∽ Baccalauréat ES 1995 ∽

L'intégrale d'avril à novembre 1995

Pour un accès direct cliquez sur les liens bleus

❧ Baccalauréat ES Pondichéry avril 1995 ❧

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Les questions 1 et 2 sont indépendantes.

La crise de la presse écrite

Pour répondre aux questions suivantes, il faut lire les graphiques donnés à la fin de l'énoncé.

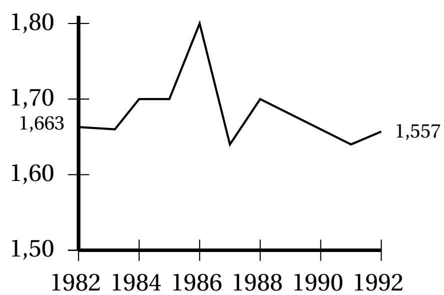
1. **a.** Calculer les taux de variation des diffusions de la presse quotidienne nationale et de la presse quotidienne régionale de 1982 à 1992 (document 1).

   b. Quel est, de ces deux secteurs, celui qui, pourcentage, est le plus touché depuis 1982 ?
2. En utilisant le document 2, déterminer quels étaient les investissements publicitaires pour la presse nationale en 1990.

Document 1 : la presse quotidienne

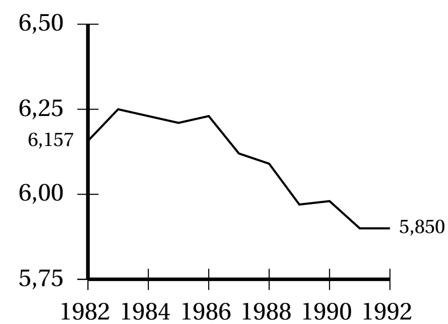
Presse quotidienne (G. P.) nationale

évolution moyenne journalière 1982 – 1992 *millions d'exemplaires, diffusion payée en France*



Presse quotidienne (G. P.) régionale et départementale

évolution moyenne journalière 1982 – 1992 *millions d'exemplaires, diffusion payée en France*



Source : troisième observatoire annuel de l'écrit, OJD diffusion contrôle, juin 1993

Document 2 :

Les investissements publicitaires en 1992

IREP (OJD, *op. cit.*)	Total hors gratuits en millions de F	Évolution	
		1991/1992	1992/1993
Quotidiens nationaux	2 532	−16,9 %	−18,4 %
Quotidiens régionaux	4 868	−8,5 %	−5,7 %
Magazines	8 284	−6 %	−0,9 %

EXERCICE 2 **4 points**

Enseignement obligatoire

Chacun des 10 mots de la phrase « Rien ne sert de courir, il faut partir à point » est inscrit sur un carton. On suppose les cartons indiscernables au toucher et on les place dans une urne.
On tire au hasard un carton. (Les tirages sont donc supposés équiprobables.)
Si le mot inscrit sur le carton contient une voyelle, on gagne 10 points.

Si le mot inscrit sur le carton contient deux voyelles, on perd 20 points.
Si le mot inscrit sur le carton contient trois voyelles, on gagne 20 points.
On désigne par X la variable aléatoire qui, à chaque tirage, associe le nombre de points obtenus (positif ou négatif).

1. Déterminer la loi de probabilité de X.
2. Calculer l'espérance mathématique de X et l'écart-type de X.
3. On dit que le jeu est équitable si l'espérance mathématique est nulle.
   Sans changer les gains obtenus pour les mots contenant une ou trois voyelles, quelle devrait être la perte pour un mot contenant deux voyelles dans un jeu équitable ?

EXERCICE 2 **4 points**
Enseignement de spécialité

Un sac contient 2 pièces de 20 centimes, 4 pièces de 10 centimes et 4 pièces de 50 centimes. On tire 3 pièces simultanément. (Les tirages sont supposés équiprobables.)

1. Soit X la variable aléatoire égale au nombre de pièces de 20 centimes sorties lors d'un tirage.
   a. Déterminer la loi de probabilité de X.
   b. Calculer l'espérance mathématique et l'écart type de X.
2. On considère l'évènement A « la somme obtenue lors d'un tirage est strictement inférieure à 50 centimes ».
   a. Montrer que la probabilité de A est égale à 125'
   b. On répète l'épreuve 4 fois. (Les pièces sont remises dans le sac après chaque épreuve.)
   Soit Y la variable aléatoire représentant le nombre de fois où on a obtenu une somme strictement inférieure à 50 centimes.
   Expliquer pourquoi Y suit une loi binomiale.
   En déduire l'espérance mathématique de Y.

PROBLÈME **12 points**

Une entreprise fabrique des objets P. On note x le nombre d'objets fabriqués, exprimé en milliers. Pour des raisons d'approvisionnement, x appartient à l'intervalle $[0\,;\,3,5]$. On note $C(x)$ le coût de fabrication exprimé en millions de francs. On définit une fonction « coût marginal »M par $M(x) = C'(x)$, où C' désigne la fonction dérivée de C. On définit une fonction « coût moyen »C par $C_m(x) = \dfrac{C(x)}{x}$.

Partie A

On suppose que, pour cette production, le coût marginal est défini par

$$M(x) = 1 + \frac{x-3}{8}\mathrm{e}^{x}.$$

1. On désigne par M' la fonction dérivée de M. Calculer $M'(x)$. Déterminer le signe de $M'(x)$, et en déduire le sens de variation de M sur l'intervalle $[0\,;\,3,5]$. En déduire ensuite que M est strictement positive sur $[0\,;\,3,5]$.
2. On désigne par g la fonction définie sur l'intervalle $[0\,;\,3,5]$ par $g(x) = \dfrac{ax+b}{8}\mathrm{e}^{x}$, où a et b sont deux réels. Déterminer a et b pour que la dérivée g' soit définie par $g'(x) = \dfrac{x-3}{8}\mathrm{e}^{x}$.
   En déduire la primitive de M sur $[0\,;\,3,5]$ qui s'annule pour $x = 0$.

Partie B

On définit la fonction « coût » C par

$$C(x) = x + \frac{x-4}{8}\text{e}^x + \frac{1}{2}.$$

1. Vérifier que, pour tout x de l'intervalle $[0~;~3,5]$, $C'(x) = M(x)$. Dresser le tableau de variations de C.
2. Tracer la courbe représentative Γ de $\mathscr{C}$ dans le plan rapporté à un repère orthogonal d'origine 0.

   On prendra en abscisses 2 cm pour représenter un millier d'objets, et en ordonnées, 5 cm pour représenter un million de francs.

Partie C

On désigne par A un point d'abscisse x sur la courbe Γ et par $\mathscr{D}_x$, la droite (OA).

1. Pourquoi le coefficient directeur de $\mathscr{D}_x$ est-il égal à $C_m(x)$?
2. Tracer les droites D_1 et D_2 correspondant respectivement à $x = 1$ et à $x = 2$. Quelle est celle qui a le plus petit coefficient directeur ?
3. Par une lecture du graphique, déterminer à la centaine près le nombre d'objets à fabriquer pour que le coût moyen soit minimal.
4. On sait en économie que le coût moyen est minimal lorsqu'il est égal au coût marginal.

   a. Montrer que résoudre l'équation $C_m(x) = M(x)$ revient à résoudre l'équation $(x-2)^2\text{e}^x - 4 = 0$.

   b. On désigne par f la fonction définie sur l'intervalle $[0~;~3,5]$ par

   $$f(x) = (x-2)^2\text{e}^x - 4.$$

   Étudier les variations de f, et en déduire que, sur l'intervalle $[0~;~3,5]$, l'équation $f(x) = 0$ admet une seule solution strictement positive dont on donnera un encadrement d'amplitude 10^{-1}.

   c. En déduire le nombre d'objets à fabriquer pour que le coût moyen soit minimal.

Baccalauréat ES Amérique du Nord juin 1995

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

1. **a.** Soit la fonction g définie dans l'intervalle $[2,;3]$ par :

$$g(x) = x\ln x + (4-x)\ln(4-x).$$

Calculer $g'(x)$, où g' désigne la fonction dérivée de g.

b. En déduire la valeur exacte de l'intégrale :

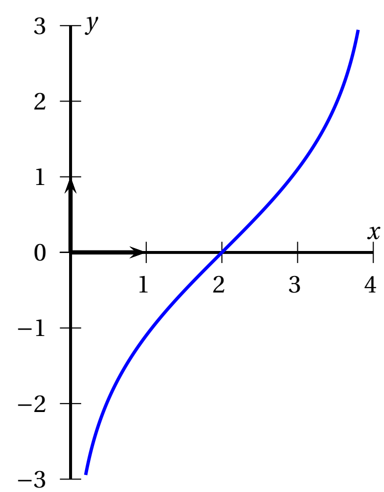
$$A = \int_2^3 \ln\frac{x}{4-x}\,\mathrm{d}x.$$

2. Soit f la fonction définie dans l'intervalle $[2,;3]$ par

$$f(x) = \ln\frac{x}{4-x}.$$

a. Montrer que $f(x) \geqslant 0$ pour tout $x \in [2\,;\,3]$.

b.



Dans le tracé ci-dessus on a représenté la fonction f dans un plan rapporté à un repère orthonormé (unité graphique : 1 cm).

Déterminer l'aire de la partie du plan limitée par l'axe des abscisses, la courbe, les deux droites d'équations $x = 2$ et $x = 3$.

EXERCICE 2 **6 points**

Enseignement obligatoire

Une pièce est usinée successivement par deux machines M_1 et M_2, les résultats des deux usinages étant **indépendants**.

Après passage dans la première machine M_1, 5 % des pièces présentent un défaut. On note A l'évènement : « la pièce est défectueuse après passage dans M_1 ». .

Après passage dans la deuxième machine M_2 (et quel que soit leur état après leur passage dans M_1), 2 % présentent un autre défaut.

On note B l'évènement : « la pièce est défectueuse après passage dans M_2 ».

On extrait au hasard une pièce parmi les pièces ayant subi les deux usinages.

1. Calculer les probabilités de A et de B.
   Exprimer à l'aide des évènements A et B les évènements suivants :
   C : « la pièce est défectueuse pour les deux usinages par M_1 et M_2 » ;
   D : « la pièce est défectueuse » ;
   E : « la pièce ne présente aucun défaut ».
   Calculer les probabilités des évènements C, D et E.
2. **a.** Sachant que la pièce extraite est défectueuse, quelle est la probabilité que la pièce présente des défauts d'usinage par les deux machines ? .
   b. Exprimer à l'aide de A et B l'évènement : « le défaut provient uniquement de la machine M_2 », puis sa probabilité.
   En déduire la probabilité que le défaut provienne uniquement de la machine M_2, sachant que la pièce est défectueuse.

EXERCICE 2 **6 points**
Enseignement de spécialité

Un constructeur de moteurs de « Formule 1 » fabrique des moteurs de compétition. La probabilité qu'un de ces moteurs soit exempt de défaut, et par suite ne « casse »pas lors d'un Grand Prix, est 0,8.
On dira pour simplifier qu'un tel moteur est « bon » et on notera B l'évènement : « le moteur est bon ».
Avant chaque Grand Prix, un contrôle très sévère est effectué :
soit le moteur est déclaré utilisable, soit il est rejeté. On note U l'évènement : « le contrôle déclare le véhicule utilisable ».
Ce contrôle n'est pas infaillible :

— sachant qu'un moteur est bon. il est déclaré utilisable dans 95 % des cas ;
— sachant qu'un moteur a un défaut, il est rejeté dans 80 % des cas.

Notation : si E est un évènement, on notera $\overline{E}$ l'évènement contraire.

