'aide de la calculatrice seront données sous forme décimale approchée à* 10^{-2} *près par défaut.*
   a. Calculer le coefficient de corrélation linéaire de la série $(x_i\ ;\ z_i)$.
   b. écrire une équation de la droite de régression de z en x, par la méthode des moindres carrés. La tracer sur le graphique précédent.
   c. Estimer la consommation d'énergie dans les secteurs résidentiel et tertiaire en 1996.
3. On considère maintenant la série statistique $(x_i\ ;\ t_i)$; on admet que la droite de régression de t en x a pour équation :

$$t = 1,27x + 38,04.$$

   Calculer l'ordonnée $\overline{t}$ du point moyen du nuage associé à la série double $(x_i\ ;\ t_i)$; en déduire la valeur t_5 non fournie, arrondie au dixième.

EXERCICE 2 **4 points**
Enseignement obligatoire

Un gérant de société a dépensé en 1995, pour l'achat du papier de son secrétariat, la somme de 16 000,00 F.

1. Sachant que le papier coûte 64 F les 1 000 feuilles, combien le gérant a-t-il utilisé de milliers de feuilles en 1995?
2. On suppose qu'au 1er janvier 1996, le prix du papier a augmenté de 5 %. On ne prévoit pas d'autre augmentation du prix du papier au cours de l'année.
   Si le gérant maintient sa dépense, quel nombre de milliers de feuilles de papier pourra-t-il acheter en 1996? (on arrondira le résultat à 0,1 près).
   Quel pourcentage de diminution de consommation de papier cela représentera-t-il?
3. On suppose maintenant que le prix du papier a augmenté de n % le 1er janvier 1996. On ne prévoit pas d'autre augmentation du prix du papier au cours de l'année.
   On suppose que le gérant maintient sa dépense de papier.
   a. Montrer que le nombre de milliers de feuilles qu'il pourra acquérir en 1996 est :

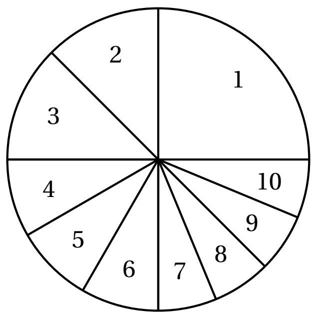
$$N = \frac{25\,000}{100+n}.$$

b. Calculer, en fonction de n, le pourcentage de diminution de la consommation de papier qu'il doit envisager pour 1996.

c. Le gérant ne veut pas restreindre sa consommation de papier de plus de 8 %. Quel pourcentage maximum d'augmentation n pourra-t-il supporter ?

EXERCICE 2 **4 points**
Enseignement de spécialité

Dans une fête foraine, une loterie utilise une roue circulaire tournant autour d'un axe et une flèche fixe déterminant la position d'arrêt de la roue. Cette roue est partagée en 10 secteurs tel que :
— le secteur 1 occupe le premier quart de la roue ;
— les secteurs 2 et 3 se partagent également le deuxième quart ;
— les secteurs 4, 5 et 6 se partagent également le troisième quart ;
— les secteurs 7, 8, 9 et 10 se partagent également le dernier quart.



Quand la roue est lancée, elle s'arrête de façon aléatoire, et la flèche ne peut indiquer qu'un seul secteur.

1. Le nombre n étant un entier de $[1 ; 10]$, la probabilité pour que la flèche indique le secteur n est notée p_n.
   On suppose qu'elle est proportionnelle à l'angle au centre de ce secteur.
   Calculer p_1, p_2, p_4, p_7. (Les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles.)
2. Le jeu proposé est le suivant :
   Le joueur mise une certaine somme.
   Il perd sa mise si la flèche indique les secteurs 1, 2, 4 ou 7.
   Sa mise lui est remboursée si la flèche indique 3, 5 ou 8.
   Il gagne le double de sa mise si la flèche indique un autre secteur.
   a. Montrer que la probabilité p'_1, pour que le joueur perde est égale à $\dfrac{25}{48}$, et que la probabilité p'_2 pour qu'il soit remboursé vaut $\dfrac{13}{48}$.
   b. Calculer la probabilité p'_3 pour que le joueur gagne et celle p'_4 pour qu'il ne perde pas.
3. Un joueur joue 5 parties.
   (Dans les questions suivantes les résultats seront arrondis à $0,001$ près.)
   a. Calculer la probabilité p'_5 pour qu'il gagne au moins quatre fois.
   b. Calculer la probabilité p'_6 pour qu'il perde deux fois et qu'il ne perde pas trois fois.
   c. Calculer la probabilité p'_7 pour qu'il gagne deux fois et qu'il ne perde pas trois fois.

PROBLÈME **4 points**

Question préliminaire

Vérifier que le nombre $\alpha = -1 + \ln 125$ est solution de l'équation (E) :

$$\mathrm{e}^{x+1} - 10^4\mathrm{e}^{-(x+1)} - 45 = 0.$$

En donner la valeur décimale approchée à 10^{-2} près par excès.
On admettra que α est la seule solution de (E).

Offre et demande

D'après une étude de marché, l'offre $f(x)$ et la demande $g(x)$ d'un produit de prix unitaire x sont telles que :

$$f(x) = 100\left(\mathrm{e}^{x+1} - 45\right); \quad g(x) = \mathrm{e}^{-(x+1)}.$$

1. Déterminer les valeurs de x pour lesquelles $f(x)$ et $g(x)$ sont positives ou nulles.
   On désignera par I l'intervalle trouvé ; cet intervalle est dit « intervalle de validité du modèle ».
2. Déterminer la valeur x telle que $f(x) = g(x)$, appelée « prix d'équilibre ».
3. étudier les variations de f et de g sur l'intervalle I (on précisera les limites en $+\infty$).
4. Le plan P est rapporté à un repère orthogonal $\left(\mathrm{O},~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$. Le unités graphiques sont : 2 cm pour unité sur l'axe des abscisses, et 1 cm pour 2 000 unités sur l'axe des ordonnées.
   a. Tracer les courbes représentatives de f et de g dans P.
   b. Vérifier graphiquement le prix d'équilibre trouvé à la question 2.
5. On considère la fonction E_f définie sur I par :

$$E_f = x\frac{f'(x)}{f(x)} \quad \text{(où } f' \text{ désigne la fonction dérivée de } f\text{).}$$

   Le nombre Ef (x) s'appelle « élasticité de l'offre par rapport au prix x » ; on admet qu'il indique le pourcentage de variation de l'offre pour un accroissement de 1 % d'un prix x donné. $E_f(x)$ est négatif lors d'une diminution de l'offre.
   a. Calculer $E_f(x)$.
   b. On considère le prix $x = 3,8$. Pour un accroissement de 1 % de ce prix, quel est le pourcentage de variation de l'offre ?

