∽ Baccalauréat SMS 1996 ∽

L'intégrale de juin à septembre 1996

Baccalauréat SMS Antilles-Guyane juin 1996

EXERCICE 1 **10 points**

Le tableau suivant donne, pour une population d'enfants de 0 à 24 mois, la taille moyenne (en cm) en fonction de l'âge (en mois).

Âge (en mois)	0	3	6	9	12	18	24
Taille (en cm)	49	59	66	70	75	80	85

1. Représenter par un nuage de points la série statistique ainsi obtenue.
   On utilisera un repère orthogonal dans lequel les âges seront portés en abscisses et les tailles en ordonnées.
   L'axe des abscisses sera gradué à partir de 0, l'axe des ordonnées à partir de 40.
   On prendra pour unités graphiques :
   — sur l'axe des abscisses 0,5 cm pour 1 mois;
   — sur l'axe des ordonnées 1 cm pour 5 cm de taille.
2. **a.** On appelle G_1, le point moyen des quatre premiers points du nuage et G_2 celui des trois derniers. Calculer les coordonnées de G_1 et G_2 et les placer sur le graphique. Tracer la droite (G_1G_2). On admet que la droite (G_1G_2) constitue un ajustement convenable du nuage considéré.

   b. Déterminer graphiquement en faisant apparaître les constructions utiles, la taille que devrait avoir un enfant de 25 mois.

   c. Calculer le coefficient directeur de la droite (G_1G_2). On donnera la valeur exacte du résultat puis une valeur arrondie au centième.
3. En utilisant la droite d'équation $y = 1,41x + 54,67$ comme ajustement du nuage considéré, déterminer par le calcul la taille que devrait avoir un enfant de 3 ans.

EXERCICE 2 **10 points**

Partie A

On considère la fonction f définie dans l'intervalle $[1 ; 100]$ par :

$$f(x) = 0,2\ln 2x.$$

1. Montrer que, pour tout x de $[1 ; 100]$, $f(x) = 0,2\ln x + 0,2\ln 2$.
2. Calculer $f'(x)$.
3. Montrer que la fonction f est croissante sur $[1 ; 100]$.
4. Compléter le tableau suivant :

x	1	10	20	50	75	100
$f(x)$						

   Les résultats seront arrondis au centième.
5. Faire la représentation graphique de f dans un repère orthogonal.
   On prendra pour unités graphiques :

— 1 cm pour 10 unités sur l'axe des abscisses,
— 5 cm pour une unité sur l'axe des ordonnées.

Partie B. Application

On dissout un médicament dans de l'eau. La quantité de médicament (exprimée en grammes) dissoute dans l'eau à l'issue d'un temps x (exprimé en minutes) est égale à $f(x)$ où f est la fonction étudiée dans la **partie A**.

1. Calculer la quantité de médicament dissoute en une demi-heure. On donnera le résultat en décigrammes.
2. Par lecture graphique, en faisant apparaître les constructions utiles, indiquer le temps nécessaire pour qu'au moins un gramme de médicament soit dissous.

Baccalauréat SMS La Réunion juin 1996

EXERCICE 1 **9 points**

Le tableau suivant donne le nombre de lits dans les établissements hospitaliers publics au 1er janvier sur l'île de la Réunion.

Années	1989	1990	1991	1992	1993
Rang X_i	1	2	3	4	5
Nombre de lits Y_i	2 276	2 286	2 208	2 158	2 082

(Tableau économique de l'île de la Réunion)

1. Représenter par un nuage de points la série $(X_i ; Y_i)$ dans un repère orthogonal. L'axe des abscisses sera gradué à partir de 0 ; l'axe des ordonnées sera gradué à partir de 2000.

   On prendra pour unités graphiques :

   — sur l'axe des abscisses, 2 cm pour une année,

   — sur l'axe des ordonnées, 1 cm pour 20 lits.

2. Déterminer les coordonnées de G, point moyen du nuage.
3. Soit D la droite d'équation $y = -54x + 2364$.

   a. Montrer que le point G est sur la droite D.

   b. Tracer la droite D dans le repère précédent.

4. On admet que la droite D permet de faire une estimation du nombre de lits pour une année donnée. En utilisant l'équation donnée de la droite D :

   a. Calculer le nombre prévisible de lits dans les établissements hospitaliers publics au 1er janvier 1997 ;

   b. Déterminer par le calcul l'année à partir de laquelle, au 1er janvier, on devrait compter moins de 2 000 lits.