1. **a.** Calculer la probabilité des évènements suivants :
   V : « le moteur est bon et il est déclaré utilisable » ;
   W : « le moteur a un défaut et il est déclaré utilisable ».
   En déduire la probabilité de U.
   b. Montrer que la probabilité qu'un moteur soit bon sachant qu'il est déclaré utilisable est 0,95.
2. Au cours d'une saison (16 grands prix), ces moteurs sont montés après contrôle sur des voitures en course. On s'intéresse aux moteurs montés sur une voiture déterminée : ils sont changés à chaque compétition et l'on admet que les choix des moteurs sont indépendants les uns des autres.
   a. Quelle est la probabilité que les 16 moteurs soient « bons » ?
   b. Quelle est la probabilité que seulement 2 moteurs cassent ?
   c. Quelle est la probabilité qu'au moins un des moteurs casse ?
   d. Quel est le nombre moyen de moteurs cassés auquel on peut s' attendre, au cours d'une saison ?

PROBLÈME **12 points**

On considère la fonction f définie pour tout x réel par :

$$f(x) = x + \mathrm{e}^{-x}.$$

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $\left(\mathrm{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ (unité graphique : 2 cm). La courbe représentative de f dans ce plan est appelée $\mathscr{C}$.

1. **a.** Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $1 > e^{-x}$.
   b. Calculer $f'(x)$, où f' désigne la fonction dérivée de f.
   Déduire de a le sens de variation de f.
   c. Calculer la limite de f en $+\infty$.
   d. Déterminer la limite de f en $-\infty$. On pourra écrire
   $f(x) = (-x)\left(-1 + \dfrac{e^{-x}}{-x}\right)$.
   e. Dresser le tableau de variations de f.
2. **a.** Montrer que la droite D d'équation $y = x$ est asymptote à la courbe $\mathscr{C}$.
   Étudier la position de $\mathscr{C}$ par rapport à D.
   b. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $e^{-x} = 3$.
   Montrer que $\mathscr{C}$ admet une tangente T de coefficient directeur -2.
   Déterminer l'abscisse du point de contact A, son ordonnée, puis l'équation de T.
   c. Compléter le tableau suivant (on donnera les valeurs numériques arrondies à 10^{-2} près) :

x	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$		1,72		1,37		3,05	

   d. Construire, dans le plan, les droites D et T, puis la courbe $\mathscr{C}$.
3. **a.** Sans faire de calcul de dérivée et en donnant les justifications nécessaires, établir le tableau des variations de $\dfrac{1}{f}$ à partir de celui de f.
   b. Sur la même figure que $\mathscr{C}$ mais en utilisant une autre couleur, construire la courbe représentative Γ de $\dfrac{1}{f}$.

Baccalauréat ES Métropole juin 1995

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$. La courbe $\mathscr{C}$ (voir figure ci-dessous) représente la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par,

$$f(x) = (ax+b)\mathrm{e}^x$$

où a et b sont deux nombres que l'on se propose de déterminer, en utilisant les informations lues sur la figure.

1. **a.** Calculer $f'(x)$, où f' désigne la fonction dérivée de f.

   b. Déterminer graphiquement $f'(-2)$ et en déduire une relation entre a et b.

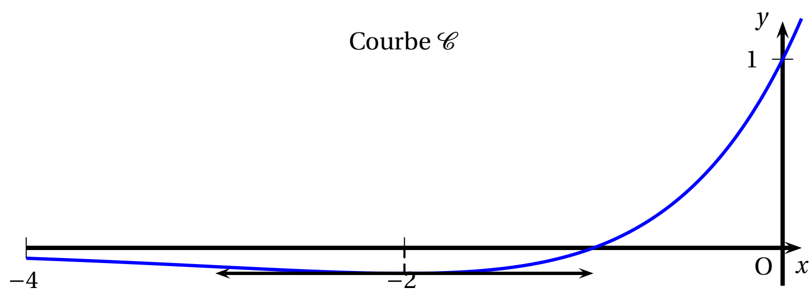
2. En utilisant une valeur de la fonction lue sur le graphique trouver une autre relation entre a et b.

   Calculer a et b et écrire l'expression de $f(x)$ ainsi obtenue.

3. **a.** Préciser le minimum de la fonction f ; on donnera la valeur exacte.

   b. Discuter graphiquement, suivant les valeurs du réel m, le nombre de solutions de l'équation

$$m = (x+1)\mathrm{e}^x.$$



EXERCICE 2 **5 points**

Enseignement obligatoire

Les deux tableaux ci-dessous regroupent des données sur le commerce extérieur relatif aux industries agro-alimentaires pour la période 1981-1991.

Premier tableau

Exportations x_i et importations y_i (en milliards de F)

Année	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991
x_i …	55,6	59,1	65,1	76,1	77,2	73,8	76,4	89,2	103,3	105,6	111,3
y_i …	45	52,1	60	67,8	71,4	69,4	72	80,3	89,4	88,9	95,2

Source : Tableaux de l'économie française, 1993

Deuxième tableau

Rang t_i de l'année et solde $z_i = x_i - y_i$ (également en milliards de F)

Année	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991
t_i…	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
z_i…	10,6	7	5,1	8,3	5,8	4,4	4,4	8,9	13,9	16,7	16,1

Source : Tableaux de l'économie française, 1993

Aucun tableau de calculs n'est demandé dans cet exercice.

1. On considère la série double $(t_i\ ;\ z_i)$ formée à partir du deuxième tableau.
   a. Faire une représentation graphique du nuage des points. On prendra en abscisses 1 cm pour 1 an (année de rang 0 à l'origine O) et en ordonnées 1 cm pour 1 milliard de francs (solde 4 à l'origine O).

      Un ajustement affine est-il approprié ? On justifiera la réponse.
   b. Calculer le coefficient de corrélation linéaire de cette série double.
2. On considère maintenant la série double $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ formée à partir du premier tableau.
   a. Calculer le coefficient de corrélation linéaire de cette série.
   b. Donner une équation de la droite de régression de y en x par la méthode des moindres carrés (les coefficients seront arrondis avec deux décimales).
   c. Déterminer en milliards de francs le montant prévisible (arrondi à l'unité près) des exportations lorsque le montant des importations aura atteint 100 milliards de francs.

EXERCICE 2 **5 points**

Enseignement de spécialité

Un boulanger fabrique des pains de campagne qui doivent peser, en théorie, 600 grammes.

On désigne par X la variable aléatoire qui prend pour valeur les poids possibles des pains de campagne, exprimés en grammes et arrondis à 10 grammes près.

Le tableau suivant indique la probabilité p_i de l'évènement $X = x_i$:

$X = x_i$	580	590	600	610	620
p_i	0,12	0,25	0,32	0,27	0,04

Exemple de lecture, la probabilité qu'un pain choisi au hasard pèse 590 grammes est 0,25.

1. Calculer l'espérance mathématique de X et l'écart type de X.
2. Un client achète un pain de campagne. Quelle est la probabilité que son pain pèse au moins 600 grammes ?
3. Un contrôleur du service de la Répression des fraudes entre dans la boulangerie et prélève, au hasard, dix pains de campagne.
   a. Quelle est la probabilité d'avoir exactement trois pains de 580 grammes ?
   b. Quelle est la probabilité d'avoir au moins un pain de campagne de 580 grammes ?
   c. Quelle est la probabilité d'avoir au plus un pain de campagne de 580 grammes ?

      On donnera les valeurs exactes puis des valeurs décimales approchées à 10^{-4} près.

PROBLÈME **10 points**

Une entreprise achète une machine 30 000 F. Elle peut la revendre au bout de t années au prix de

$$v(t) = \frac{30}{0,5t+1} \quad \text{pour} \quad 0 \leqslant t \leqslant 8.$$

où t est exprimé en années et $v(t)$ en milliers de francs (en abrégé kF).

1. a. Au bout de combien d'années la machine aura-t-elle perdu 50 % de sa valeur à l'achat ?

b. Quelle est sa valeur de revente au bout de 4 ans ?

c. La différence, exprimée en kF, entre le prix d'achat de la machine et son prix de revente au bout de t années est, $D(t) = 30 - v(t)$.

Montrer que D est une fonction croissante sur l'intervalle $[0\,;\,8]$.

2. On peut exprimer le coût total d'entretien en kF, pour une durée de t années d'utilisation, par

$$E(t) = 2,5\mathrm{e}^{0,4t} - t - 2,5.$$

a. Calculer $E'(t)$, où E' désigne la fonction dérivée de E.

b. En déduire que E est une fonction croissante sur l'intervalle $[0\,;\,8]$.

3. a. Vérifier que le coût total (en kF) d'usage de cette machine est :

$$f(t) = D(t) + E(t) = 27,5 - \frac{30}{0,5t+1} + 2,5\mathrm{e}^{0,4t} - t.$$

b. Déduire des questions précédentes le sens de variation de f sur $[0\,;\,8]$.

c. Tracer la courbe représentative Γ de f, dans le plan muni d'un repère rectangulaire, avec pour unités : 2 cm pour une année sur l'axe des abscisses, 1 cm pour 4 kF sur l'axe des ordonnées.

On pourra utiliser les valeurs approchées suivantes :

t	0	1	2	3	4	4,5	5	6	7	8
$f(t)$	0	10,23	16,06	20,80	25,88	28,9,	32,40	41,56	54,94	74,83

4. Le coût moyen d'utilisation, en kF et au bout de t années, est égal à

$$U(t) = \frac{f(t)}{t} \quad \text{avec } 1 \leqslant t \leqslant 8.$$

a. Soit M le point d'abscisse t de la courbe Γ. Montrer que $U(t)$ est le coefficient directeur de la droite (OM).

b. Déterminer graphiquement la valeur de t pour laquelle $U(t)$ est minimum.

c. On admet que la fonction dérivée de U peut s'écrire sous la forme $U'(t) = \dfrac{g(t)}{t^2}$, où g est une fonction continue dont le tableau de variation est le suivant :

t	1		2,7		8
$g(t)$	$-3,0$	$\searrow$	$-6,8$	$\nearrow$ 1	118

Montrer que g s'annule en un point et un seul de $[1\,;\,8]$, que l'on notera a.

On admettra que l'on a, $4,4 \leqslant a \leqslant 4,5$.

d. Dresser le tableau de variation de U et vérifier que U admet un minimum.

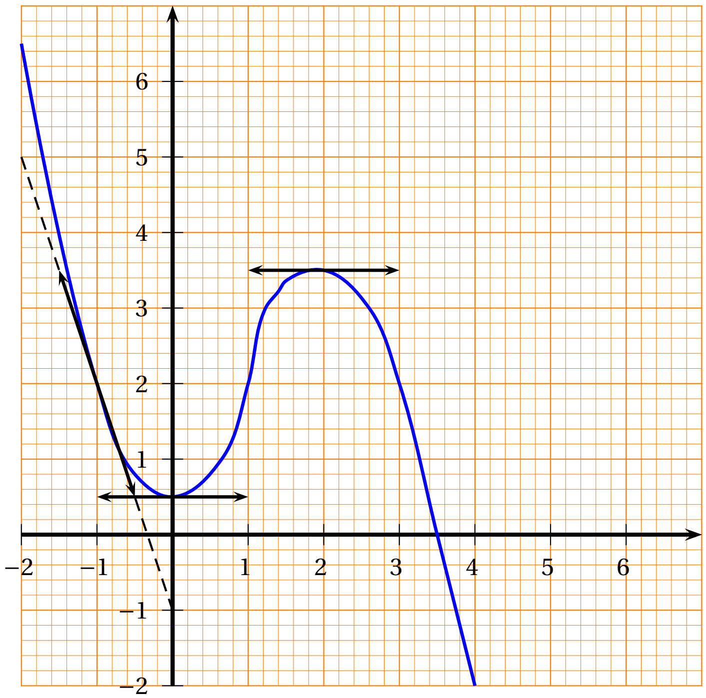
∽ Baccalauréat ES Antilles-Guyane juin 1995 ∾

Exercice 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Toutes les réponses de cet exercice doivent être justifiées avec soin.

Dans le plan muni d'un repère orthonormal $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ *on considère la courbe ci-dessous, représentant une fonction définie et dérivable sur l'intervalle* $[-2 ; 4]$.



1. **a.** Lire $f(0)$, $f(-1)$, $f'(-1)$ et $f'(2)$.

   b. Déterminer la dérivée logarithmique de f en -1 et en 2.