Baccalauréat ES Polynésie juin 1996

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Le plan est rapporté à un repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ (unité graphique : 2 cm).
On considère la parabole Π d'équation $y = x^2$, et la droite Δ d'équation $y = 3$.

1. Représenter Π et Δ, quand x appartient à l'intervalle $[-2\ ;\ +2]$.
2. Calculer l'intégrale $I = \displaystyle\int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} x^2\,\text{d}x$.
3. **a.** La droite Δ coupe Π en deux points, A, d'abscisse positive, et B, d'abscisse négative.
   On note C et D les points de l'axe des abscisses tels que ABCD soit un rectangle.
   Dessiner ce rectangle, et calculer son aire, en cm^2.

   b. On note P la partie du plan comprise entre le segment [AB] et la parabole Π.
   Calculer, en cm^2, l'aire de P.

   c. Vérifier que l'aire de P est égale aux deux tiers de l'aire de ABCD.

EXERCICE 2 **5 points**

Enseignement obligatoire

Un vendeur d'adoucisseurs d'eau a l'intention de proposer deux de ses produits (modèle *simple* et modèle *haut de gamme*) dan un lotissement nouvellement construit. Une enquête a montré que 20 % des foyers se déclarent intéressés par l'achat d'un adoucisseur.
L'expérience du vendeur lui a appris que, parmi les foyers se déclarant intéressés, 50 % achètent le modèle *simple*, 40 % le modèle *haut de gamme*, les autres renonçant finalement à l'achat. On nomme :
I l'évènement : « le foyer est intéressé » ;
A l'évènement : « le foyer achète le modèle *simple* » ;
B l'évènement : « le foyer achète le modèle *haut de gamme* » ;
C l'évènement : « le foyer renonce à l'achat ».

1. Calculer les probabilités des évènements $I \cap A, I \cap B, I \cap C$.
2. Montrer que la probabilité pour qu'un foyer pris au hasard n'achète pas d'adoucisseur est égale à $0,82$.
3. Le vendeur envisage de fixer le prix du modèle *simple* à 4 000 F et celui du *haut de gamme* à 8 000 F.
   On appelle X la variable aléatoire correspondant à la somme (éventuellement nulle) versée au vendeur par un foyer visité au hasard.

   a. Déterminer la loi de probabilité de X et calculer son espérance mathématique.

   b. Pour que son bénéfice soit suffisant, l'espérance de gain du vendeur devrait être de 1 300 F pour un foyer visité. S'il veut vendre le modèle *simple* à moitié prix du modèle *haut de gamme*, comment doit-il modifier ses prix ?

EXERCICE 2 **5 points**

Enseignement de spécialité

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 7$ et, pour tout entier naturel n, par

$$u_{n+1} = \frac{2u_n + 6}{5}.$$

1. Calculer u_1, u_2, u_3.

2. On considère la suite (v_n) définie, pour tout entier naturel n, par : $v_n = u_n - 2$.
   a. Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
   b. Exprimer v_n en fonction de n, et en déduire que : $u_n = 5\left(\frac{2}{5}\right)^n + 2$
   c. Quelle est la limite de la suite (u_n) ?

PROBLÈME **11 points**

Partie A

La fonction g est définie, sur l'intervalle $\left[\frac{1}{\mathrm{e}}\ ;\ +\infty\right[$, par :

$$g(x) = \frac{2x}{\mathrm{e}} - 1 - \ln x.$$

1. a. Calculer $g'(x)$, où g' désigne la fonction dérivée de g.
   étudier son signe, et, en déduire le sens de variation de g.
   b. Calculer la limite de g lorsque x tend vers $+\infty$. (On pourra écrire : $g(x) = x\left[\frac{2}{\mathrm{e}} - \frac{1}{x} - \frac{\ln x}{x}\right]$).
   c. Calculer $g\left(\frac{1}{\mathrm{e}}\right)$ et $g\left(\frac{\mathrm{e}}{2}\right)$.
   d. Dresser le tableau de variation de g.
2. a. Calculer $g(\mathrm{e})$ et justifier que $g(x) \geqslant 0$ pour $x \geqslant \mathrm{e}$.
   b. Montrer que g s'annule sur l'intervalle $\left[\frac{1}{\mathrm{e}}\ ;\ \frac{\mathrm{e}}{2}\right]$ pour une valeur unique que l'on notera α.
   Donner un encadrement de α d'amplitude 10^{-2}.
3. Le plan est rapporté à un repère orthogonal $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$(unité graphiques : 2 cm sur l'axe des abscisses, 4 cm sur l'axe des ordonnées).
   a. Tracer la courbe représentative Γ de la fonction g. Placer, en particulier, les points d'abscisses α et e.
   b. Résoudre graphiquement l'inéquation : $g(x) \geqslant 0$.

Partie B

La fonction f est définie, sur $\left[\frac{1}{\mathrm{e}}\ ;\ +\infty\right[$, par :

$$f(x) = \frac{x^2}{\mathrm{e}} - x\ln x.$$

1. Vérifier que $f'(x) = g(x)$.
   En déduire le tableau de variation de f.
2. Justifier que f est positive ou nulle sur l'intervalle $\left[\frac{1}{\mathrm{e}}\ ;\ +\infty\right[$. On ne demande pas de représenter graphiquement f.

Partie C

La fonction g représente le chiffre d'affaires marginal d'une entreprise, en fonction du nombre de ses employés. C'est la dérivée de la fonction correspondant au chiffre d'affaires exprimé en francs.
Déterminer ce chiffre d'affaires, sachant qu'il est nul pour un employé.

Baccalauréat ES Antilles-Guyane septembre 1996

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

On considère la fonction f définie sur $]-\infty~;~0[$ par :

$$f(x) = ax + b + \ln(-2x)$$

où a et b,, sont deux réels donnés.

1. Calculer $f'(x)$ en fonction de a et b.
2. Le tableau ci-dessous représente les variations d'une fonction particulière f.

x	$-\infty$		$-1/2$		0
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		$\nearrow$	2	$\searrow$	

   a. En utilisant les données du tableau déterminer les valeurs a et b qui caractérisent cette fonction.

   b. Pour cette fonction particulière f, déterminer $\displaystyle\lim_{\substack{x \to 0 \\ x<0}} f(x)$.

   c. Montrer que, dans l'intervalle $\left[-\frac{1}{2}~;~-0,01\right]$, l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique. En donner une valeur approchée à 10^{-3} près.

