# Baccalauréat SMS 1995

# L'intégrale de juin à septembre 1995

# Baccalauréat SMS Antilles-Guyane juin 1995

**EXERCICE 1** **11 points**

Les deux parties peuvent être traitées indépendamment.

**Partie A**

On a relevé à un moment donné le taux de cholestérol (exprimé en grammes par litre de sang) et l'âge (en années) d'un échantillon de la population d'une région.
Les résultats sont consignés dans le tableau d'effectifs à double entrée ci-après.
On peut lire, par exemple, que dans l'échantillon considéré il y a 8 individus entre 50 et 60 ans qui ont un taux de cholestérol compris entre 2,0 et 2,2 g.

| Taux \ Âge | [20 ; 30[ | [30 ; 40[ | [40 ; 50[ | [50 ; 60[ | [60 ; 70[ | 70 et plus | Totaux |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| [1,6 ; 1,8[ | 23 | 15 | 12 | 9 | 5 | 4 | 68 |
| [1,8 ; 2,0[ | 14 | 13 | 11 | 9 | 7 | 5 | 59 |
| [2,0 ; 2,2[ | 4 | 9 | 7 | 8 | 10 | 7 | 45 |
| [2,2 ; 2,4[ | 0 | 3 | 5 | 5 | 8 | 9 | 30 |
| [2,4 ; 2,6[ | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 18 |
| Totaux | 42 | 42 | 38 | 34 | 34 | 30 | 220 |

1. On affirme que plus de 47 % des individus de l'échantillon ont un taux de cholestérol appartenant à l'intervalle [1,8 ; 2,2[. Cette affirmation est-elle vraie ? Justifiez votre réponse.
2. Quelle est la probabilité qu'un individu pris au hasard dans la classe d'âge [50 ; 60[ ait un taux de cholestérol appartenant à l'intervalle [1,8 ; 2,2[ ?

**Partie B**

On s'intéresse maintenant à un nouveau tableau dans lequel figure le taux moyen de cholestérol par tranche d'âge (on a remplacé les intervalles par leur centre).

| Âge | 25 | 35 | 45 | 55 | 65 | 75 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Taux moyen | 1,82 | 1,93 | 1,98 | 2,01 | 2,09 | 2,14 |

1. Représenter par un nuage de points cette nouvelle série statistique. On utilisera un repère orthogonal dans lequel les âges seront portés en abscisses (unité : 2 cm pour 10 ans) et les taux de cholestérol en ordonnées (unité graphique 5 cm).
2. **a.** On appelle $G_1$ le point moyen des trois premiers points du nuage et $G_2$ celui des trois derniers.

   Calculer les coordonnées de $G_1$ et $G_2$ et tracer la droite $(G_1G_2)$ sur le graphique.

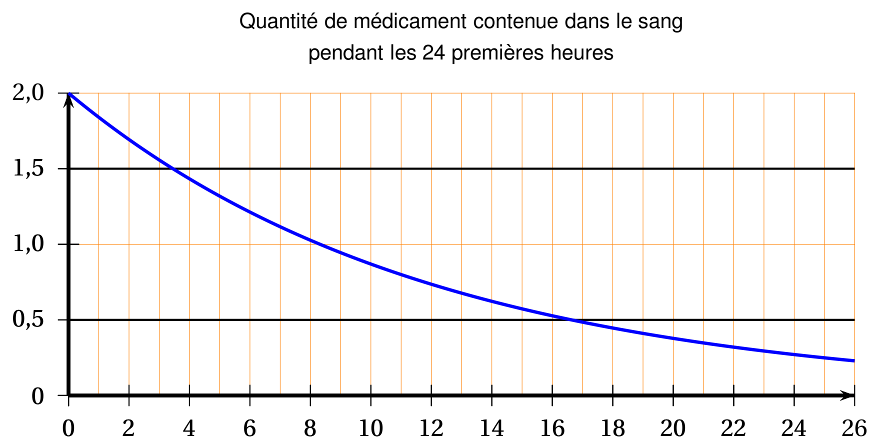
   **b.** Déterminer graphiquement, en faisant apparaître les constructions utiles, le taux moyen de cholestérol d'un individu de 15 ans.
3. On veut déterminer l'équation de la droite $(G_1G_2)$ sous la forme : $y = mx + p$.