5. Retrouver à l'aide du graphique la réponse à la question 4) b). (On fera apparaître les constructions utiles).

EXERCICE 2 **11 points**

1. **Étude d'une fonction**

   Le plan est muni d'un repère orthogonal. On prendra pour unités graphiques 0,5 cm sur l'axe des abscisses et 1 cm sur l'axe des ordonnées. On graduera l'axe des abscisses à partir de 0 et l'axe des ordonnées à partir de 30.

   Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0 ; 24]$ par

   $$f(t) = 35 + 3\ln(2t + 1),$$

   et C sa courbe représentative.

   a. Vérifier que $f'(t) = \dfrac{6}{2t+1}$. (Le détail du calcul devra figurer sur la copie.)

   b. En déduire le sens de variation de f .

c. Reproduire et compléter le tableau suivant (les valeurs seront arrondies au dixième).

t	0	6	9	12	18	24
$f(t)$						

d. Tracer soigneusement la courbe C.

2. Application

La courbe d'évolution du périmètre crânien permet de surveiller la bonne croissance physique des nourrissons et des jeunes enfants.

Dans toute cette partie 2, on considère un enfant dont le périmètre crânien à la naissance est 35 centimètres. Pendant les 24 premiers mois, on estime que le périmètre crânien (exprimé en cm) est donné en fonction de l'âge t (exprimé en mois) par :

$$f(t) = 35 + 3\ln(2t+1).$$

En utilisant la courbe C de la partie 1 et en faisant apparaître les constructions utiles déterminer graphiquement :

a. Le périmètre crânien de cet enfant à 4 mois (au dixième le plus proche).

b. L'âge correspondant à un périmètre crânien de 40 cm.

c. La tranche d'âge correspondant à un périmètre crânien compris entre 39 et 44 cm.

Baccalauréat SMS Métropole juin 1996

EXERCICE 1 **10 points**

Le tableau suivant donne, dans une population féminine, la moyenne de la tension artérielle maximale en fonction de l'âge.

Âge en années x	36	42	48	54	60	66
Tension maximale y	11,8	13,2	14	14,4	15,5	15,1

1. Représenter graphiquement le nuage de points de coordonnées $(x\ ;\ y)$ de cette série statistique dans un repère orthogonal.

On graduera l'axe des abscisses à partir de 36 et l'axe des ordonnées à partir de 11. De plus, on prendra pour unités graphiques :

— 0,5 cm pour une année,

— 2 cm pour une unité de tension.

2. G_1 désigne le point moyen des 3 premiers points du nuage et G_2 celui des 3 derniers points.

a. Déterminer les coordonnées des points G_1 et G_2.

b. Tracer la droite (G_1G_2).

c. Vérifier que la droite (G_1G_2) a pour équation :

$$y = \frac{1}{9}x + \frac{25}{3}.$$

3. On admet que la droite (G_1G_2) constitue un ajustement convenable du nuage de points précédent.

a. Déterminer graphiquement, en faisant apparaître les traits de construction utiles, la tension artérielle maximale prévisible pour une personne de 70 ans.

b. Vérifier le résultat précédent par le calcul en utilisant l'équation de la droite (G_1G_2).

EXERCICE 2 **10 points**

Partie A

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0,2\,;\,1]$ par

$$f(x) = -8\,130 \ln x.$$

1. a. Calculer la dérivée $f'(x)$.

b. Montrer que pour tout x de l'intervalle $[0,2\,;\,1]$, $f'(x)$ est négatif.

2. Faire le tableau de variations de la fonction f.

3. On donne le tableau suivant :

x	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$f(x)$	13 100		7 400			2 900			

Reproduire le tableau ci-dessus et calculer les valeurs $f(x)$ manquantes en arrondissant les résultats à la centaine la plus proche.

4. Tracer la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthogonal tel que :

— 10 cm représentent une unité sur l'axe des abscisses ;

— 1 cm représente mille unités sur l'axe des ordonnées.

Partie B

On admet que tant qu'un organisme est vivant la quantité de carbone 14 qu'il contient est constante. Après sa mort, cette quantité de carbone 14 diminue. On appelle x la fraction de carbone 14 restant dans l'organisme.
On admet que l'expression $f(x) = -8\,130 \ln x$ donne l'âge $f(x)$, en années, d'un fossile en fonction de x.