EXERCICE 2 **6 points**

Enseignement obligatoire

Une société possède plusieurs usines réparties à travers le pays.
L'usine A emploie 1 000 personnes dont 70 sont affectées au service social, les autres étant des ouvriers ou des cadres.

1. Sachant qu'il y a deux fois plus d'ouvriers que de cadres dans A, trouver le nombre de personnes appartenant à chaque catégorie.
2. Par suite de problèmes dus à des baisses de charges, il est procédé à une restructuration de l'usine A : 10 % des cadres et 30 % des ouvriers sont mutés.

   Donner le nombre de cadres et le nombre d'ouvriers mutés.
3. Le directeur est ce jour-là sur les lieux, tout le personnel est présent, et le directeur a la même probabilité de rencontrer chaque employé.

   a. Quelle probabilité a-t-il de rencontrer une personne qui doit être mutée ?

   b. Il réunit toutes les personnes qui doivent être mutées et il donne la parole à l'une d'entre elles prise au hasard. Quelle probabilité a-t-il de s'adresser à un ouvrier ?
4. Le directeur reçoit par la suite l'ensemble de tous les ouvriers mutés et leur donne les informations suivantes : « Vos mutations seront effectuées dans quatre villes A, B, C et D, en fonction de vos compétences et une prime de déménagement vous sera accordée de la façon suivante :

Ville	A	B	C	D
Prime (en F)	20 000	15 000	12 000	10 000

Vous devez savoir que 62 personnes partiront pour la ville A, 31 pour la ville B, 18 pour la ville C et les autres pour la ville D. Une lettre vous informera de votre nouveau lieu de travail. »

On appelle X la variable aléatoire correspondant à la somme reçue en francs par chaque ouvrier muté.

a. Déterminer la loi de probabilité de X.

b. Calculer l'espérance mathématique de X, en donner une interprétation.

EXERCICE 2 **6 points**

Enseignement de spécialité

On considère la suite (U_n) définie par :

$$U_{n+1} = -\frac{3}{4}U_n + \frac{11}{12} \text{ pour tout } n \geqslant 1 \text{ avec } U_1 = \frac{1}{2},$$

et la suite (V_n) définie par :

$$V_n = U_n - \frac{11}{21} \text{ pour tout } n \geqslant 1.$$

1. Exprimer V_{n+1} en fonction de V_n et en déduire que (V_n) est une suite géométrique de raison $-\frac{3}{4}$; préciser le premier terme.
2. Exprimer V_n puis U_n en fonction de n.
3. à une date donnée deux amis, Claire et Benoît décident de se téléphoner régulièrement. On désigne par (B_n) l'évènement : « Benoît téléphone à Claire le n-ième jour qui suit leur décision ». $p(B_n)$ est la probabilité de cet évènement.
   La probabilité que Benoît téléphone à Claire le premier jour est $p(B_1) = \frac{1}{2}$.
   Sachant que :
   — si Benoît lui a téléphoné le n-ième jour, la probabilité pour qu'il l'appelle le lendemain est de $\frac{1}{6}$;
   — par contre, si Benoît n'a pas appelé Claire le n-ième jour, la probabilité pour qu'il le fasse le $(n+1)$-ième jour, est de $\frac{11}{12}$;

   a. énoncer $\overline{B_n}$ évènement contraire de B_n ;

   b. montrer que $p(B_{n+1} \cap B_n) = \frac{1}{6}p(Bn)$ et que $p\left(B_{n+1} \cap \overline{B_n}\right) = \frac{11}{12}p(Bn)$;

   c. en déduire que $p(B_{n+1}) = -\frac{3}{4}p(B_n) + \frac{11}{12}$.
4. En utilisant les questions 2. et 3., déterminer une valeur approchée à 10^{-3} près de la probabilité pour que Benoît téléphone à Claire le 60^{e} jour.

PROBLÈME **10 points**

Partie A

On considère la fonction f définie sur $[0 ; 1]$ par

$$f(x) = x\mathrm{e}^{x^2-1}$$

et on note $(\mathscr{C}_f)$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormal $\left(\mathrm{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ d'unité graphique 10 cm.

1. étudier les variations de la fonction f.

2. Soit (D) la droite d'équation $y = x$, on veut étudier la position de la courbe $\left(\mathscr{C}_f\right)$ par rapport à la droite (D).

   Pour cela :

   a. Résoudre dans $[0\,;\,1]$, l'inéquation $\text{e}^{x^2-1} < 0$.

      En déduire la position de $\left(\mathscr{C}_f\right)$ par rapport à (D).

3. Construire $\left(\mathscr{C}_f\right)$ dans le repère $\left(\text{O},\ \overrightarrow{\imath},\ \overrightarrow{\jmath}\right)$.

4. a. Déterminer une primitive F de la fonction f sur $[0\,;\,1]$.

   b. Montrer qu'en unité d'aire, l'aire A de la partie du plan limitée par la droite (D) et la courbe $\left(\mathscr{C}_f\right)$ est égale à $\dfrac{1}{2\text{e}}$.

Partie B

Dans la commune Mateco, la répartition des réserves d'une banque en fonction du nombre de clients a fait l'objet d'une étude.
Les résultats sont donnés par la série statistique suivante :

X_i	0,01	0,40	0,60	0,70	0,90	1
Y_i	0,04	0,18	0,31	0,42	0,74	1

X_i fréquence cumulée croissante des effectifs
Y_i fréquence cumulée croissante des réserves
Interprétation du tableau : 60 % des clients ne détiennent que 31 % des réserves de la banque.