2. **a.** Déterminer graphiquement le signe de f et de sa dérivée f.

   b. Expliquer pourquoi la fonction $\ln f$ (c'est-à-dire logarithme népérien de f) est définie sur l'intervalle $[-2 ; 3,5[$.

3. Déterminer les variations de $\ln f$ par les deux méthodes suivantes :

   a. MÉTHODE 1 : Donner le signe de la dérivée de $\ln f$, et en déduire le tableau de variations de lnf.

   b. MÉTHODE 2 : Sachant que lnf est la composée de f suivie de ln (c'est-à-dire $\ln \circ f$), dresser les tableaux de variations des fonctions f et ln puis en déduire celui de $\ln f$.

Exercice 2 **5 points**

Enseignement obligatoire

Cet exercice comporte deux questions indépendantes l'une de l'autre.

1. Un libraire vend des livres scientifiques, des livres de littérature et divers autres livres dans les proportions suivantes :

   — livres scientifiques : 20 % des ventes ;

— livres de littérature : 38 % des ventes ;
— divers autres livres 42 % des ventes.

Dans chacune de ces trois catégories, il y a des livres scolaires et des livres non scolaires.

Pour chaque livre vendu, le libraire remplit une fiche de renseignements. Il a constaté que :

— 80 % des livres scientifiques sont des livres scolaire ;
— 70 % des livres de littérature ne sont pas scolaires ;
— 50 % des divers autres livres ne sont pas scolaires.

Le libraire prend une fiche au hasard dans son fichier.

a. Quelle est la probabilité pour qu'elle corresponde à un livre scientifique et scolaire ?

b. Quelle est la probabilité pour qu'elle corresponde à un livre non scolaire ?

2. Au cours d'une semaine promotionnelle, pour tout achat dans cette librairie d'un ou plusieurs livres, une enveloppe cachetée contenant un seul billet est remise à chaque client.

Si elle contient :

— un billet vert, le client gagne 100 francs ;
— un billet jaune, le client gagne 20 francs ;
— un billet blanc, le client ne gagne rien.

Pendant cette semaine, 1 000 personnes ont reçu une enveloppe et toutes les enveloppes ont été distribuées. Dans ces 1 000 enveloppes, il y a 10 billets verts 30 billets jaunes et les autres sont blancs.

Soit X la variable aléatoire correspondant, en francs, au montant du gain.

a. Déterminer la loi de probabilité de X.

b. Déterminer l'espérance mathématique de X.

EXERCICE 2 **5 points**
Enseignement de spécialité

Depuis qu'il est à la retraite, un homme tond sa pelouse tous les samedis, il recueille chaque fois 120 litres de gazon qu'il stocke dans un bac à compost de 300 litres.

Chaque semaine les matières stockees perdent, après decomposition ou prelèvement les trois quarts de leur volume.

Soit V_1, V_2, V_3 les volumes en litres stockes respectivement les premier, deuxième et troisième samedis après la tonte.

De manière generale, soit V_n le volume stocke le n-ième samedi après la tonte.

1. a. Montrer que $V_1 = 120$ litres, $V_2 = 150$ litres, $V_3 = 157,5$ litres.

b. Calculer les volumes V_4, V_5, V_6 exprimes en litres, stockes respectivement les quatrième, cinquième, sixième samedis après la tonte.

2. Exprimer V_{n+1} en fonction de V_n.

3. On definit, pour tout $n \geqslant 1$, t_n par : $t_n = 160 - V_n$.

a. Montrer que (t_n) est la suite geometrique de premier terme $t_1 = 40$ et de raison $\frac{1}{4}$.

b. En deduire les expressions de t_n puis de V_n en fonction de n.

c. Determiner la limite de (t_n) puis celle de (V_n).

PROBLÈME **10 points**

Partie A

On considère les fonctions h et p définies sur $\mathbb{R}$ par

$$h(x) = \mathrm{e}^x \quad \text{et} \quad p(x) = x^2.$$

1. Tracer les courbes représentatives de h et p dans un repère orthonormal d'unité graphique 2 cm.
2. Ces deux courbes se coupent en un point A d'abscisse α.
   Montrer que a est solution de l'équation $x^2\text{e}^x = 1$ et lire sur le graphique une valeur approchée de α à 0,1 près.

Partie B

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = x^2\text{e}^x - 1.$$

On note $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthonormal d'unité graphique 2cm.

1. **a.** Déterminer la limite de f en $-\infty$.

   b. Vérifier que $f(x) = \dfrac{x^2}{\text{e}^x} - 1$ et en déduire la limite de f en $+\infty$.
   Interpréter graphiquement ce résultat.
2. Étudier les variations de f et donner son tableau de variations.
3. **a.** Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique comprise entre -1 et 0 et que cette solution est α.

   b. Donner un encadrement de αà 10^{-2} près.
4. Déterminer une équation de la droite tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1.
5. Construire les tangentes et l'asymptote trouvées, ainsique $\mathscr{C}_f$.
6. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = (x^2 + 2x + 2)\text{e}^{-x}$.

   a. Déterminer $g'(x)$.

   b. En déduire la valeur moyenne de f sur l'intervalle $[0\,;\,2]$.

∽ Baccalauréat ES Centres étrangers juin 1995 ∾

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Une étude a été faite sur la fréquentation du cinéma dans une ville française pendant un mois.

Dans cette ville, 25 % des habitants sont dans la tranche d'âge 0–14 ans (les « enfants ») et 20 % des habitants sont dans la tranche d'âge 15–25 ans (les « jeunes »). Les autres habitants seront dits « adultes ».

On choisit au hasard un habitant de cette ville.

On note E, J, et A les évènements suivants :

— E « l'habitant choisi est dans la tranche 0–14 ans » ;
— J « l'habitant choisi est dans la tranche 15–25 ans » ;
— A « l'habitant choisi est un adulte ».

On appelle X la variable aléatoire égale au nombre de séances auxquelles l'habitant choisi a assisté pendant un mois.

L'étude menée permet d'établir les tableaux de probabilités conditionnelles suivants :

x_i	0	1	2	3
$p(X = x_i / E)$	$\dfrac{3}{10}$	$\dfrac{3}{10}$	$\dfrac{2}{10}$	$\dfrac{2}{10}$

x_i	0	1	2	3	4
$p(X = x_i)/J)$	$\dfrac{1}{10}$	$\dfrac{2}{10}$	$\dfrac{3}{10}$	$\dfrac{3}{10}$	$\dfrac{3}{10}$

x_i	0	1	2	3
$p(X = x_i / A)$	$\dfrac{4}{10}$	$\dfrac{3}{10}$	$\dfrac{2}{10}$	$\dfrac{1}{10}$

Par exemple, $p(X = 2)/J$ désigne la probabilité pour que l'habitant choisi aille deux fois par mois au cinéma, sachant qu'il est jeune.

1. Déterminer la probabilité pour que l'habitant choisi :
   a. soit adulte ;
   b. soit jeune et aille deux fois par mois au cinéma.
2. Calculer la probabilité pour que l'habitant choisi aille deux fois par mois au cinéma.
3. **a.** Compléter le tableau suivant pour obtenir la loi de probabilité de la variable aléatoire X.

x_i	0	1	2	3	4
$p(X = x_i)$	0,315	0,280		0,165	

   b. Calculer $\mathrm{E}(X)$, l'espérance mathématique de X.
   Interpréter le résultat obtenu.

EXERCICE 2 **4 points**

Enseignement obligatoire

1. Résoudre dans l'ensemble des nombres réels l'équation :

$$x^2 - 4x - 5 = 0.$$

2. En déduire la résolution, dans l'ensemble des nombres réels, des équations suivantes :
   a. $(\ln x)^2 - 4\ln x - 5 = 0$.
   b. $\ln(x-3) + \ln(x-1) = 3\ln 2$.

c. $e^x - 4 = 5e^{-x}$.

EXERCICE 2 **4 points**
Enseignement de spécialité

On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par $u_0 = e$ et, pour tout entier naturel n,
$u_{n+1} = \sqrt{u_n}$.
On pose, pour tout entier naturel n, $v_n = \ln u_n$.

1. **a.** Montrer que, pour tout entier naturel n, $v_{n+1} = \dfrac{1}{2}v_n$; en déduire que v_n est le terme général d'une suite géométrique dont on donnera la raison et le premier terme.
   b. Donner l'expression de v_n en fonction de n. En déduire celle de u_n en fonction de n.
2. Pour tout entier naturel n, on pose $S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$ et $P_n = u_0 \times u_1 \times \cdots \times u_n$.
   a. Montrer que $P_n = eS_n$.
   b. Exprimer S_n en fonction de n.
   c. En déduire l'expression de P_n en fonction de n.
3. Déterminer la limite de la suite $(S_n)_{n\in\mathbb{N}}$; en déduire celle de la suite $(P_n)_{n\in\mathbb{N}}$.

PROBLÈME **12 points**

Le but du problème est de déterminer le prix d'équilibre d'un produit. On rappelle que le prix d'équilibre d'un produit est obtenu lorsque l'offre et la demande sont égales.

Prix proposé	x_i	0,30	0,35	0,45	0,65	0,80	1
Demande	y_i	6,25	4,90	3,75	2,75	2,40	2,25
Offre	z_i	1,251	1,301	1,301	1,501	1,551	1,60

Une étude faite sur ce produit a donné les résultats suivants (le prix au kilogramme est exprimé en francs et les quantités pour l'offre et la demande sont exprimées en milliers de kilogrammes).
Dans ce problème, on utilisera, pour les calculs statistiques, les fonctions de la calculatrice (le détail de ces calculs n'est pas demandé). Tous les résultats numériques seront donnés en valeurs décimales arrondies à 10^{-2} près.

1. Le plan $\mathcal{P}$ est rapporté au repère orthogonal $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ d'unités graphiques 10 cm pour 1 franc en abscisse et 2 cm pour 1 millier de kilogrammes en ordonnée.
   Représenter sur le même graphique les nuages de points associés respectivement aux séries statistiques $(x_i ; y_i)$ et $(x_i ; z_i)$.
   Pour ces représentations, on recommande de prendre le papier millimétré dans le sens de la largeur et de figurer par des signes différents (croix ou points par exemple) les points de coordonnées $(x_i ; y_i)$ et ceux de coordonnées $(x_i ; z_i)$ respectivement.
2. **Étude de la demande**
   La forme du nuage de points associé à la série $(x_i ; y_i)$ permet d'envisager un ajustement exponentiel de y en x. On pose donc $Y_i = \ln y_i$.
   a. Calculer le coefficient de corrélation linéaire de la série $(x_i ; Y_i)$. Un ajustement affine par la méthode des moindres carrés de Y en x est-il satisfaisant ? Pourquoi ?
   b. Donner alors une équation de la droite de régression de Y en x sous la forme $Y = ax + b$. Grâce à l'égalité $Y_i = \ln y_i$, en déduire une estimation de la demande y, en fonction du prix x au kilogramme.
3. **Étude de l'offre**
   La forme du nuage de points associé à la série $(x_i ; z_i)$ permet d'envisager un ajustement affine de z en x.

a. Calculer le coefficient de corrélation linéaire de la série $(x_i\ ;\ z_i)$.

Un ajustement affine par la méthode des moindres carrés de z en x est-il satisfaisant ? Pourquoi ?

b. Donner alors une équation de la droite de régression de z en x sous la forme $z = mx + p$.

4. Étude graphique du prix d'équilibre

On considère, dans la suite du problème, que la demande et l'offre sont respectivement formalisées par les fonctions f et g définies sur l'intervalle $[0;2]$ par $f(x) = \mathrm{e}^{-\,1,41x+2,08}$ et $g(x) = 0,53x + 1,10$.

a. Déterminer le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0, 2]$ et dresser son tableau de variations.

b. Sur le graphique du 1), tracer les courbes représentatives des fonctions f et g.

c. Déterminer graphiquement le prix d'équilibre du produit.