   **a.** Montrer que $0,006$ et $1,71$ sont respectivement des valeurs approchées de $m$ et $p$.

   **b.** Retrouver par le calcul le résultat obtenu au 2.b.

**EXERCICE 2** **9 points**

On injecte à un malade une dose de 2 centimètres cubes d'un certain médicament M.
La quantité de ce médicament présente dans le sang du malade pendant les 24 heures suivant l'injection est donnée par la courbe ci-dessous :




On remarquera que cette quantité diminue, du fait de l'élimination naturelle.

1. À l'aide du graphique :
   **a.** Déterminer combien de temps s'est écoulé après l'injection pour que la quantité présente dans le sang soit la moitié de la dose injectée, qui était de deux centimètres cubes.
   **b.** Donner une approximation, à l'unité près, du pourcentage de la quantité restant dans le sang au bout de vingt-quatre heures, par rapport à la dose injectée.
2. On admet que la quantité de médicament $g(t)$ (exprimée en cm3) contenue dans le sang après un temps $t$ (exprimé en heures) est donnée par la formule :

$$g(t) = 2\mathrm{e}^{-\frac{t}{12}}.$$

   **a.** Calculer $\dfrac{g(24)}{g(0)}$.
   **b.** Résoudre l'équation d'inconnue $t$,

$$g(t) = \frac{1}{2}g(0).$$

   **c.** Quels liens existe-t-il entre les résultats a. et b. ci-dessus et la question 1. ?

# ∽ Baccalauréat SMS La Réunion juin 1995 ∾

**EXERCICE 1** **8 points**

Le sang humain est classé en 4 groupes distincts : A, B, AB, O.
Indépendamment du groupe, le sang peut posséder le facteur RHÉSUS. Si le sang d'un individu possède ce facteur, il est dit de RHÉSUS POSITIF noté Rh+. Dans le cas contraire, l'individu est dit de RHÉSUS NEGATIF noté Rh-.

Une étude statistique, portant sur un effectif de 10 000 personnes a donné les résultats suivants :

40 % des personnes sont du groupe A.

10 % des personnes sont du groupe B.

5 % des personnes sont du groupe AB.

Les autres sont du groupe O.

1. Compléter, après l'avoir reproduit, le tableau suivant qui donne la répartition des 10 000 personnes.

| Groupe | A | B | AB | O | Total |
|---|---|---|---|---|---|
| Rh+ | | 810 | | | 8 105 |
| Rh- | 720 | | 85 | | |
| Total | | | | | 10 000 |

2. On prend, au hasard, une personne parmi les 10 000.
Toutes les personnes ont la même probabilité d'être choisies.
Déterminer la probabilité de chacun des évènements suivants :

   $E_1$ : « la personne est du groupe O »,

   $E_2$ : « la personne est de rhésus positif »,

   $E_3$ : « la personne est du groupe O ou de rhésus positif ».

   (On donnera les résultats sous forme décimale)

**EXERCICE 2** **12 points**

Une population homogène de bactéries placées dans un milieu stable se multiplie par MITOSE.
Dans ce problème on va s'intéresser à l'évolution de la densité bactérienne en fonction du temps. La densité bactérienne représente le nombre de bactéries par mm$^3$ et le temps est exprimé en secondes.

**Partie A**

Une série de 6 mesures expérimentales a donné les résultats suivants :

| $x$ (temps en secondes) | 0 | 0,5 | 1 | 1,5 | 2 | 2,5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $d$ (densité) | 0,5 | 1,2 | 3,8 | 10 | 27 | 75 |

1. **a.** On pose $y = \ln d$ ($y$ est le logarithme népérien de $d$).