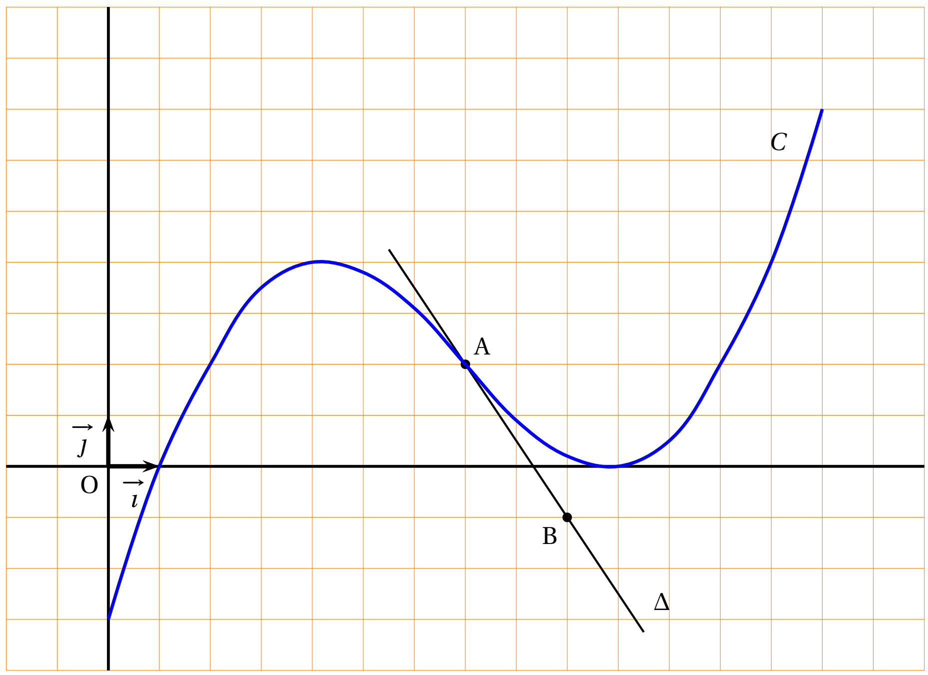
1. Sur le graphique dessiné dans la troisième question de la première partie, construire en pointillés et en partant du point O la ligne polygonale (Γ) obtenue en joignant successivement les points de coordonnées $(X_i\ ;\ Y_i)$. (Γ) est appelée courbe de Lorentz.
2. Lire le pourcentage des réserves détenues par 65 % des clients.
3. Quel pourcentage des réserves se partagent les 20 % les plus riches ?

∽ Baccalauréat ES Métropole septembre 1996 ∾

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

On considère une fonction définie et dérivable sur I = [0 ; 14]. Sa représentation graphique est la courbe C ci-dessous. Elle passe par le point A(7; 2), et la tangente en A à C est la droite Δ qui passe par le point B(9 ; −1).



Les questions suivantes sont indépendantes.

1. Par lecture graphique :
   - **a.** Dresser le tableau de variation de f.
     Indiquer le signe de $f'(x)$ sur I.
   - **b.** Donner le nombre de solutions de l'équation $f(x) = -2$ sur I.
   - **c.** Donner l'ensemble des réels tels que : $0 \leqslant f(x) \leqslant 2$.
2. Que valent $f(7)$ et $f'(7)$? écrire une équation de Δ.
3. Dresser le tableau de variation de $\dfrac{1}{f}$ sur]1 ; 10[.

EXERCICE 2 **5 points**

Enseignement obligatoire

Lors d'une promotion, un hypermarché vend par paquets de un kilogramme des clémentines et des oranges, en provenance de l'Union européenne (Italie, Espagne) et du Maroc.
Le nombre de kilos mis en vente est donné par le tableau suivant :

Origine / Fruits	Italie	Espagne	Maroc
Clémentines	100	250	200
Oranges	350	450	650

1. Un acheteur pressé prend au hasard un paquet de fruits. Quelle est la probabilité de chacun des événements suivants :
   a. Acheter des clémentines.
   b. Acheter italien.
2. **a.** Quelle est la probabilité p_1 d'acheter des clémentines, sachant que l'acheteur ne veut que des produits « européens » ?
   b. Quelle est la probabilité p_2 d'acheter « européen », sachant que des clémentines ont été choisies ?

EXERCICE 2 **5 points**
Enseignement de spécialité

Un artisan fabrique des objets A et des objets B.
La réalisation d'un objet A demande 30 F de matière première et 125 F de main-d'œuvre.
La réalisation d'un objet B demande 70 F de matière première et 75 F de main-d' œuvre.
Les profits réalisés sont de 54 F par objet A, et de 45 F par objet B.
On note x le nombre d'objets A fabriqués, et y le nombre d'objets B fabriqués, en une journée.
La dépense journalière en matière première ne doit pas dépasser 560 F. La dépense journalière en main-d'œuvre ne doit pas dépasser 1 250 F.

1. Traduire ces deux hypothèses.
2. Le plan est rapporté à un repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ (unité graphique : 1 cm).
   Représenter graphiquement l'ensemble des points $M(x\,;\,y)$ dont les coordonnées vérifient ces hypothèses.
3. Exprimer le bénéfice journalier b de l'entreprise en fonction de x et de y, puis la production journalière d'objets A et B qui assurerait un bénéfice maximum.
   On précisera, graphiquement, et par le calcul, cette production journalière.
   En déduire le montant de ce bénéfice.

PROBLÈME **11 points**

Partie A

étude de la fonction f définie dans $[-2\,;\,1]$ par :

$$f(x) = \text{e}^{2x} - \text{e}^{x} + 1.$$

Le plan est muni d'un repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ (unité graphique : 4 cm). On appelle C la courbe représentative de f dans ce plan.

1. étudier les variations de f. Dresser le tableau de ses variations.
2. Calculer :
   a. l'ordonnée du point A de C d'abscisse 0 ;
   b. les coordonnées du point B de C en lequel la tangente à C est parallèle à l'axe des abscisses.
3. Donner :
   a. une équation de T_0 tangente à C en A ;
   b. une équation de T_1 tangente à C en B. Déduire des questions précédentes la position de C par rapport à T_1 ;
   c. les coordonnées du point G, intersection de T_0 et T_1
4. Construire C.

Partie B

Le but de cette question est de calculer l'aire $\mathscr{A}$ de la partie du plan limitée par l'arc $\widehat{\text{AB}}$ de C, et les segments [BG) et [GA].
Afin de déterminer la position de C par rapport à T_0, on va étudier au préalable la fonction g définie sur $[-1~;~1]$ par

$$g(x) = f(x) - (x+1).$$

1. étude des variations de g.

  a. Vérifier que, pour tout x de $[-1~;~1]$, $g'(x) = 2\left(\text{e}^x - 1\right)\left(\text{e}^x + \dfrac{1}{2}\right)$ (où g' désigne la fonction dérivée de g).

  b. Déterminer le signe de $\text{e}^x - 1$ sur $[-1~;~1]$; en déduire le signe de $g'(x)$.

  c. Dresser le tableau de variation de g.

  d. En déduire le signe de $g(x)$ sur $[-1~;~1]$, puis la position de C par rapport à T_0.