5. Étude numérique du prix d'équilibre

On considère la fonction h définie sur l'intervalle $[0;2]$ par

$$h(x) = f(x) - g(x).$$

a. Déterminer le sens de variation de la fonction h sur l'intervalle $[0;2]$ et dresser son tableau de variations.

b. Montrer que l'équation $h(x) = 0$ admet dans l'intervalle $[0;2]$ une solution unique x_0. Donner une valeur approchée décimale à 10^{-1} près de x_0.

c. Quel est le prix d'équilibre du produit considéré ?

Baccalauréat ES La Réunion juin 1995

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

À propos de pourcentages

1. Dans un pays X, l'inflation était de 15 % au cours du mois d'octobre 1994. S'il en est de même au cours du mois de novembre 1994, peut-on dire que l'inflation aura été de 30 % sur l'ensemble des 2 mois ?

   Justifier.

2. Deux sociétés A et B proposent à leurs clients les placements suivants :

   A propose un intérêt de 9 % par an.

   B propose un intérêt de 0,75 % par mois.

   Dans les deux cas, les intérêts sont ajoutés au capital à la fin de chaque période de référence ; année pour A, mois pour B.

   a. Si un client place un capital de 1 000 000 F, que sera devenu ce capital au bout d'une année dans les deux cas ?

   b. Laquelle des deux sociétés offre le placement le plus avantageux pour les clients ?

3. Dire qu'un taux mensuel de t % est équivalent à un taux annuel de t' % signifie qu'une somme placée au taux mensuel de t % acquiert, au bout d'un an, la même valeur que si elle avait été placée au taux annuel de t' %. On a donc :

$$1+\frac{t'}{100}=\left(1+\frac{t}{100}\right)^{12}.$$

   Calculer t à 10^{-2} près pour que t' soit égal à 15 (on pourra utiliser la fonction logarithme).

EXERCICE 2 **5 points**

Enseignement de spécialité

On lance simultanément un dé cubique bleu et un dé cubique rouge. Les faces de chacun de ces deux dés sont numérotées de 1 à 6.
À chaque lancer apparaît donc un couple de nombres. On suppose tous les résultats équiprobables.
On désigne par E l'évènement « la somme des deux nombres est supérieure ou égale à 10 ».

1. Montrer que la probabilité de E est égale à $\frac{1}{6}$.
2. On lance ces deux dés 10 fois de suite. Quelle est la probabilité que l'évènement E soit réalisé exactement 3 fois ? (on donnera une valeur décimale arrondie à 10^{-3} près).
3. On lance les deux dés n fois de suite.

   a. Montrer que la probabilité p_n que E soit réalisé au moins une fois est égale à $1-\left(\frac{5}{6}\right)^n$.

   b. Quel est le nombre minimum de lancers pour que cette probabilité p_n soit supérieure à 0,9 ?

   c. Quelle est la limite de p_n quand n tend vers $+\infty$?

PROBLÈME **5 points**

1. On désigne par g la fonction définie sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$ par

$$g(x) = -x^2 - 2 + 2\ln x.$$

(ln désigne le logarithme népérien)

g' désignant la fonction dérivée de g, calculer $g'(x)$.

Étudier le sens de variation de g. Calculer $g(1)$.

En déduire le signe de g sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$.

2. On désigne par f la fonction définie sur L'intervalle $]0~;~+\infty[$ par

$$f(x) = -x + 5 - 2\frac{\ln x}{x}.$$

On désigne par (C) sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthonormal $\left(\text{O},~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$ (unité graphique : 1 cm).

a. Étudier les limites de $f(x)$ quand x tend vers $+\infty$ et quand x tend vers 0.

b. f' désignant la fonction dérivée de f, calculer $f'(x)$. Montrer que $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^2}$.

En déduire le signe de f'. Dresser le tableau de variations de f.

c. Montrer que la droite (D) d'équation $y = -x + 5$ est une asymptote à la courbe (C). Étudier la position de (C) par rapport à (D).

d. Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α dans l'intervalle $[1~;~5]$. Donner un encadrement de α d'amplitude 10-1 ?

e. Tracer (D) et (C).

3. a. Calculer la dérivée de la fonction u définie sur $]0~;~+\infty[$ par

$$u(x) = (\ln x)^2.$$

En déduire une primitive H de la fonction h définie ln x sur $]0~;~+\infty[$ par

$$h(x) = \frac{\ln x}{x}.$$

b. On désigne par E la partie du plan limitée par la courbe (C), la droite (D) et les droites d'équations $x = 1$ et $x = \text{e}$.

Mettre E en évidence sur le graphique.

Calculer l'aire, en cm^2, de cette partie E.

∽ Baccalauréat ES Asie juin 1995 ∽

EXERCICE 1 **4 points**
Commun à tous les candidats

On a relevé dans le T. E. F. (Tableaux de l'économie française) de l'année 1994 les prestations sociales concernant la santé reçues par les ménages, en France, au cours d'un certain nombre d'années.

Année	1988	1989	1990	1991	1992	1993
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6
Dépenses de santé y_i (en milliards de francs)	368	395	420	443	468	487

1. Représenter le nuage de points associé à cette série statistique (on choisira des unités convenables de façon à utiliser au mieux toute la feuille de papier millimétré ; en particulier on mettra 300 à l'origine sur l'axe des ordonnées).
   (Les résultats numériques des questions 2 et 3 seront arrondis à 10^{-3} près.)
2. **a.** Déterminer une équation de la droite de régression de y en x.
   b. Tracer cette droite de régression sur le graphique de la question 1.
3. Calculer le coefficient de corrélation linéaire de y en x.
4. D'après les résultats précédents, et en l'absence de contraintes nouvelles, quel aurait da être le montant approximatif, à 1 milliard de francs près, des prestations de santé, versé en 1994 ?

EXERCICE 2 **4 points**
Enseignement obligatoire

À la cafétéria, dans la vitrine pâtisserie,
— 60 % des gâteaux sont à base de crème ;
— parmi ceux qui sont à base de crème, 30 % ont aussi des fruits ;
— parmi les gâteaux qui n'ont pas de crème, 80 % ont des fruits.
On prend un gâteau au hasard.

1. **a.** Calculer la probabilité d'avoir un gâteau à base de crème et comportant des fruits.
   b. Calculer la probabilité d'avoir un gâteau avec des fruits mais sans crème.
   c. En déduire que la probabilité d'avoir un gâteau avec des fruits est égale à $0,50$.
2. **a.** Le gâteau pris au hasard comporte des fruits. Quelle est la probabilité qu'il soit à base de crème ?
   b. Le gâteau pris au hasard ne comporte pas de fruit. Quelle est la probabilité qu'il soit à base de crème ?

EXERCICE 2 **4 points**
Enseignement de spécialité

On considère la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$, par son premier terme $u_0 = 5$ et, pour tout entier n, par la relation de récurrence $u_{n+1} = au_n + 4$ (a est un réel).
On pose $v_n = u_n - 6$ pour tout entier naturel n.

1. Déterminer le réel a pour que la suite (v_n) définie sur $\mathbb{N}$ soit une suite géométrique dont on déterminera le premier terme et la raison.
2. Dans la suite de l'exercice, on prend $a = \dfrac{1}{3}$.
   Calculer v_n en fonction de n.
   La suite (v_n) est-elle convergente ?

3. Déduire de la question précédente la limite de (u_n) lorsque n tend vers $+\infty$?
4. **a.** Calculer la somme $S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$ en fonction de n.
   b. Étudier la convergence de la suite (S_n) définie sur $\mathbb{N}$.
   c. En déduire la limite de la somme $\sum_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$ lorsque n tend vers $+\infty$.

PROBLÈME **4 points**

Partie A

Soit f la fonction numérique de la variable réelle x telle que :

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + c \quad \text{où } a, b et c \text{désignent des nombres réels.}$$

On appelle $\mathscr{C}$ la courbe représentative de f dans un repère $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.
Calculer les réels a, b et c sachant que la courbe $\mathscr{C}$ possède les propriétés suivantes :
— $\mathscr{C}$ coupe l'axe (O,[) au point d/ordonnée 20.
— $\mathscr{C}$ passe par le point A(- 1 ; 18) et admet en ce point une tangente de coefficient directeur 3.

Partie B

Soit g la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par

$$g(x) = -x^3 - 3x^2 + 20.$$

1. Étudier les variations de g.
2. Calculer $g(2)$. Déduire de ce résultat et de l'étude des variations de g l'ensemble des solutions dans $\mathbb{R}$, de l'inéquation : $g(x) > 0$.
3. Représenter graphiquement la fonction g sur $[-2~;~2[$ dans un repère orthogonal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.
   On prendra pour unités : 4 cm sur l'axe des abscisses et 1 cm sur l'axe des ordonnées.
   On notera $\mathscr{C}_1$ la courbe représentative de g.
4. Déterminer la valeur moyenne de la fonction g sur l'intervalle $[-2~;~1]$.

Partie C

Soit h la fonction numérique définie sur $]-\infty~;~2[$ par :

$$h(x) = \ln\left(-x^3 - 3x^2 + 20\right).$$

1. Utiliser des résultats de la partie B pour justifier que h est bien définie sur $]-\infty~;~2[$.
2. **a.** Déterminer les limites de h en $-\infty$ et en 2.
   b. Établir le tableau de variation de h.
3. Construire la courbe représentative $\mathscr{C}_2$ de h sur $[-2~;~2[$ dans le repère précédent.
4. **a.** En utilisant le graphique, justifier que l'équation, $h(x) = 2$, a une solution unique α dans l'intervalle $[-2~;~2[$.
   b. Démontrer que α est élément de l'intervalle $\left[1~;~\dfrac{7}{4}\right]$.
   c. Calculer une valeur approchée de α à 10^{-2} près par excès.
   d. L'équation $g(x) = \text{e}^2$ a une solution unique dans $\mathbb{R}$; laquelle ?

Baccalauréat ES Polynésie juin 1995

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Une étude statistique de l'INSEE sur la situation des familles françaises a permis de construire le graphique joint ci-après.

On se propose de faire une prévision pour la situation en 1995, en admettant que l'évolution se poursuive de la même façon.

1. **a.** Utiliser le graphique pour compléter le tableau suivant (que l'on recopiera sur la copie) :

Année a_i	1970	1975	1980	1985	1990
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5
Nombre de naissances hors mariage					
Pourcentage correspondant z_i	6,5				30
$y_i = \ln z_i$					

Les pourcentages z_i seront lus à 0,5 % près et les valeurs de y_i données à 10^{-2} près.

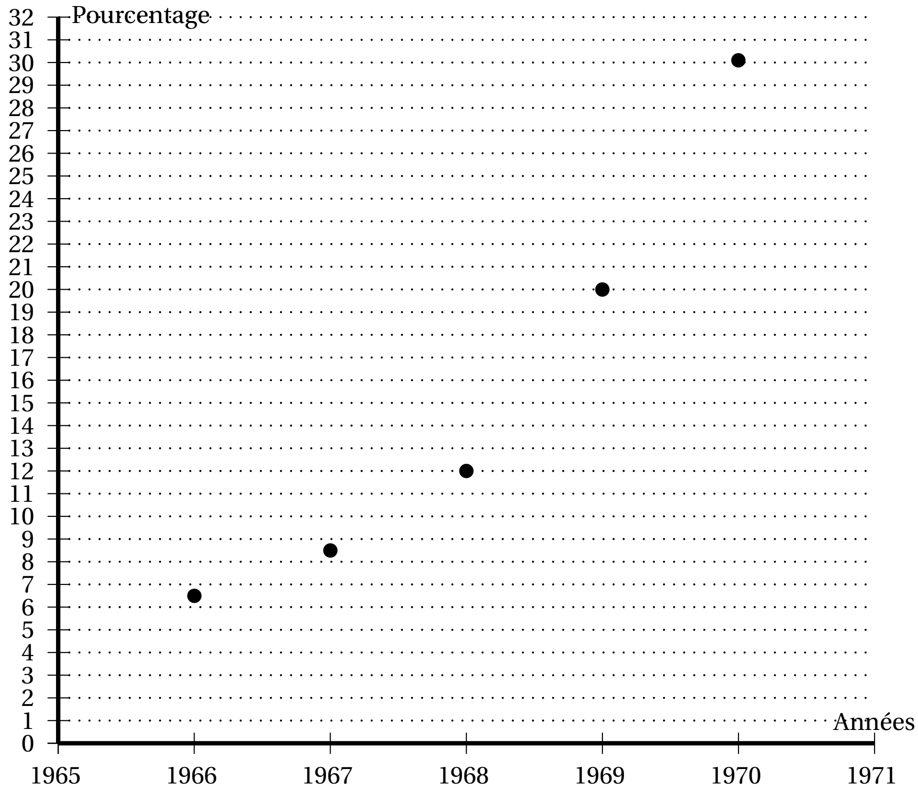
b. Calculer le nombre total de naissances en 1990.