   Compléter, après l'avoir reproduit, le tableau suivant. On arrondira les valeurs de $y$ au dixième le plus proche.

| $x$ | 0 | 0,5 | 1 | 1,5 | 2 | 2,5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $y = \ln d$ | | | | | | |

   **b.** Construire le nuage de points $M(x, y)$ associé à cette série statistique dans un repère orthogonal.

   On prendra pour unités graphiques :

   4 cm sur l'axe des abscisses;

   2 cm sur l'axe des ordonnées.

2. On note $G_1$, le point moyen des trois premiers points du nuage et $G_2$ celui des trois derniers points.

   **a.** Calculer les coordonnées des points $G_1$ et $G_2$ (On arrondira ces coordonnées au dixième.)

   **b.** Placer $G_1$ et $G_2$ sur le graphique et tracer la droite $(G_1G_2)$.

   **c.** Déterminer, sous la forme $y = mx + p$, l'équation de la droite $(G_1G_2)$.

3. On suppose que $y$ est donné en fonction du temps par $y = 2x - 0,7$.

   **a.** Quelle valeur peut-on prévoir pour $y$ au temps $x = 4$ ?

   **b.** Quelle sera alors la valeur de la densité bactérienne $d$ ? (En donner une valeur approchée à l'unité près.)

**Partie B**

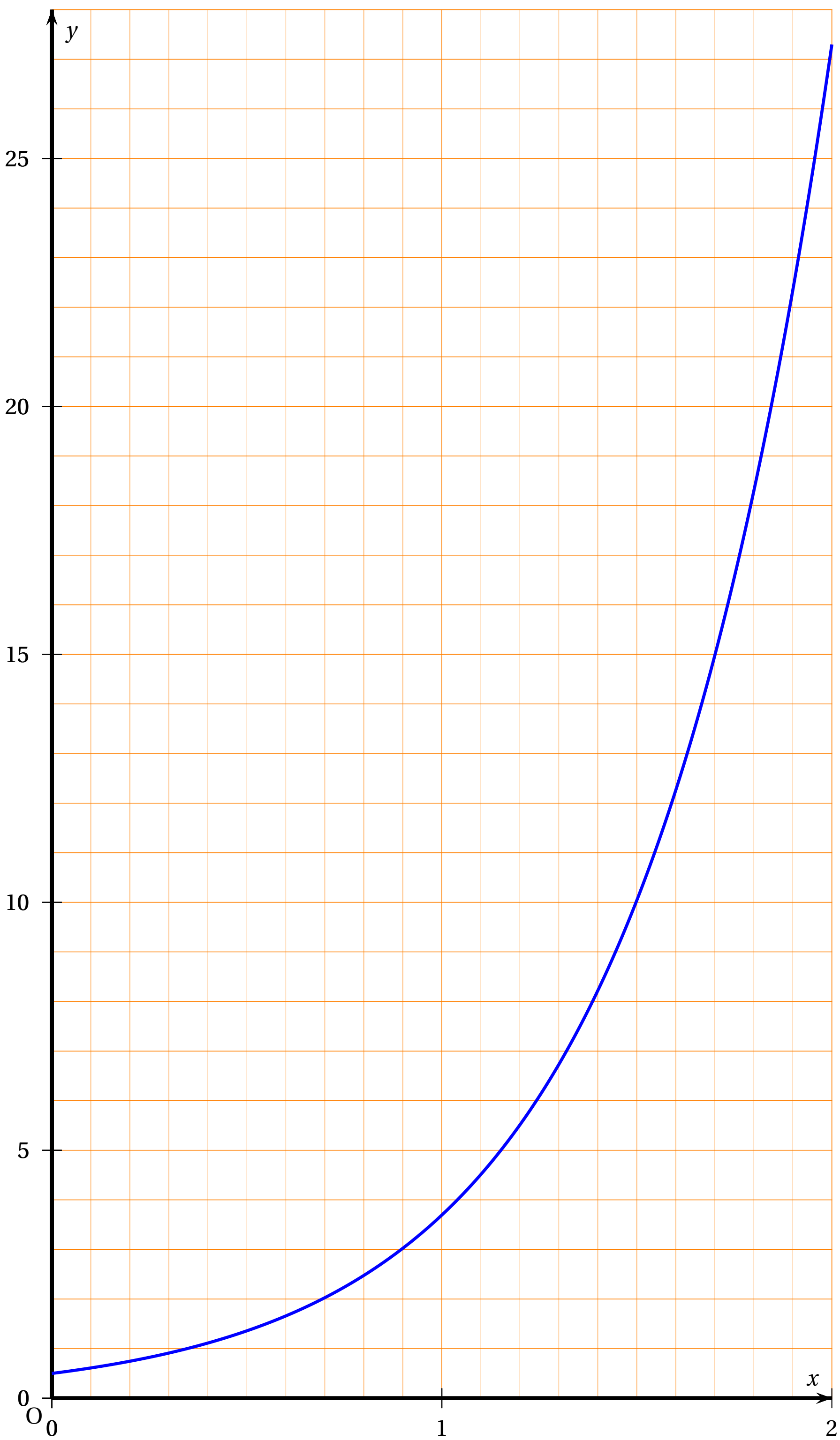
De nombreuses expériences ont permis d'établir que, pour un temps $x$ compris entre 0 et 2 secondes, la densité bactérienne $f(x)$ est approximativement donnée par la relation