2. Calcul de $\mathscr{A}$.

  a. Calculer : $\displaystyle\int_{-\ln 2}^{0} f(x)\,\text{d}x$.

  b. En déduire la valeur exacte de $\mathscr{A}$ en unités d'aire.

  c. Donner une valeur approchée de $\mathscr{A}$ en cm^2 à 10^{-2} près par défaut.

Baccalauréat ES Polynésie septembre 1996

Exercice 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Le plan est rapporté à un repère orthonormal $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ (unité graphique : 2 cm).
On considère la parabole Π d'équation $y = x^2$, et la droite Δ d'équation $y = 3$.

1. Représenter Π et Δ, quand x appartient à l'intervalle $[-2~;~+2]$.
2. Calculer l'intégrale $I = \displaystyle\int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} x^2\,\text{d}x$.
3. **a.** La droite Δ coupe Π en deux points, A, d'abscisse positive, et B, d'abscisse négative.
   On note C et D les points de l'axe des abscisses tels que ABCD soit un rectangle.
   Dessiner ce rectangle, et calculer son aire, en cm^2.

   b. On note P la partie du plan comprise entre le segment [AB] et la parabole Π.
   Calculer, en cm^2, l'aire de P.

   c. Vérifier que l'aire de P est égale aux deux tiers de l'aire de ABCD.

Exercice 2 **5 points**

Enseignement obligatoire

Un vendeur d'adoucisseurs d'eau a l'intention de proposer deux de ses produits (modèle *simple* et modèle *haut de gamme*) dan un lotissement nouvellement construit. Une enquête a montré que 20 % des foyers se déclarent intére– és par l'achat d'un adoucisseur.
L'expérience du vendeur lui a appris que, parmi les foyers se déclarant intéressés, 50 % achètent le modèle *simple*, 40 % le modèle *haut de gamme*, les autres renonçant finalement à l'achat. On nomme :
I l'évènement : « le foyer est intéressé » ;
A l'évènement : « le foyer achète le modèle *simple* » ;
B l'évènement : « le foyer achète le modèle *haut de gamme* » ;
C l'évènement : « le foyer renonce à l'achat ».

1. Calculer les probabilités des évènements $I \cap A, I \cap B, I \cap C$.
2. Montrer que la probabilité pour qu'un foyer pris au hasard n'achète pas d'adoucisseur est égale à $0,82$.
3. Le vendeur envisage de fixer le prix du modèle *simple* à 4 000 F et celui du *haut de gamme* à 8 000 F.
   On appelle X la variable aléatoire correspondant à la somme (éventuellement nulle) versée au vendeur par un foyer visité au hasard.

   a. Déterminer la loi de probabilité de X et calculer son espérance mathématique.

   b. Pour que son bénéfice soit suffisant, l'espérance de gain du vendeur devrait être de 1 300 F pour un foyer visité. S'il veut vendre le modèle *simple* à moitié prix du modèle *haut de gamme*, comment doit-il modifier ses prix ?

Exercice 2 **5 points**

Enseignement de spécialité

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 7$ et, pour tout entier naturel n, par

$$u_{n+1} = \frac{2u_n + 6}{5}.$$

1. Calculer u_1, u_2, u_3.

2. On considère la suite (v_n) définie, pour tout entier naturel n, par : $v_n = u_n - 2$.

a. Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

b. Exprimer v_n en fonction de n, et en déduire que : $u_n = 5\left(\frac{2}{5}\right)^n + 2$

c. Quelle est la limite de la suite (u_n) ?

PROBLÈME **11 points**

Partie A

La fonction g est définie, sur l'intervalle $\left[\frac{1}{\mathrm{e}}~;~+\infty\right[$, par :

$$g(x) = \frac{2x}{\mathrm{e}} - 1 - \ln x.$$

1. a. Calculer $g'(x)$, où g' désigne la fonction dérivée de g.
étudier son signe, et, en déduire le sens de variation de g.

b. Calculer la limite de g lorsque x tend vers $+\infty$. (On pourra écrire : $g(x) = x\left[\frac{2}{\mathrm{e}} - \frac{1}{x} - \frac{\ln x}{x}\right]$).

c. Calculer $g\left(\frac{1}{\mathrm{e}}\right)$ et $g\left(\frac{\mathrm{e}}{2}\right)$.

d. Dresser le tableau de variation de g.

2. a. Calculer $g(\mathrm{e})$ et justifier que $g(x) \geqslant 0$ pour $x \geqslant \mathrm{e}$.

b. Montrer que g s'annule sur l'intervalle $\left[\frac{1}{\mathrm{e}}~;~\frac{\mathrm{e}}{2}\right]$ pour une valeur unique que l'on notera α.
Donner un encadrement de α d'amplitude 10^{-2}.

3. Le plan est rapporté à un repère orthogonal $\left(\mathrm{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$(unité graphiques : 2 cm sur l'axe des abscisses, 4 cm sur l'axe des ordonnées).

a. Tracer la courbe représentative Γ de la fonction g. Placer, en particulier, les points d'abscisses α et e.

b. Résoudre graphiquement l'inéquation : $g(x) \geqslant 0$.

Partie B

La fonction f est définie, sur $\left[\frac{1}{\mathrm{e}}~;~+\infty\right[$, par :

$$f(x) = \frac{x^2}{\mathrm{e}} - x\ln x.$$

1. Vérifier que $f'(x) = g(x)$.
En déduire le tableau de variation de f.

2. Justifier que f est positive ou nulle sur l'intervalle $\left[\frac{1}{\mathrm{e}}~;~+\infty\right[$. On ne demande pas de représenter graphiquement f.

Partie C

La fonction g représente le chiffre d'affaires marginal d'une entreprise, en fonction du nombre de ses employés. C'est la dérivée de la fonction correspondant au chiffre d'affaires exprimé en francs.
Déterminer ce chiffre d'affaires, sachant qu'il est nul pour un employé.

∽ Baccalauréat ES Sportifs de haut-niveau septembre 1996 ∾

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

On a mesuré entre 1989 et 19941 l'effet de la pollution sur la population piscicole d'une rivière.
Les résultats présentés dans le tableau suivant donnent une estimation du nombre y_i de poissons, exprimé en milliers, correspondant à l'année dont le rang est x_i.