2. Comme le suggère le graphique, un ajustement affine est à rejeter. On va procéder à un ajustement exponentiel. Le détail des calculs n'est pas demandé. Les résultats seront arrondis à 10^{-2} près.

a. Représenter le nuage de points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$, dans le plan muni d'un repère orthogonal (unités graphiques : 2 cm sur l'axe des abscisses, 5 cm sur l'axe des ordonnées) dont on choisira convenablement l'origine.

b. Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre x et y. Donner l'équation de la droite de régression de y en x, par la méthode des moindres carrés. Représenter cette droite sur le graphique de la question précédente.

c. Quelle valeur de y peut-on prévoir en 1995 ? En déduire une estimation du pourcentage du nombre de naissances hors mariage, par rapport au nombre total de naissances, en 1995.



Document graphique : source INSEE, statistiques de l'état-civil.

Exemple de lecture : en 1980, 229 107 enfants sont nés hors mariage et représentent 30,1 % du total des naissances.

EXERCICE 2 **5 points**

Enseignement obligatoire

Le but de cet exercice est de vérifier l'efficacitéé d'un vaccin sur une population donnée. On dispose des données suivantes :

i. Un quart de la population a été vaccinée contre la maladie.

ii. Au cours d'une épidémie. on constate qu'il y a 1 vacciné sur 13 parmi les malades.

iii. La probabilité qu'un individu soit malade sachant qu'il est vacciné est égale à $0,1$.

Pour une personne choisie au hasard on notera
M l'évènement « être malade », $\overline{M}$ son contraire,
V l'évènement « être vacciné », $\overline{V}$ son contraire.

1. On choisit au hasard une personne dans la population.

Décrire à l'aide de M et de V les diverses situations possibles de cette personne, en ce qui concerne la vaccination et l'atteinte par la maladie (par exemple : « être malade et être vacciné », etc.).

Traduire, en langage de probabilités, les hypothèses de l'énoncé.

2. Calculer la probabilité de l'évènement « M et V », notée $p(M \cap V)$.

En déduire que la probabilité $p(M)$ de l'évènement M est égale à $\dfrac{13}{40}$.

3. Calculer les probabilités des deux évènements suivants :

a. « être malade et ne pas être vacciné », notée $p\left(M \cap \overline{V}\right)$.

b. « être malade sachant que l'on n'est pas vacciné », notée $p\left(M/\overline{V}\right)$.

4. Déterminer le réel k tel que $p(M/V) = kp\left(M/\overline{V}\right)$.

EXERCICE 2 — 5 points

Enseignement de spécialité

Une urne contient 5 boules rouges et 3 boules blanches.
On tire simultanément 2 boules.

1. Quelles sont les probabilités des évènements suivants :
A : « Obtenir 2 boules blanches ».
B : « Obtenir 2 boules rouges ».
C : « Obtenir 2 boules de couleurs différentes ».
Quelle est la probabilité pour qu'il soit satisfait 4 fois sur 5 ?

2. On fixe la règle du jeu suivante : lors d'un tirage de deux boules
— on gagne 10 francs si l'on tire deux boules blanches (évènement A) ;
— on gagne 2 francs si l'on tire deux boules rouges (évènement B) ;
— on perd 5 francs si l'on tire deux boules de couleur différente (évènement C).
On définit ainsi une variable aléatoire X égale au gain, positif ou négatif, associé à une partie.
Quelle est l'espérance de gain au cours d'une partie (espérance mathématique de X) ?

3. On répète 5 fois de suite le tirage, en remettant à chaque fois les boules tirées dans l'urne, de sorte que les tirages successifs peuvent être considérés comme indépendants. Le joueur est satisfait à chaque fois que A est réalisé.
Quelle est la probabilité pour qu'il soit satisfait 4 fois sur 5 ?
On donnera une valeur décimale approchée à 10^{-5} près. -

PROBLÈME — 10 points

L'objectif de ce problème est l'étude de la fonction f définie dans $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = \frac{3\mathrm{e}^x - 1}{\mathrm{e}^x + 1}$$

et de sa représentation graphique $\mathscr{C}$ dans un plan muni d'un repère orthonormé (unité graphique : 2 cm).

1. a. Soit la fonction g définie dans $[0\,;\,+\infty[$ par :

$$g(x) = \frac{3x - 1}{lx + 1}.$$

Étudier les variations de g ; on précisera la limite en $+\infty$.

b. Montrer que la fonction f est la composée de g et d'une fonction à préciser, dont on rappellera le sens de variation.

c. Utiliser b. pour étudier les variations de f sur $\mathbb{R}$. On déterminera les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$ et on en donnera l'interprétation graphique.

2. a. Calculer $\dfrac{f(x) + f(-x)}{2}$.
Il en résulte, ce que l'on admettra, que la courbe $\mathscr{C}$ a le point I(0 ; 1) comme centre de symétrie.

b. Résoudre l'équation $f(x) = 0$.

3. a. Calculer $f'(x)$ où f' est la fonction dérivée de f.
Donner une équation de la tangente T à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 0.

b. Utiliser tous les résultats obtenus précédemment pour construire $\mathscr{C}$.

4. **a.** Démontrer que la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par

$$F(x) = 4\ln\left(\mathrm{e}^{x}+1\right) - x$$

est une primitive de f.

b. Calculer l'aire de la partie du plan comprise entre l'axe des abscisses, la courbe $\mathscr{C}$, les droites d'équations $x = 0$ et $x = 3$. On donnera une valeur exacte, puis une valeur approchée en cm^2, au mm^2 près.

∽ Baccalauréat ES Antilles-Guyane septembre 1995 ∾

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Le tableau suivant donne, en fonction de l'année, le montant des prêts d'aide, à l'accession à la propriété (les PAP) en milliers de francs.

Année	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991
Rang : x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
PAP : y_i	127	115	113	93	86	78,1	60	48	38	33

(Source : ministère de l'Équipement, du Logement et des Transports)

1. Représenter le nuage des points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ dans le plan muni d'un repère orthogonal. On prendra 1 cm pour un rang sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 10 000 F sur l'axe des ordonnées.

   Ce nuage permet-il d'envisager un ajustement linéaire ?
2. Le détail des calculs n'est pas demandé et les résultats seront arrondis à 10^{-2} près.
   a. Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre x et y. Interpréter le résultat trouvé.
   b. Déterminer une équation de la droite d'ajustement de y en x par la méthode des moindres carrés. Construire cette droite dans le repère précédent.
3. Si la progression se poursuivait dans les mêmes conditions, à partir de quelle année le montant des prêts PAP deviendrait-il nul ?

EXERCICE 2 **5 points**

Enseignement obligatoire

1. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = 3x^2 - 5x - 2.$$

   a. Factoriser $f(x)$.
   b. Pour quelle valeur de x, f admet-elle un minimum ?
   Quelle est la valeur minimale de $f(x)$?
   c. Tracer la courbe représentative C de f dans un repère orthogonal $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$. (unités : 3 cm en abscisse et 1 cm en ordonnée.)
2. On pose $b(x) = \dfrac{1}{3x^2 - 5x - 2}$ avec $x \in [0\ ;\ 2[$.
   a. Calculer $\displaystyle\lim_{\substack{x \to 2\\ x<2}} b(x)$.
   b. Étudier les variations de b sur l'intervalle $I = [0\ ;\ 2[$.
   c. Tracer la courbe représentative C' de b dans le même repère que C.

EXERCICE 2 **5 points**

Enseignement de spécialité

Partie A

Un dé cubique A porte inscrits sur ses faces les nombres : $-2, 1, 1, 1, 2n, -n$ (où n est un entier relatif). On suppose qu'à chaque lancer, les faces de A ont la même probabilité d'apparition.

1. On lance une fois le dé A et on note X le nombre obtenu. On définit ainsi une variable aléatoire. Déterminer la loi de probabilité de X :
   a. lorsque $n = 3$.
   b. lorsque $n = -1$; calculer alors l'espérance mathématique de X.

Dans toute la suite de l'exercice, on donnera à n la valeur -1.

2. On lance A, 6 fois de suite. Déterminer la probabilité d'obtenir 4 fois exactement le nombre 1.

Partie B

Soit B un autre dé cubique dont les faces portent les nombres -3, -2, -1, 1, 2, 3, de telle sorte que les probabilités d'apparition respectives de ces nombres soient six termes consécutifs d'une suite géométrique de raison $\dfrac{1}{3}$ et de premier terme $p(-3)$, probabilité d'apparition de la face portant le nombre -3.

1. Déterminer la probabilité d'apparition de chacune des faces de B.
2. On lance le dé A puis de façon indépendante le dé B.
   Quelle est la probabilité pour que la somme des nombres obtenus soit égale à -1 ?

N. B. : On donnera les résultats sous forme fractionnaire.

PROBLÈME **11 points**

Une entreprise fabrique un solvant pour peinture. On désigne par x le nombre de m^3 de solvant produits chaque jour ; $x \in [1~;~6]$. Le coût total de production de ces x mètres cubes, en milliers de francs (kF) est :

$$C_t(x) = \frac{x^2}{4} + 2,8 + 2\ln x.$$

On cherche à déterminer le prix de vente pour que l'entreprise fasse des bénéfices.

Partie A

Étude de la fonction « coût total « C_t

1. Étudier les variations de C_t sur $[1 ; 6]$. (Ces variations pourront être déduites de celles des fonctions $x \longmapsto \dfrac{x^2}{4} + 2,8$ et $x \longmapsto 2\ln x$).
2. **a.** Reproduire et compléter le tableau suivant :

x	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6
$C_t(x)$ à 10^{-1} près											

   b. Tracer dans un repère $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ la représentation graphique C de la fonction C_t (unités : 2 cm pour 1 m^3 et 1 cm pour 1 kF).

Partie B

Étude de la fonction « coût moyen » C_m

Pour une production journalière de x mètres cubes, le coût moyen de production en milliers de francs de 1 m^3 est

$$C_m(x) = \frac{C_t(x)}{x}.$$

1. Écrire $C_m(x)$ en fonction de x.
2. Démontrer que pour tout réel x de $[1\,;\,6]$, $C_m(x)$ a le même signe que $f(x) = x^2 - 3,2 - 8\ln x$.
3. **a.** Étudier les variations de la fonction f sur $[1\,;\,6]$.

   b. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ possède une solution unique α dans $[1\,;\,6]$, puis déterminer une valeur approchée par excès de α à 10^{-1} près.

   Dans la suite du problème, on utilisera cette valeur dans les calculs.

   c. En déduire le signe de $f(x)$ sur $[1\,;\,6]$.
4. **a.** Étudier les variations de la fonction Cm sur $[1\,;\,6]$.

   b. Quel est le coût minimal de production de 1 m^3 de solvant ? Pour quelle production ?

   c. Comment faut-il choisir le prix de vente de 1 m^3 de solvant pour que l'entreprise puisse faire des bénéfices ?

Baccalauréat ES La Réunion septembre 1995

EXERCICE 1 **5 points**

- À propos de pourcentages

1. Dans un pays X, l'inflation était de 15 % au cours du mois d'octobre 1994. S'il en est de même au cours du mois de novembre 1994, peut-on dire que l'inflation aura été de 30 % sur l'ensemble des 2 mois ? Justifier.
2. Deux sociétés A et B proposent à leurs clients les placements suivants :

   A propose un intérêt de 9 % par an.