1. **a.** Calculer l'âge d'un fossile qui contient encore $\dfrac{35}{100}$ de son carbone 14 c'est-à-dire $x = 0,35$. Le résultat sera donné arrondi à la centaine d'années la plus proche.

   b. Tracer sur la courbe de la partie A, les constructions utiles permettant de retrouver ce résultat.

2. Faire sur la courbe les tracés permettant de lire la valeur de x pour un fossile de 3 500 ans. Donner le résultat de la lecture arrondi au centième le plus proche.

Baccalauréat SMS Polynésie juin 1996

EXERCICE 1 **11 points**

Chez les drosophiles, on a observé que la durée de vie est fonction de la température ambiante. Des drosophiles ont été élevées à une température de 24 °C puis transférées, à des âges différents, à une température de 30 °C.
Voici les résultats de cette expérience :

Âge de transfert en jours : x_i	0	6	12	18	24	30	36	42
Durée de vie moyenne en jours : y_i	26	31	33	36	37	41	47	49

1. Dans le plan rapporté à un repère orthonormal (4 cm représentent 10 jours), construire le nuage de points correspondant à la série statistique $\left(x_i, y_i\right)$.
   On calculera les coordonnées du point moyen G du nuage et on le placera dans le repère.
2. On note G_1 le point moyen des points du nuage ayant les quatre plus petites abscisses et G_2 le point moyen des quatre autres points.
   a. Calculer les coordonnées de G_1 et G_2. Tracer la droite (G_1G_2) sur la figure précédente.
   b. Déterminer graphiquement, en utilisant la droite (G_1G_2), la durée moyenne de vie de drosophiles transférées à l'âge de 15 jours (faire apparaître sur la figure les tracés utiles).
3. **a.** Montrer qu'une équation de la droite (G_1G_2) est $y = 0,5x + 27$.
   b. Vérifier que la droite (G_1G_2) passe par le point moyen G.
   c. En utilisant l'équation précédente :
   — retrouver par le calcul le résultat obtenu à la question 2. b. ;
   — déterminer par le calcul à quel âge de transfert correspond une durée de vie moyenne de 43 jours.

EXERCICE 2 **9 points**

Soit la fonction f, définie sur l'intervalle $I = [0 ; 8]$ par

$$f(t) = 3\text{e}^{0,4t}.$$

1. Calculer $f'(t)$ et étudier son signe.
   Donner le tableau de variation de f sur l'intervalle $[0,8]$.
2. **a.** Compléter, après l'avoir reproduit, le tableau suivant, dans lequel on portera des valeurs arrondies à l'entier le plus proche.

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$f(t)$									

   b. On considère dans le plan, un repère orthogonal $\left(\text{O} ; \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ (Unités graphiques : 2 cm pour une unité en abscisses, 1 cm pour 10 unités en ordonnées).
   Tracer soigneusement, dans ce repère, la courbe représentative C de la fonction f.
3. **a.** Par lecture graphique, donner une valeur approchée à 0,1 près de la solution de l'équation $f(t) = 30$. (On fera apparaître les tracés utiles à cette lecture).
   b. Trouver par le calcul la valeur exacte de cette solution. En donner la valeur décimale arrondie à 0,01 près.
4. Déterminer la constante réelle C pour que la fonction F, définie sur $[0 ; 8]$ par $F(t) = C\text{e}^{0,4t}$ soit une primitive de f.

Baccalauréat SMS Antilles-Guyane septembre 1996

EXERCICE 1 **10 points**

Une ville possède deux centres aérés A et B. L'objet de l'exercice est l'étude comparative de l'évolution des effectifs des centres aérés A et B.
Le plan est muni d'un repère orthogonal. On graduera l'axe des abscisses à partir de 0 et l'axe des ordonnées à partir de 100.
On prendra pour unités graphiques : en abscisse, 2 cm pour une année, en ordonnée, 2 cm pour 10 enfants.

Partie A - Étude du centre aéré A

Les effectifs du centre aéré A sont donnés par la série chronologique suivante :

Année	1991	1992	1993	1994	1995
Rang de l'année : x	1	2	3	4	5
Effectif : y	123	129	135	140	145

1. Représenter le nuage de points associé à cette série.
2. On appelle G_1 et G_2 les points moyens des nuages constitués, d'une part par les années 1991 et 1992, d'autre part les années 1993, 1994 et 1995.
   — Calculer les coordonnées de G_1 et de G_2.
   — Montrer qu'une équation de la droite (G_1G_2) est : $y = 5,6x + 117,6$.
   On admettra que la droite (G_1G_2) constitue une bonne approximation du nuage de points considéré.