Année	1989	1990	1991	1992	1993	1994
x_i	1	2	3	4	5	6
y_i	951,3	106,7	96,5	63,2	21	9,4

1. On considère la série statistique double $(x~;~y)$. Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre x et y. Expliquer pourquoi un ajustement linéaire ne paraît pas bien adapté.
2. On pose $z_i = \ln y_i$ pour $i \in \{1~;~2~;~3~;~4~;~5~;~6\}$.
   a. Calculer les nombres z_i ; (on donnera une valeur approchée à 10^{-2} près par défaut).
   b. Représenter dans un repère orthogonal le nuage de points de la série $(x_i~;~z_i)$.
   c. Calculer le coefficient de corrélation linéaire de cette série. Justifier l'utilisation d'un ajustement affine pour la série $(x_i~;~z_i)$.
   d. Déterminer l'équation de la droite de régression de z en x. Tracer cette droite sur le graphique de la question b.
3. On suppose que l'évolution de cette population se poursuit sur le même modèle.
   a. à partir de quelle année cette population sera-t-elle strictement inférieure à 1 000 ?
   b. Donner une estimation de la population de cette rivière en l'an 2000 ?

EXERCICE 2 **5 points**

Enseignement obligatoire

Une entreprise de bateaux propose chaque jour une croisière sur le Rhône. Les relevés météorologiques permettent d'affirmer que, dans la région, l'évènement, noté B, « le temps est au beau fixe » se réalise 180 jours par an ; l'évènement, noté N, « le temps est nuageux sans pluie » se réalise 120 jours par an ; l'évènement, noté P, « le temps est pluvieux » se réalise 65 jours par an. On suppose qu'une année compte 365 jours.
On note $p_F(E)$ la probabilité d'un évènement E sachant qu'un évènement F est réalisé. [Cette probabilité se note aussi $p(E/F)$].
On donnera les valeurs exactes des probabilités demandées.
Un jour est choisi au hasard.

1. Calculer les probabilités $p(B), p(N), p(P)$ pour que, ce jour-là, le temps soit respectivement beau, nuageux sans pluie, pluvieux.
2. Soit V le nombre de billets vendus ce jour-là.
   On considère les évènements :

$$A_1 : « 0 \leqslant V \leqslant 15 » \quad A_2 : « 15 < V \leqslant 30 » \quad A_3 : « 30 < V \leqslant 50 »$$

   On dispose des renseignements suivants :

	$i = 1$	$i = 2$	$i = 3$
Probabilité de A_i sachant B	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{4}{8}$
Probabilité de A_i sachant N	$\frac{2}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$
Probabilité de A_i sachant P	$\frac{5}{8}$	$\frac{2}{8}$	$\frac{1}{8}$

Exemple de lecture : la probabilité pour que « $15 < V \leqslant 30$ *sachant que* B *est réalisé* » *est égale à* $\dfrac{3}{8}$

Calculer $p(A_1 \cap B)$ puis $p(A_1)$.

De manière analogue, on trouverait $p(A_2) = \dfrac{206}{584}$ et $p(A_3) = \dfrac{229}{584}$, résultat que l'on admettra.

3. On considère que le bilan quotidien de l'entreprise est positif si elle a vendu au moins seize billets.

a. Calculer la probabilité pour que le bilan soit positif.

b. Si le bilan est positif, quelle est la probabilité pour que le temps ait été nuageux ?

EXERCICE 2 — 5 points

Enseignement de spécialité

Une entreprise produit une pièce en grande série. Parmi les pièces produites, 5 % sont défectueuses.

1. Déterminer la probabilité pour qu'une pièce, prélevée au hasard dans le stock, soit défectueuse.

2. On prélève, au hasard, des échantillons de dix pièces dans le stock. Le nombre de pièces est suffisamment grand pour que la probabilité d'obtenir une pièce défectueuse soit la même à chacun des dix prélèvements.

Déterminer la probabilité des évènements suivants :

a. « il y a exactement 3 pièces défectueuses dans un échantillon » ;

b. « il n'y a pas de pièce défectueuse dans un échantillon » ;

c. « il y a au moins une pièce défectueuse dans un échantillon ».

3. On note X la variable aléatoire donnant le nombre de pièces défectueuses dans un échantillon de 10 pièces.

a. Donner l'ensemble des valeurs prises par X.

b. Soit k une de ces valeurs. Exprimer, en fonction de k, la probabilité pour qu'un échantillon contienne exactement k pièces défectueuses.

c. Calculer l'espérance mathématique de X.

PROBLÈME **11 points**

Partie A

On considère les fonctions g et h définie sur $[0\,;\,+\infty[$ par :

$$g(x) = x \quad \text{et} \quad h(x) = x - \frac{1}{2}x^2.$$

Le plan est rapporté à un repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ [unités graphiques 2 cm].
On note P la courbe représentative de h dans ce repère.

1. étudier les variations de la fonction h.
2. Déterminer une équation cartésienne de la tangente D à la courbe P au point d'abscisse 0 et préciser la position relative de P et de D.
3. Tracer sur une même figure la courbe P et la droite D.

Partie B

Soit f la fonction définie sur $[0\,;\,+\infty[$ par

$$f(x) = \ln(1+x).$$

On note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de f dans le repère précédent.

1. **a.** étudier les variations de la fonction f sur $[0\,;\,+\infty[$.
   b. Déterminer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.
   c. Déterminer une équation de la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 0.
2. On se propose d'étudier la position de $\mathscr{C}_f$ par rapport à D.
   Pour cela on considère la fonction φ définie sur $[0\,;\,+\infty[$ par
   $$\varphi(x) = x - \ln(1+x).$$
   a. Calculer la dérivée φ' de φ. En déduire le sens des variations de φ.
   b. Calculer $\varphi(0)$. Déterminer enfin le signe de φ et interpréter graphiquement le résultat obtenu.
3. On se propose d'étudier la position de $\mathscr{C}_f$ par rapport à P.
   Pour cela on considère la fonction ψ, définie sur $[0\,;\,+\infty[$ par
   $$\psi(x) = \ln(1+x) - x + \frac{1}{2}x^2.$$
   a. Calculer la dérivée ψ' de ψ. En déduire le sens des variation de ψ.
   b. Calculer $\psi(0)$. Déterminer enfin le signe de ψ et interpréter graphiquement le résultat obtenu.
4. Placer la courbe $\mathscr{C}_f$ dans le repère précédent.
5. **a.** Calculer $I = \displaystyle\int_0^1 x\,\mathrm{d}x$ et $J = \displaystyle\int_0^1 \left(x - \frac{1}{2}x^2\right)\mathrm{d}x$.
   b. Soit A l'aire de la partie du plan comprise entre $\mathscr{C}_f$ l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x = 1$.
   Montrer que : $\dfrac{1}{3} \leqslant A \leqslant \dfrac{1}{2}$.
6. Parmi les fonctions k définies sur $[0\,;\,+\infty[$, vérifiant, pour tout x positif,
   $h(x) \leqslant k(x) \leqslant g(x)$, peut-on trouver une fonction strictement décroissante sur $[0\,;\,+\infty[$? Justifier la réponse.