   B propose un intérêt de 0,75 % par mois.

   Dans les deux cas, les intérêts sont ajoutés au capital à la fin de chaque période de référence : année pour A, mois pour B.

   a. Si un client place un capital de 1 000 000 F, que sera devenu ce capital au bout d'une année dans les deux cas ?

   b. Laquelle des deux sociétés offre le placement le plus avantageux pour les clients ?
3. Dire qu'un taux mensuel de t % est équivalent à un taux annuel de t' % signifie qu'une somme placée au taux mensuel de t % acquiert, au bout d'un an, la même valeur que si elle avait été placée au taux annuel de t' %.

   On a donc : $1+\dfrac{t'9}{100}=\left(1+\dfrac{0,75t}{100}\right)^{12}$.

   Calculer t à 10^{-2} près pour que t' soit égal à 15. (On pourra utiliser la fonction logarithme.)

EXERCICE 2 **5 points**

On lance simultanément un dé cubique bleu et un dé cubique rouge.
Les faces de chacun de ces deux dés sont numérotées de 1 à 6.
À chaque lancer apparaît donc un couple de nombres. On suppose tous les résultats équiprobables.
On désigne par E l'évènement « la somme des deux nombres est supérieure ou égale à 10 ».

1. Montrer que la probabilité de E est égale à $\dfrac{1}{6}$.
2. On lance ces deux dés 10 fois de suite. Quelle est la probabilité que l'évènement E soit réalisé exactement 3 fois ? (On donnera une valeur décimale arrondie à 10^{-3} près.)
3. On lance les deux dés n fois de suite.

   a. Montrer que la probabilité P_n que E soit réalisé au moins une fois est égale à $1-\left(\dfrac{5}{6}\right)^n$.

   b. Quel est le nombre minimum de lancers pour que cette probabilité P_n soit supérieure à 0,9 ?

   c. Quelle est la limite de P_n quand n tend vers $+\infty$?

PROBLÈME **10 points**

1. On désigne par g la fonction définie sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$ par

$$g(x) = -x^2 - 2 + 2\ln x$$

(ln désigne le logarithme népérien).
g' désignant la fonction dérivée de g, calculer $g'(x)$.
Étudier le sens de variation de g. Calculer $g(1)$.
En déduire le signe de g sur l'intervalle $]0~;~+\infty$.

2. On désigne par f la fonction définie sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$ par

$$f(x) = -x + 5 - 2\frac{\ln x}{x}.$$

On désigne par (C) sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthonormal $\left(\text{O},~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$ (unités graphiques : 1 cm).

a. Étudier les limites de $f(x)$ quand x tend vers $+\infty$ et quand x tend vers 0.

b. f' désignant la fonction dérivée de f calculer $f'(x)$.
Montrer que $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^2}$. En déduire le signe de f'.
Dresser le tableau de variations de f.

c. Montrer que la droite (D) d'équation $y = -x + 5$ est une asymptote à la courbe (C).
Étudier la position de (C) par rapport à (D).

d. Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α dans l'intervalle $[1~;~5]$.
Donner un encadrement de α d'amplitude 10^{-1}.

e. Tracer (D) et (C).

3. **a.** Calculer la dérivée de la fonction u définie sur $]0~;~+\infty[$ par $u(x) = (\ln x)^2$.
En déduire une primitive H de la fonction h définie sur $]0~;~+\infty[$ par $h(x) = \dfrac{\ln x}{x}$.

b. On désigne par E la partie du plan limitée par la courbe (C), la droite (D) et les droites d'équations $x = 1$ et $x = \text{e}$.
Mettre E en évidence sur le graphique.
Calculer l'aire, en cm^2, de cette partie E.

∽ Baccalauréat ES Métropole septembre 1995 ∾

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Le tableau ci-dessous donne l'évolution de l'épargne des ménages (en milliards de francs) en France, entre 1981 et 1988.

Année	1981	1992	1983	1984	1985	1986	1987	1988
x_i : rang de l'année	1	2	3	4	5	6	7	8
y_i : épargne des ménages	417	458	459	447	465	463	417	475

1. Représenter le nuage de points associé à cette série statistique, dans un plan rapporté à un repère orthogonal ; on choisira pour unités graphiques :
   - sur l'axe des abscisses, 1 cm pour une année
   - sur l'axe des ordonnées, 2 cm pour 10 milliards de francs.

   N. B. - On ne cherchera pas à faire apparaître l'origine sur la feuille.
2. **a.** Déterminer le taux d'accroissement annuel de l'épargne des ménages pour chacune des années de 1982 à 1988 (on exprimera le résultat en pourcentage avec une décimale) ; par exemple, pour 1984, ce taux est :

$$\frac{447-459}{459} = -0,026\,\% \quad \text{soit } -2,6\,\%$$

   b. Quelle est, sur la période 1982–1988, la moyenne M des taux calculés en a. ? (On exprimera le résultat en pourcentage.)
3. Pour effectuer une prévision sur le montant ultérieur de l'épargne, on peut utiliser un ajustement logarithmique, de la forme

$$y = a\ln x + b, \quad \text{où } a \text{ et} b \text{ sont deux nombres réels.}$$

   a. Calculer a et b sachant que la courbe d'ajustement passe par les deux points M(1 ; 417) et M(8 ; 475).

   b. En déduire, selon ce procédé, le montant prévisionnel E (arrondi à l'unité prés) de l'épargne des ménages pour 1995.

EXERCICE 2 **5 points**

Enseignement obligatoire

Dans un immeuble de vacances, il y a 50 studios et 60 appartements de type F1 en location. L'agence chargée de la location fournit les renseignements suivants :

	Type d'appartement			
	Studio		F1	
	Adultes	Enfants	Adultes	Enfants
Nombre de lits	2	2	2	3

Chaque vacancier, adulte ou enfant, a une fiche à l'agence de location.
On suppose que chaque lit est occupé par une seule personne.
Chaque logement est loué par deux adultes avec enfants, et tous les lits sont occupés.
On tire, au hasard, la fiche d'un vacancier de l'immeuble.

1. Quelles sont les probabilités des évènements suivants :
   — S : « Le vacancier habite un studio » ;

— F : « Le vacancier habite un F1 » ;
— A : « Le vacancier est un adulte » ;
— E : « Le vacancier est un enfant » ;

2. Quelle est la probabilité de tirer la fiche d'un enfant habitant un F1 ?
3. On tire la fiche d'un enfant. Quelle est la probabilité pour qu'il habite un studio ?

EXERCICE 2 **5 points**
Enseignement de spécialité

Le président d'une association sportive constate que, chaque année, l'association garde 75 % de ses anciens adhérents et qu'il y a 800 nouveaux adhérents.
On suppose que l'évolution du nombre des adhérents reste la même au fil des ans. On se propose d'étudier cette évolution.
On note u_n le nombre d'adhérents au bout de n années.
On sait qu'au démarrage de l'association, il y avait 1 600 adhérents, soit $u_0 = 1600$.

1. Calculer u_1 et u_2.
2. Montrer que, pour tout n, $u_{n+1} = 0,75u_n + 800$.
3. On pose $v_n = 3200 - u_n$.
   a. Calculer v_0.
   b. Vérifier que $v_{n+1} = 0,75v_n$. Quelle est la nature de la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$?
   En déduire l'expression de v_n en fonction de n.
   c. En déduire que $u_n = 3200 - 1600 \times (0,75)^n$.
   Étudier la limite de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$. Que peut-on en déduire concernant le nombre d'adhérents de l'association ?

PROBLÈME **10 points**

On considère les fonctions u et v définies sur $[0\ ;\ +\infty[$ par :

$$u(x) = \mathrm{e}^{0,5x} \quad \text{et} \quad v(x) = \frac{1}{4}(x+2)^2.$$

Sur la figure placée à la fin de l'énoncé, on a donné les courbes représentatives $\mathscr{C}_u$ et $\mathscr{C}_v$ de ces deux fonctions, dans le plan muni d'un repère orthogonal (unités graphiques : 2 cm sur l'axe des abscisses, 1 cm sur l'axe des ordonnées).
Les courbes $\mathscr{C}_u$ et $\mathscr{C}_v$ se coupent aux points d'abscisses 0 et α.
La but du problème est de comparer u et v, à travers leur différence puis leur quotient.

Partie A

En utilisant le graphique, on va étudier la différence entre u et v. Pour tout $x \in [0\ ;\ +\infty[$, on pose $b(x) = v(x) - u(x)$.

1. a. Vérifier que $b'(x) = \dfrac{1}{2}\left(x + 2 - \mathrm{e}^{0,5x}\right)$.
   b. La droite D d'équation $y = x + 2$ a été tracée sur le graphique. On appelle β l'abscisse du point d'intersection de D et $\mathscr{C}_u$.
   Déterminer graphiquement, suivant les valeurs de x, le signe de $b'(x)$. En déduire les variations de b sur $[0\ ;\ +\infty[$.
2. Soient M et N les points d'abscisse x, situés respectivement sur les courbes $\mathscr{C}_u$ et $\mathscr{C}_v$. On a ainsi $b(x) = y_N - y_M$ où y_M désigne l'ordonnée du point M et y_N l'ordonnée du point N.
   Utiliser cette propriété pour construire, sur la figure donnée et sans faire aucun calcul, la courbe représentative Γ de b. On construira, en particulier, les points d'abscisses $1, 2, \alpha, \beta$ et on indiquera la tangente de Γ en 0.

Partie B

On va maintenant étudier les variations du quotient q des deux fonctions u et v.
Pour tout $x \in [0\ ;\ +\infty[$, soit $q(x) = \dfrac{u(x)}{v(x)}$ et soit $f(x) = \ln[q(x)]$.

1. Expliquer pourquoi les fonctions q et f ont les mêmes variations.

2. **a.** Montrer que $f(x) = 2\ln(x+2) - 2\ln 2 - \dfrac{x}{2}$.

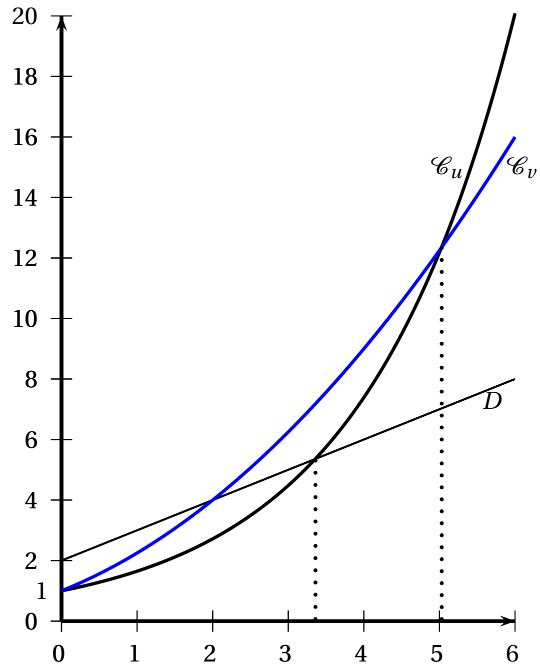
Calculer la dérivée de f, étudier son signe, et en déduire les variations de q.

b. Vérifier que, pour tout $x \in]0\ ;\ +\infty[$,

$$q(x) = \frac{(0,5x)^2}{\text{e}^{0,5x}} \times \frac{(x+2)^2}{x^2}.$$

En déduire la limite de q en $+\infty$.

c. Dresser le tableau de variations de q.