$$f(x) = \frac{1}{2}\mathrm{e}^{2x}.$$

La représentation graphique de la fonction $f$ définie sur l'intervalle $[0 ; 2]$ par $f(x) = \frac{1}{2}\mathrm{e}^{2x}$ est donnée sur la feuille annexe que l'on joindra à la copie.

1. Déterminer graphiquement, en faisant apparaître sur le dessin les constructions utiles, la valeur approchée à $10^{-1}$ près de la solution de l'équation $f(x) = 15$.
2. En déduire le temps nécessaire pour que la densité bactérienne initiale de $0,5$ soit multipliée par 30.

**ANNEXE A REMETTRE AVEC LA COPIE**



# ∽ Baccalauréat SMS Métropole juin 1995 ∾

**EXERCICE 1** **9 points**

Le personnel d'un hôpital est réparti en trois catégories :
les médecins, le personnel soignant, le personnel administratif et technique.
Parmi les 350 membres du personnel de cet hôpital, 70 sont des hommes.
Parmi les hommes, 28 sont médecins.
De plus il y a deux fois moins de femmes médecins que d'hommes médecins.

**1.** Dans le tableau suivant des informations sont déjà placées.

| | Nombre d'hommes | Nombre de femmes | TOTAL |
|---|---|---|---|
| Médecins | | | |
| Personnel soignant | | 230 | 250 |
| Personnel administratif et technique | | | |
| TOTAL | | | 350 |

**a.** Compléter ce tableau après l'avoir reproduit.

**b.** Est-il vrai que l'ensemble des médecins représente 12 % de l'ensemble du personnel de cet hôpital ? Justifier votre réponse.

**c.** Parmi les 250 soignants, quel est le pourcentage de femmes ?

**2.** Dans cette question les résultats seront donnés avec deux décimales.

On choisit, au hasard, une personne parmi les 350 membres du personnel.

Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :

— $A$ : « Il s'agit d'un soignant » ;
— $B$ : « Il s'agit d'une femme médecin » ;
— $C$ : « Il s'agit d'une femme ou d'un médecin ».

**EXERCICE 2** **9 points**

**Partie A : Étude d'une fonction**

Soit la fonction $f$ définie sur l'intervalle $I = [0~;~12]$ par :

$$f(t) = 3\text{e}^{-0,1t}.$$

Soit $C$ la courbe représentative de $f$ dans un repère orthogonal $\left(\text{O}~;~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$. (Unités graphiques : 1 cm sur l'axe des abscisses ; 4 cm sur l'axe des ordonnées.)