∽ Baccalauréat ES Amérique du Sud novembre 1996 ∾

EXERCICE 1 **5 points**

Le tableau ci-dessous donne : la cylindrée (en cm^3), le couple maximum à 2 000 tours/min (en m.kg), le poids remorquable freiné (en kg) de voitures automobiles à moteur Diesel.

	Peugeot 605	Renault Express	Renault Safrane	Audi	Ford Escort	Ford Mondéo	Citroën C15	Mazda	Peugeot 306	Fiat
cylindrée z_i	2088	1870	2068	1665	1753	1753	1769	1998	1905	1929
couple x_i	26	12,3	19.5	19,4	18,3	18,1	11,4	17,2	12,5	20
poids remorquable freiné y_i	1 500	700	1 300	1 300	900	1 300	800	1 250	1 000	1 400

Source Auto-journal, août 1995.

Le but de l'exercice est de voir s'il y a une meilleure corrélation entre z et y ou entre x et y.
Dans tout l'exercice, on pourra donner directement les résultats fournis par la calculatrice, arrondis à 10^{-2} près.

1. Calculer les coefficients de corrélation linéaire des séries $(z_i\ ;\ y_i)$ et $(x_i\ ;\ y_i)$. Conclure.
2. On considère la série $(x_i\ ;\ y_i)$.
   a. Dessiner le nuage de points (unités graphiques : sur l'axe des abscisses, 1 cm représente 1 unité; sur l'axe des ordonnées, 1 cm représente 100 kg).
   b. Déterminer et construire le point moyen G du nuage.
   c. Donner une équation de la droite de régression de y en x. La construire.
   d. En déduire une estimation, au kg près, du poids remorquable freiné correspondant à un couple de 16 m.kg.

EXERCICE 2 **5 points**
Enseignement de spécialité

Vingt personnes participent à un congrès dans une ville. Pour s'y rendre, les participants utilisent soit leur véhicule personnel, soit le train. Dans ce groupe, il y a 40 % d'hommes, 75 % des hommes viennent avec leur véhicule; 50 % des femmes prennent le train. Ces pourcentages restent les mêmes tous les ans.

1. a. Compléter le tableau suivant en exprimant les résultats en effectifs.

Moyen de transport	Hommes	Femmes	Total
Véhicule personnel			
Train			
Total			

   b. Madame Untel se rend tous les ans à ce congrès. Quelle est la probabilité qu'elle utilise au moins une fois le train sur une période de 10 ans? On donnera une valeur approchée à 10^{-3} près du résultat.
2. La ville offre six places pour un spectacle. Les bénéficiaires sont tirés au sort parmi les 20 congressistes. (On suppose qu'il y a équiprobabilité.)
   a. Quelle est la probabilité que, parmi les 6 places, il y en ait au moins une attribuée à une femme?
   b. Quelle est la probabilité que ces 6 places soient attribuées à 3 femmes et à 3 hommes?

PROBLÈME **10 points**

On considère la fonction f définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ par

$$f(x) = \frac{1}{2}x + \mathrm{e}^{-\frac{1}{2}x+3}$$

et on note (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormal $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ (unité graphique 1 cm).

Partie A
étude de f et tracé de (C)

1. Résoudre dans $[0\ ;\ +\infty[$ l'inéquation : $\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}x+3} \leqslant 1$.
2. Calculer l'expression de $f'(x)$ pour x élément de $[0\ ;\ +\infty[$.
   étudier le signe de $f'(x)$ et en déduire le sens de variation de f.
3. étudier la limite de f en $+\infty$.
   Dresser alors le tableau de variation de f.
4. **a.** On considère la droite (Δ) d'équation $y = \frac{1}{2}x$. Montrer que (Δ) est asymptote oblique à (C) et étudier la position de (C) par rapport à (Δ) sur $[0\,;\,20]$.
   b. Construire (C) et (Δ) sur l'intervalle $[0\,;\,20]$.
5. Calculer l'aire en cm^2 du domaine plan limité par (C), (Δ) et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 10$ (on donnera la valeur exacte puis la valeur arrondie à 10^{-1} près).

Partie B
Application économique

Un atelier fabrique x unités d'un produit. Ce nombre x est limité à 10.
$f(x)$ représente, en francs, le coût moyen de fabrication d'une unité lorsqu'on en fabrique x.

1. Quel est le nombre d'unités à produire pour avoir un coût moyen de fabrication minimal ?
2. Chaque unité est vendue 5 F.
   On désire déterminer le nombre d'unités pour lequel l'atelier réalise un bénéfice.
   Indiquer une méthode de résolution graphique puis l'appliquer pour résoudre la question.

∽ Baccalauréat ES Nouvelle-Calédonie décembre 1996 ∾

EXERCICE 1 **5 points**
Commun à tous les candidats

Tous les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles.
Un mélange de graines de fleurs contient :

— 50 graines de type A ;
— 90 graines de type B ;
— 60 graines de type C.

Toutes les graines n'ont pas le même pouvoir de germination. On conviendra qu'une graine germe correctement si celle-ci donne naissance à une plante qui fleurit.
On considère que la probabilité pour qu'une graine germe correctement est de :

— $0,5$ pour une graine de type A ;
— $0,8$ pour une graine de type B ;
— $0,6$ pour une graine de type C.

On sème une graine prise au hasard dans le mélange.

1. Quelle est la probabilité que ce soit une graine de type A ?
2. Quelle est la probabilité que ce soit une graine de type A et que celle-ci germe correctement ?
3. Quelle est la probabilité que la graine semée soit une graine qui germe correctement ?
4. Quelle est la probabilité que la graine semée soit une graine de type C qui ne germe pas correctement ?

EXERCICE 2 **5 points**
Enseignement obligatoire

Dans cet exercice les résultats numériques pourront être obtenus à l'aide de la calculatrice, sans justification. Ils seront arrondis à 10^{-3} près, sauf indication contraire.
Le tableau suivant donne l'évolution de 1987 à 1994 de la dette extérieure des pays en développement, en milliards de dollars.

Année i	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994
Rang x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
Montant d_i de la dette	1369	1375	1427	1539	1627	1696	1812	1945

Source : Banque Mondiale.