Baccalauréat ES Polynésie septembre 1995

EXERCICE 1 **4 points**
Commun à tous les candidats

On considère le polynôme

$$P(x) = 2x^3 - 9x^2 + x + 12.$$

1. Calculer $P\left(\dfrac{3}{2}\right)$.
2. Dresser le tableau des valeurs $P(x)$ pour x entier dans l'intervalle $[-2\,;\,5]$.
3. Trouver deux racines réelles de l'équation

$$2\mathrm{e}^{3x} - 9\mathrm{e}^{2x} + \mathrm{e}^{x} + 12 = 0.$$

EXERCICE 2 **6 points**
Enseignement obligatoire

Une coopérative agricole peut louer chaque jour, pour la journée, trois tracteurs identiques.
En désignant par N le nombre de tracteurs demandés chaque jour, la coopérative a pu établir les probabilités des valeurs de N sous la forme du tableau suivant

N	0	1	2	3	4	5	6 et plus
p	0,22	0,34	0,26	0,13	0,04	0,01	0

On note X la variable aléatoire égale au nombre de tracteurs loués un jour donné.

1. Donner la loi de probabilité de X.
2. Pour la location d'un tracteur à la journée la coopérative demande 2 400 F à l'utilisateur. Le coût d'entretien de **l'ensemble des tracteurs** est de 800 F par jour, quel que soit le nombre d'engins loués, auquel s'ajoutent 600 F par jour pour chaque engin effectivement utilisé.
   a. Montrer que le bénéfice de la coopérative (en francs) est par jour
   $B = 1\,800X - 800$.
   b. Donner, sous forme de tableau, les différentes valeurs possibles du bénéfice quotidien et les probabilités associées.
   c. Calculer l'espérance mathématique du bénéfice quotidien.

EXERCICE 2 **6 points**
Enseignement obligatoire

Une urne A contient 4 boules noires et 2 boules blanches.
Une urne B contient 1 boule noire et 3 boules vertes.
On tire simultanément trois boules, deux dans l'urne A et une dans l'urne B.

1. a. Quelle est la probabilité que les deux boules tirées de A soient noires ?
   Montrer que la probabilité de tirer trois boules noires est égale à $\dfrac{1}{10}$
   (« tirage noir »)
   b. On tire trois boules de trois couleurs différentes ; préciser pour chacune des couleurs l'urne d'origine de la boule correspondante.
   Quelle est la probabilité de l'évènement « les trois boules tirées sont de trois couleurs différentes » ?

2. On répète cinq fois de suite le tirage de trois boules, en remettant à chaque fois les boules tirées dans leurs urnes respectives, de sorte que l'on peut considérer les tirages successifs comme indépendants.

Quelle est la probabilité que, sur les cinq tirages, on ait obtenu deux fois exactement un « tirage noir » ?

N. B. : Les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles.

PROBLÈME **10 points**

N. B. : Toutes les réponses doivent être justifiées.

Soit f la fonction définie dans $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = x + \frac{2}{\mathrm{e}^x + 1}.$$

Sa courbe représentative, dans un plan muni d'un repère orthonormé $\left(\mathrm{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ (unité graphique : 3 cm), est notée $\mathscr{C}$.

1. a. Calculer les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$.

b. Calculer $f'(x)$, où f' désigne la fonction dérivée de f.
En déduire le sens de variation de f dans $\mathbb{R}$, et dresser son tableau de variations.

2. a. Montrer que les droites D_1, d'équation $y = x$, et D_2 d'équation $y = x+2$, sont asymptotes à la courbe $\mathscr{C}$. Préciser les positions de D_1 et de D_2 par rapport à $\mathscr{C}$.

b. Donner une équation de la tangente T de $\mathscr{C}$ au point A d'abscisse 0.

c. Après l'avoir recopié, compléter le tableau suivant, avec des valeurs décimales arrondies à 10^{-2} près.

x	-3	$-2,5$	-2	$-1,5$	-1	$-0,5$	0
$f(x)$			$-0,24$		0,46	0,74	

x	0,5	1	1,5	2	2,5	3
$f(x)$	1,26	1,54		2,24		3,09

d. Représenter D_1, D_2, T et $\mathscr{C}$.

3. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ possède une solution unique α dans $[-3~;~3]$, puis donner un encadrement de α d'amplitude 2.10^{-2}.

4. On se propose de déterminer l'aire $\mathscr{A}$, en cm^2, de la partie du plan limitée par la courbe $\mathscr{C}$, la droite D_1, et les droites d'équations $x = 2$ et $x = 3$.

a. Hachurer cette partie du plan sur le graphique.

b. Vérifier que $\dfrac{2}{\mathrm{e}^x + 1} = 2 - \dfrac{2u'(x)}{u(x)}$ où $u(x) = \mathrm{e}^x + 1$ et où u' est la dérivée de u.

En déduire une primitive de $g(x) = \dfrac{2}{\mathrm{e}^x + 1}$.

c. Calculer $\mathscr{A}$; en donner la valeur exacte, puis une valeur décimale approchée à 10^{-2} près par défaut.

Baccalauréat ES Sportifs de haut-niveau octobre 1995

EXERCICE 1 **4 points**
Commun à tous les candidats

Le tableau ci-dessous donne, pour les années impaires, le taux de chômage de la population active entre 1973 et 1993 (source : *INSEE - Ministère du travail* 1994).

année	73	75	77	79	81	83	85	87	89	91	93
rang de l'année (x_i)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
taux de chômage en % (y_i)	2,5	3,9	4,8	6	7,1	8	9,9	10,5	9,8	10,4	12

1. Représenter dans un repère orthonormal (unité graphique : 1 cm) le nuage de points de la série statistique $(x_i\ ;\ y_i)$ et placer le point moyen G, après avoir donné ses coordonnées x et y (arrondies à 10^{-1} près).
2. **a.** Déterminer l'approximation décimale arrondie à 10^{-2} près du coefficient de corrélation linéaire de la série $(x_i\ ;\ y_i)$ (on ne demande pas de présenter les calculs intermédiaires).
   Un ajustement affine est-il justifié ?

   b. Donner, sous la forme $y = ax + b$, l'équation de la droite de régression de y en x (on donnera pour a et b les approximations décimales arrondies à 10^{-1} près).
   Construire cette droite sur le graphique de la question 1.

   c. Si l'on utilisait l'équation précédente, quel taux de chômage pourrait-on prévoir pour l'année 1995 ?

EXERCICE 2 **5 points**
Enseignement obligatoire

Un examen comportant deux épreuves vient d'avoir lieu. On appelle N_1 la note obtenue à la première épreuve, et N_2 celle obtenue à la deuxième. Un étudiant est reçu à l'examen si, à chacune des deux épreuves, sa note est supérieure ou égale à 10.
Le tableau ci-dessous donne une répartition des notes des 350 étudiants qui ont subi les deux épreuves de l'examen.

	$N_1 < 10$	$10 \leqslant N_1 < 12$	$N_1 \geqslant 12$	Total
$N_2 < 10$	70			210
$N_2 \geqslant 10$				
Total	140			350

On sait, de plus, que
- pour 20 % des étudiants, $N_1 \geqslant 12$;
- parmi les étudiants pour lesquels $N_1 \geqslant 12$, il y en a 80 % pour lesquels $N_2 \geqslant 10$.

1. Recopier et compléter le tableau précédent. On expliquera seulement pourquoi il y a 56 étudiants pour lesquels $N_1 \geqslant 12$ et $N_2 \geqslant 10$.
2. On décide de choisir au hasard un étudiant parmi les 350 qui ont subi les deux épreuves de l'examen.
   À l'aide du tableau, donner les probabilités que :

   a. ses deux notes soient strictement inférieures à 10 ;

   b. sa note à la deuxième épreuve soit strictement inférieure à 10, sachant que la note qu'il a obtenue à la première épreuve est strictement inférieure à 10 ;

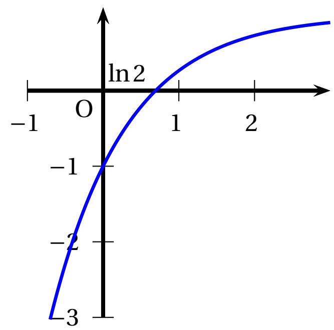
   c. cet étudiant soit reçu à l'examen.

PROBLÈME **11 points**

Partie A

Étude graphique de f sur $[-1 ; 3]$

Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$, dont la dérivée est notée f'.
À l'aide d'un ordinateur, on a tracé ci-dessous la courbe Γ, représentative de f' sur l'intervalle $[-1 ; 3]$, dans un repère orthogonal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.



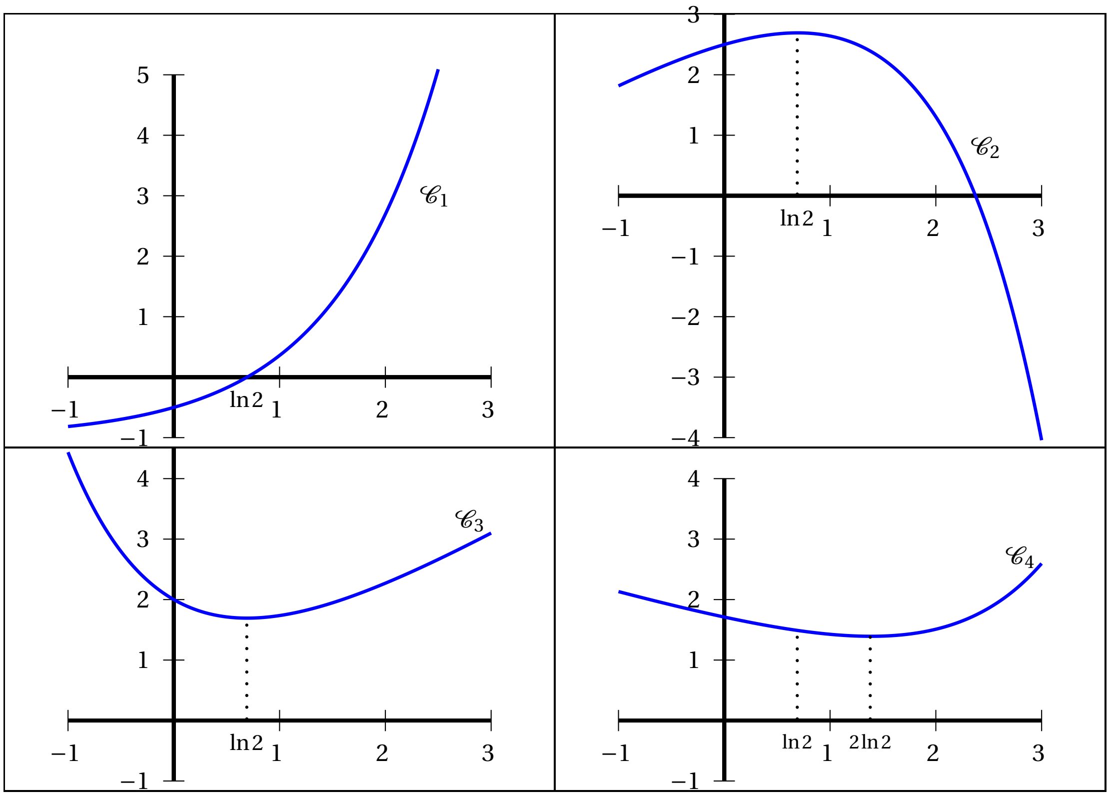
Représentation graphique de f'

On répondra, à l'aide de cette figure, aux questions posées dans cette partie.

1. **a.** Dresser le tableau de variations de f sur l'intervalle $[-1 ; 3]$.
   Préciser pour quelle valeur de x, la fonction f admet un extremum.

   b. $\mathscr{C}_f$ désignant la courbe représentative de f dans un repère $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, donner le coefficient directeur de la tangente de cette courbe, au point d'abscisse 0.

2. Parmi les courbes $\mathscr{C}_1, \mathscr{C}_2, \mathscr{C}_3$ et $\mathscr{C}_4$ représentées ci-dessous, se trouve la courbe $\mathscr{C}_f$.
   Indiquer celles qui ne conviennent pas, en donnant pour chacune une justification.



Partie B

Étude de la fonction f sur $\mathbb{R}$

Dans cette partie, on se propose d'étudier sur $\mathbb{R}$, par le calcul, la fonction f de la partie A.
On admet que f est définie, pour tout x de $\mathbb{R}$, par

$$f(x) = x + 2\mathrm{e}^{-x}.$$

1. **a.** Déterminer la limite de f en $+\infty$.

   b. Montrer que la droite D d'équation $y = x$ est asymptote à la courbe $\mathscr{C}_f$ et préciser la position relative de D et de $\mathscr{C}_f$.