1. Vérifier que la fonction dérivée $f'$ est définie sur $I$ par :

$$f'(t) = -0,3\text{e}^{-0,1t}.$$

2. En déduire le signe de $f'(t)$ et dresser le tableau de variation de $f$ sur $I$.
3. **a.** Reproduire et compléter le tableau de valeurs numériques suivant. (Les valeurs décimales approchées seront données à $10^{-1}$ près.)

| $t$ | 0 | 1 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(t)$ | | | | | | | | |

**b.** Tracer soigneusement $C$.

**Partie B : Application**

À l'instant $t = 0$, on injecte dans le sang une dose de 3 ml d'un médicament. On se propose d'étudier le processus d'élimination du produit au cours des 12 heures suivant l'injection. La quantité de médicament présente dans le sang (exprimée en ml) en fonction du temps (exprimé en heures) est $f(t)$ où $f$ est la fonction étudiée dans la partie A.

1. **a.** Quelle est, à $10^{-1}$ près, la quantité de médicament présente dans le sang au bout de 4 heures ? de 5 heures 30 minutes ?

   **b.** Vérifier graphiquement les résultats précédents en faisant apparaître sur le schéma de la partie A les constructions utiles.
2. On injecte à un patient une dose de 3 ml du médicament. Lorsque la quantité de produit présente dans le sang devient inférieure à 1,25 ml, on injecte à ce patient une seconde dose.

   Par lecture graphique, en faisant apparaître les constructions utiles, indiquer au bout de combien de temps on procède à la seconde injection.

# Baccalauréat SMS Polynésie juin 1995

**Exercice 1** **8 points**

Pour étudier les mécanismes hormonaux de la puberté, on a mesuré les concentrations de deux hormones : l'œstradiol et l'œstrone, pour un groupe de huit adolescentes.
On désigne par $x_i$, les concentrations en œstradiol (en pg/ml) et par $y_i$, les concentrations en œstrone (en pg/ml).
Les résultats sont consignés dans le tableau suivant :

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x_i$ | 7,5 | 16,5 | 22 | 30 | 42 | 57 | 72 | 77 |
| $y_i$ | 9 | 18,5 | 21,5 | 27 | 34,5 | 50,5 | 59 | 60 |

1. Représenter ces résultats en plaçant dans un repère les points de coordonnées $(x_i\ ;\ y_i)$ ; 1 cm représentant 5 pg/ml sur chaque axe. On obtient ainsi un nuage de points.
2. On désigne par $G_1$ le point moyen associé aux points du nuage ayant les quatre plus petites abscisses et par $G_2$ le point moyen associé aux quatre autres points.
   **a.** Calculer les coordonnées de $G_1$ et de $G_2$ puis tracer la droite $(G_1G_2)$ sur le dessin précédent.
   **b.** Montrer qu'une équation de la droite $(G_1G_2)$ est $y = 0,744x + 4,860$, où les coefficients ont été arrondis à $10^{-3}$ près.
   **c.** En utilisant la droite $(G_1G_2)$, donner une estimation de la concentration en œstrone pour une adolescente dont la concentration en œstradiol serait de 50 pg/ml.

**Exercice 2** **12 points**

On considère la fonction numérique $f$ définie sur l'intervalle $[0,1\ ;\ 6]$ par

$$f(x) = x + 2 - 2\ln x.$$

On désigne par $C$ sa courbe représentative dans un repère orthonormal d'unité 2 cm.