1. **a.** On pose $y_i = \ln(d_i)$, où ln désigne la fonction logarithme népérien. Après l'avoir recopié, compléter le tableau suivant par les valeurs de y_i.

Rang x_i de l'année i	1	2	3	4	5	6	7	8
y_i								

   b. Représenter le nuage de points associé à la série statistique $(x_i\ ;\ y_i)$ dans le plan rapporté à un repère orthogonal (unités graphiques : 2 cm sur l'axe des abscisses et 20 cm sur l'axe des ordonnées).

2. **a.** Déterminer le coefficient de corrélation linéaire entre x et y.

   b. Déterminer, par la méthode des moindres carrés, une équation de la droite de régression de y en x.

   c. Déduire de la question précédente une relation entre d et x, de la forme : $d = \alpha\beta^x$.

3. En supposant que la relation précédente soit valable pour les années à venir, estimer, pour 1996, le montant de la dette extérieure des pays en développement (arrondir le résultat à un milliard près).

EXERCICE 2 **5 points**

Enseignement de spécialité

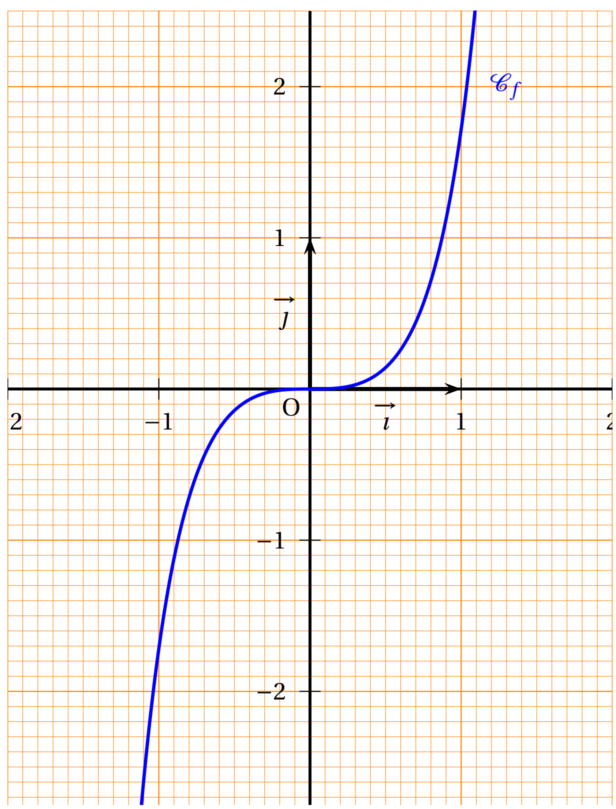
Soit la suite $(U_n)_{n\geqslant 0}$ définie par

$$U_n = \int_n^{n+1} 2\text{e}^{-2x}\,\text{d}x.$$

1. **a.** Calculer U_0.
   b. Montrer que, pour tout nombre entier naturel n, $U_n = \text{e}^{-2n}\left(1-\text{e}^{-2}\right)$.
2. Démontrer que la suite $(U_n)_{n\geqslant 0}$ est une suite géométrique, dont on précisera la raison.
3. Pour tout entier naturel n, on pose $S_n = U_0 + U_1 + U_2 + \ldots + U_n$.
   a. Exprimer S_n en fonction de n.
   b. étudier la limite de la suite $(S_n)_{n\geqslant 0}$

PROBLÈME **5 points**

Utiliser le dessin ci-dessous pour tous les graphiques demandés dans ce problème.



Partie A

La fonction g est définie sur l'intervalle $]-1\ ;\ +\infty[$ par :

$$g(x) = \ln(x+1) + 2x.$$

Sa courbe représentative dans le repère orthogonal $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ est désignée par $\mathscr{C}_g$ (unités graphiques : 4 cm en abscisse et 2 cm en ordonnée).

1. **a.** Déterminer les limites de g en -1 et en $+\infty$; en déduire que la courbe $\mathcal{C}_g$ admet une asymptote D dont on donnera une équation.

   b. Déterminer le sens de variation de chacune des deux fonctions h et k définies sur l'intervalle $]-1\,;\,+\infty[$ par :

$$h(x) = \ln(x+1) \quad \text{et} \quad k(x) = 2x.$$

   En déduire le sens de variation de g sur $]-1\,;\,+\infty[$.

   c. Dresser le tableau de variation de g sur $]-1\,;\,+\infty[$.

2. Calculer $g(0)$ et en déduire le signe de g sur $[0\,;\,+\infty[$. Tracer, sur le graphique joint la courbe $\mathcal{C}_g$ et l'asymptote D.

   a. Montrer que la fonction G, définie sur $]-1\,;\,+\infty[$ par

$$G(x) = x\ln(x+1) + \ln(x+1) - x + x^2,$$

   est une primitive de g.

   b. Calculer l'intégrale $I_1 = \displaystyle\int_0^1 g(x)\,\mathrm{d}x$.

Partie B

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x\left(\mathrm{e}^{x^2} - 1\right).$$

Cette fonction est représentée, sur l'intervalle $[-2\,;\,2]$, dans le repère $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$, par la courbe $\mathcal{C}_f$ (voir le dessin joint).

1. **a.** On note f' la fonction dérivée de f. Vérifier l'égalité suivante, pour tout nombre réel x,

$$f'(x) = \mathrm{e}^{\left(x^2\right)} - 1 + 2x^2\mathrm{e}^{\left(x^2\right)}.$$

   Quel est le signe de $\mathrm{e}^{\left(x^2\right)} - 1$?

   En déduire que, pour tout nombre réel x, $f'(x)$ est positif ou nul.

   b. Déterminer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.

   c. Dresser le tableau de variation de f sur $\mathbb{R}$.

2. Soit I_2, l'intégrale $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$.

   Montrer que $I_2 = \dfrac{\mathrm{e}}{2} - 1$.

Partie C

On admettra que, sur $[0\,;\,1]$, la fonction f est positive et que les fonctions f et g vérifient : $f \leqslant g$.

Soit $\mathcal{A}$ la surface délimitée, sur le graphique, par les deux courbes $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 1$.

Colorier la surface $\mathcal{A}$, puis calculer à l'aide des intégrales I_1 et I_2 l'aire de $\mathcal{A}$, exprimée en cm^2.

Donner la valeur exacte de l'aire de $\mathcal{A}$, puis sa valeur décimale arrondie à 10^{-2} près.