2. Montrer que, pour tout réel x, $f(x) = \mathrm{e}^{-x}\left(x\mathrm{e}^{x} + 2\right)$.
   En déduire la limite de f en $-\infty$ (on admet que $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} x\mathrm{e}^{-x} = 0$).

3. Calculer $f'(x)$. Dresser le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$.

4. **a.** Déterminer une équation de la tangente de $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 0.

   b. Existe-t-il des droites tangentes à $\mathscr{C}_f$ parallèles à D ?
   Justifier la réponse.

5. Calculer $\displaystyle\int_0^{\ln 2} f(x)\,\mathrm{d}x$.
   On donnera la valeur exacte, puis l'approximation décimale arrondie à 10^{-2} près.
   Décrire une partie du plan ayant pour aire (en unité d'aire) la valeur trouvée.

☙ Terminale ES Nouvelle-Calédonie novembre 1995 ❧

EXERCICE 1 **4 points**

Le niveau sonore $d(I)$, en décibels (db), d'un son d'intensité I est donné par la formule :
$d(I) = \dfrac{10}{\ln 10}(\ln I - \ln I_0)$, où I_0 est l'intensité du seuil d'audibilité de l'oreille humaine.

1. Une voix humaine produit un son dont l'intensité I est égale à $10^6 I_0$.
   Calculer le niveau sonore $d(I)$, en décibels, atteint par cette voix humaine.
2. Calculer $\dfrac{I_1}{I_0}$, $\dfrac{I_2}{I_0}$ puis $\dfrac{I_2}{I_1}$ lorsque :
   I_1 correspond à un niveau sonore de 90 db (au-delà de ce niveau, on considère qu'il y a danger et risque de surdité).
   I_2 correspond à un niveau sonore de 120 db (c'est le niveau sonore atteint par un concert des « Who » en 1976).
3. Dans cette question, I_1 et I_2 désignent des intensités quelconques ; on suppose $I_1 \leqslant I_2$.
   a. Montrer que $d(I_2) - d(I_1) = \dfrac{10}{\ln 10}(\ln I_2 - \ln I_1)$.
   b. Calculer cette différence $d(I_2) - d(I_1)$, arrondie au dixième le plus proche, lorsque $I_2 = 2I_1$.
   c. Déterminer $\dfrac{I_2}{I_1}$ lorsque $d(I_2) - d(I_1) = 15$, puis justifier l'affirmation suivante :
   « 115 décibels, c'est environ 32 fois plus fort que 100 décibels ».

EXERCICE 2 **5 points**
Enseignement obligatoire

Au secrétariat d'un lycée, chaque élève a un dossier scolaire. Tous ces dossiers sont regroupés dans une même armoire. On a les données suivantes :
— 20 % des élèves de ce lycée sont internes, 50 % sont demi-pensionnaires et 30 % sont externes ;
— 60 % des internes sont des garçons ;
— 50 % des demi-pensionnaires sont des filles ;
— 10 % des externes sont des garçons.

1. On extrait au hasard un dossier d'élève de l'armoire. Quelle est la probabilité d'obtenir le dossier :
   a. d'une fille interne ?
   b. d'une fille ?
   c. d'un garçon ?
   d. d'un demi-pensionnaire sachant que c'est le dossier d'une fille ?
2. Soit A l'évènement « le dossier extrait est celui d'un garçon externe ».
   Montrer que la probabilité de A est égale à 0,03.
3. On extrait au hasard un dossier de l'armoire, on regarde ce que l'on obtient, puis on le replace dans l'armoire. On répète cinq fois cette expérience.
   a. Quelle est la probabilité d'obtenir ainsi, les dossiers de cinq garçons externes ?
   b. Quelle est la probabilité d'obtenir ainsi, les dossiers de cinq garçons externes ?

EXERCICE 2 **5 points**
Enseignement de spécialité

On a rangé en vrac dans une boîte neuf cartes postales indiscernables au toucher. Cinq de ces cartes proviennent de France, une provient d'Australie et trois des États-Unis.

Partie A - On tire simultanément et au hasard 3 cartes de la boîte.

1. Montrer que la probabilité de n'obtenir aucune carte de France parmi les 3 cartes tirées est égale à $\dfrac{1}{21}$.
2. Calculer la probabilité des évènements suivants :

   E1 : « Lors d'un tirage, obtenir une carte de chaque pays ».

   E2 : « Lors d'un tirage, obtenir au moins une carte de France ».
3. Soit X la variable aléatoire qui associe, à chaque tirage de 3 cartes de la boîte, le nombre de cartes de France obtenues.
   Déterminer la loi de probabilité de X. Les différentes probabilités seront données sous forme de fractions irréductibles et le résultats seront rassemblés dans un tableau.

Partie B -

1. On répète ce tirage cinq fois de suite en remettant à chaque fois les 3 cartes tirées dans la boîte.
   Quelle est la probabilité de l'évènement : « lors de ces cinq tirages, deux fois et deux fois seulement, on n'obtient aucune carte de France ».
   Donner une valeur approchée à 10^{-3} près du résultat.
2. On répète ce tirage n fois de suite en remettant à chaque foi les 3 cartes tirées dans la boîte.
   À partir de quelle valeur de n, la probabilité d'obtenir au moins un tirage sans carte de France est-elle supérieure ou égale à $0,95$?

PROBLÈME **5 points**

La fonction f est une fonction numérique définie sur l'intervalle $]-1\,;\,+\infty[$.
On sait qu'il existe deux réels a et b tels que :

$$\text{pour tout } x > -1,\ f(x) = 2 + \frac{a}{(x+1)} + \frac{b}{(x+1)^2},$$

de plus, le tableau de variation de f est donné ci-dessous (où f' désigne la fonction dérivée de f) :

x	-1		1		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$		$-$	
$f(x)$	‖ $-\infty$	↗	$\frac{9}{4}$	↘	2

1. **a.** Calculer $f'(x)$ en fonction de a et b.

   b. En utilisant les données du tableau de variation de f et la question a., déterminer les réels a et b.

   On trouve donc : pour tout $x > -1$,

   $$f(x) = 2 + \frac{1}{(x+1)} + \frac{1}{(x+1)^2}.$$
2. Montrer que l'équation $f(x) = 1$ admet une seule solution α et que α appartient à l'intervalle $[-0,5\,;\,0]$. Donner une valeur approchée décimale de α à 10^{-1} près par défaut.
3. Le plan est muni d'un repère orthonormal $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ (unité graphique : 2 cm).
   Soit (C) la courbe représentative de f dans ce repère. Déduire du tableau de variation de f que (C) possède deux asymptotes (d_1) et (d_2) dont on donnera une équation. Construire (C), (d_1) et (d_2).

4. **a.** Étudier le signe de $f(x)$ sur $]-1\ ;\ +\infty[$ en utilisant le tableau de variation.

   b. Déterminer une primitive de f sur $]-1\ ;\ +\infty[$.

   c. Calculer l'aire, en cm^2, de la partie du plan située entre la courbé (C), l'axe des abscisses du repère et les droites d' équations $x = -\dfrac{1}{2}$ et $x = 1$.

5. Soit g la fonction définie sur $\left]-\frac{1}{2}\ ;\ +\infty\right[$ par $g(x) = \ln(f(x))$. En utilisant les fonctions composées, déduire les variations de g de celles de f.

∽ Baccalauréat ES Amérique du Sud décembre 1995 ∾

EXERCICE 1 **6 points**

Le tableau ci-dessous donne l'indice des prix en France de 1950 à 1990.

Année	1950	1955	1960	1965	1970	1975	1980	1985	1990
Rang de l'année : x	0	5	10	15	20	25	30	35	40
Indice : y	100	131	176	212	262	400	658	1 040	1 211

Source : *Quid 1995.*

(Tous les résultats demandés seront arrondis à 10^{-4} près.)

1. **a.** Représenter graphiquement le nuage de points $M(x\ ;\ y)$.
   On prendra pour origine du repère le point correspondant à $x = 0$ et
   $y = 100$.
   1 cm pour 5 années en abscisses.
   1 cm pour 100 points d'indice en ordonnées.

   b. Expliquer pourquoi on ne peut pas envisager un ajustement linéaire de cette série statistique.
2. On pose $t = \ln y$ (ln désigne le logarithme népérien).

   a. Donner le tableau de la nouvelle série statistique $(x\ ;\ t)$.

   b. Représenter le nuage de points $P(x\ ;\ t)$.
   On prendra pour origine du repère le point correspondant à $x = 0$ et $t = 0$.
   1 cm pour 5 années en abscisses.
   1 cm pour 1 unité en ordonnées.
3. (Pour les résultats suivants, le détail des calculs n'est pas demandé.)

   a. Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre x et t.
   Que peut-on en déduire ?

   b. Déterminer une équation de la droite de régression de t en x par la méthode des moindres carrés.
   Construire cette droite sur le graphique.

   c. En supposant que la tendance ne change pas, donner une estimation de l'indice des prix en 1993.

EXERCICE 2 **4 points**

On considère un dé cubique dont les faces sont numérotées de 1 à 6.
On désigne par P_i la probabilité d'apparition de la face numérotée i lors d'un lancer du dé.
Ces probabilités vérifient les trois conditions suivantes :

- P_1, P_3, P_5 sont, dans cet ordre, les termes consécutifs d'une suite arithmétique de raison $\frac{1}{8}$.
- P_2, P_4, P_6 sont, dans cet ordre, les termes consécutifs d'une suite géométrique de raison $\frac{1}{2}$.
- $3P_1 = 2P_2$.

1. Exprimer tous les P_i en fonction de P_1.
   En déduire la valeur de P_1. Vérifier que $P_6 = \dfrac{1}{24}$.
2. Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre pair lors d'un lancer du dé ?
3. On lance le dé 6 fois de suite.

   a. Quelle est la probabilité d'obtenir exactement deux fois le nombre 6 ?

b. Quelle est la probabilité d'obtenir au moins une fois le nombre 6 ?
(Ces deux résultats seront donnés sous forme décimale arrondie à 10^{-4} près.)

PROBLÈME **10 points**

Partie I

On désigne par g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$g(x) = 1 - x\mathrm{e}^{-x}.$$

1. Soit g' la fonction dérivée de la fonction g. Calculer $g'(x)$ et vérifier que $g'(x) = (x-1)\mathrm{e}^{-x}$.
2. Étudier le sens de variation de la fonction g et dresser le tableau de variations. (Les limites de g aux bornes de $\mathbb{R}$ ne sont pas demandées).
3. En déduire le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x.

Partie II

On désigne par f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x + 2 + (x+1)\mathrm{e}^{-x}.$$

Soit (C) ja courbe représentative de f dans un repère orthonormal $\left(\mathrm{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ (unité graphique : 2 cm).

1. **a.** Déterminer les limites de f en $-\infty$ et $+\infty$.
   b. f' désignant la fonction dérivée de f, calculer $f'(x)$ et vérifier que $f'(x) = g(x)$.
   c. En déduire le sens de variation de f et dresser le tableau de variation.
2. Démontrer que la droite (D) d'équation $y = x + 2$ est asymptote à la courbe (C).
   Préciser la position de la courbe (C) par rapport à cette asymptote.
3. Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une seule solution α dans l'intervalle $[-2\,;\,-1]$.
   À l'aide de la calculatrice, donner un encadrement de α d'amplitude 10^{-1}.
4. Tracer (D) et (C) dans le repère $\left(\mathrm{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.

Partie III

1. Soit H la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$H(x) = (-x-2)\mathrm{e}^{-x}.$$

   Démontrer que H est une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction h définie par $h(x) = (x+1)\mathrm{e}^{-x}$.
2. Soit λ un nombre réel strictement positif.
   Exprimer en fonction de λ l'aire en cm^2 de la partie du plan limitée par la courbe (C), la droite (D), l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x = \lambda$. Quelle est la limite de cette aire quand λ tend vers $+\infty$?