1. **a.** Déterminer la fonction dérivée $f'$ de $f$.
   **b.** Montrer que $f'(x)$ a sur l'intervalle $[0,1\ ;\ 6]$ le même signe que $(x-2)$.
   **c.** En déduire le tableau de variation de $f$ sur l'intervalle $[0,1\ ;\ 6]$ en précisant les valeurs particulières.
2. **a.** Donner les valeurs exactes de $f(1)$ et $f(4)$, puis la valeur décimale arrondie à $10^{-2}$ près de $f(4)$.
   **b.** Calculer le coefficient directeur de la tangente à la courbe $C$ au point de $C$ d'abscisse 1.
   **c.** Tracer les tangentes à la courbe $C$ aux points d'abscisses respectives 1 et 2 ; tracer la courbe $C$. (On rappelle que l'unité graphique est 2 cm).
3. Soit la droite $D$ d'équation $y = x$.
   **a.** Tracer cette droite dans le repère utilisé précédemment.
   **b.** Déterminer les coordonnées du point d'intersection de la courbe $C$ et de la droite $D$.

# Baccalauréat SMS Métropole septembre 1995

**EXERCICE 1** **10 points**

Chaque année le taux de natalité est calculé en divisant le nombre de naissances par le nombre d'habitants du pays.
Lors d'une étude statistique, menée en 1993 par l'INSEE, on a constaté en France, que le taux de natalité était en baisse.
Voici le tableau des résultats constatés :

| Année | 1984 | 1986 | 1988 | 1990 | 1992 |
|---|---|---|---|---|---|
| Rang de l'année $x_i$ | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 |
| Taux en % de natalité $y_i$ | 1,38 | 1,40 | 1,37 | 1,34 | 1,31 |

1. Construire le nuage de points $M\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ associé à cette série statistique dans un repère orthogonal.

   L'axe des abscisses est gradué à partir de 0 et on prendra 1 cm par rang d'année.

   L'axe des ordonnées est gradué à partir de 1 et on prendra 10 cm pour 1 %.
2. On note $G_1$ le point moyen des 2 premiers points et $G_2$ celui des 3 derniers.
   **a.** Calculer les coordonnées de $G_1$ et $G_2$ et tracer la droite $(G_1G_2)$.
   **b.** Déterminer sous la forme $y = mx + p$ une équation de la droite $(G_1G_2)$.
3. On suppose que le taux de natalité $y$ est donné, en fonction du rang $x$ de l'année, par $y = -0,01x + 1,44$.
   **a.** Par le calcul, déterminer le taux de natalité que l'on peut prévoir en l'an 2000.
   **b.** Par lecture graphique, en faisant apparaître sur la figure les constructions utiles, indiquer à partir de quelle année on peut prévoir un taux de natalité inférieur à $1,29$.

**EXERCICE 2** **10 points**

Soit $f$ la fonction définie sur l'intervalle $I = [-3\ ;\ 3]$ par :

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}.$$

**I Reconnaissance de la courbe représentative de $f$**

1. **a.** Démontrer que pour tout $x$ de l'intervalle $I$, la fonction dérivée $f'$ de $f$ est définie par : $f'(x) = \dfrac{4x}{(x^2 + 1)^2}$ .
   **b.** Étudier suivant les valeurs de $x$ le signe de $f'(x)$.
   **c.** Donner le tableau de variation de $f$.
2. Déduire de la question précédente, en justifiant votre réponse, que les courbes $C_1$ et $C_2$, données sur la feuille annexe, ne peuvent pas représenter $f$.

   ON ADMETTRA QUE LA COURBE REPRÉSENTATIVE DE $f$ EST $C_3$

**II Exploitation de la fonction $f$ et de la courbe $C_3$**

1. Montrer que la fonction $f$ est paire. Comment cette propriété se traduit-elle sur la représentation graphique de $f$ ?

2. **a.** Calculer $f(3)$.
   **b.** Donner l'intervalle décrit par $f(x)$ lorsque $x$ décrit l'intervalle $[-3~;~3]$.
3. **a.** Par le calcul, résoudre dans $I$ l'équation : $f(x) = 0$.
   **b.** Par lecture graphique, résoudre dans $I$ l'inéquation : $f(x) \leqslant 0$.

**ANNEXE**