Partie B - Étude du centre aéré B

Les effectifs du centre aéré B sont donnés par la série chronologique suivante :

Année	1991	1992	1993	1994	1995
Rang de l'année : x	1	2	3	4	5
Effectif : y	160	159	158	155	153

1. Sur le même graphique qu'en **1.**, représenter le nuage de points correspondant au centre aéré B.
2. On admettra que la droite Δ d'équation $y = -1,6x + 161$ constitue une bonne approximation de ce nuage. Tracer la droite Δ.
3. À l'aide de la droite (G_1G_2) et de la droite Δ, prévoir par lecture graphique l'année à partir de laquelle l'effectif du centre aéré A sera plus important que celui du centre aéré B. Calculer pour l'année trouvée l'effectif attendu pour chaque centre.

Exercice 2 **10 points**

Partie A : Étude d'une fonction

Soit la fonction f définie sur l'intervalle I = $[0 ; 13]$ par :

$$f(x) = 0,02x^3 - 0,39x^2 + 2,16x + 5.$$

Soit (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormal (*unité graphique :* 1 cm).

1. Calculer $f'(x)$.
2. L'étude du signe de $f'(x)$ suivant les valeurs de x est donnée dans le tableau de variations ci-dessous.

   Recopier et compléter ce tableau de variations en indiquant **uniquement** le sens de variation.

x	0		4		9		13
$f'(x)$		+	0	$-$	0	+	
f							

3. On donne le tableau de valeurs numériques suivant (les valeurs de $f(x)$ ont été arrondies à 10^{-1} près).

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$f(x)$	5	6,8	7,9	8,5	8,7	8,6	8,2	7,9	7,6	7,4	7,6	8,2	9,3	11,1

   Tracer soigneusement la courbe (C).

Partie B : Application

On a étudié l'évolution du taux de chômage de la population active entre les années 1980 et 1993. En prenant pour année de référence l'année 1980, on peut considérer le tableau suivant, où x représente le rang de l'année par rapport à l'année 1980.

Année	1980	1981	1982	...	1992	1993
x	0	1	2	...	12	13

On admet alors que le taux de chômage de l'année de rang x est égal à $f(x)$, où f est la fonction étudiée dans la **partie A**.
Utiliser les résultats de la première partie pour répondre aux questions suivantes :

1. Entre 1980 et 1990, en quelle année le taux de chômage a-t-il été maximum ?
2. Entre 1980 et 1993, sur quelle période y a-t-il eu décroissance du taux de chômage ?
3. Entre 1980 et 1993, en quelles années le taux de chômage a-t-il été supérieur à 8 ?

∽ Baccalauréat SMS Métropole septembre 1996 ∾

EXERCICE 1 **9 points**

Trois médicaments sont proposés sous différents conditionnements.
Le premier médicament M_1 est proposé en ampoules (A), en comprimés (C) ou en gélules (G).
Le deuxième médicament M_2 est proposé en ampoules (A) ou en comprimés (C).
Le troisième médicament M_3 est proposé en comprimés (C) ou en gélules (G).
Une personne achète d'abord M_1 puis M_2 puis M_3 en laissant le hasard décider du conditionnement.
On note, dans l'ordre, les choix respectifs pour M_1, M_2 et M_3.
Par exemple le choix C A G signifie que :
M_1 est sous forme de Comprimés ;
M_2 est sous forme d'Ampoules ;
M_3 est sous forme de Gélules.

Partie A

1. Donner les 12 choix possibles. On pourra s'aider d'un arbre.
2. Donner les choix correspondants aux évènements suivants :
   E_1 : « les trois médicaments sont délivrés sous forme de comprimés » ;
   E_2 : « deux médicaments exactement sont délivrés sous forme de comprimés » ;
   E_3 : « les trois médicaments sont délivrés sous trois conditionnements différents » ;
   E_4 : « M_1 est délivré sous forme de comprimés et M_3 sous forme de gélules » ;
   E_5 : « M_1 est délivré sous forme de comprimés ou M_3 sous forme de gélules ».

Partie B

On suppose que tous les choix sont équiprobables. On donnera les résultats sous forme de fractions irréductibles.

1. Calculer la probabilité $P(E_1)$ de l'évènement E_1.
2. Montrer que $P(E_2) = \dfrac{1}{3}$.
3. Calculer de même $P(E_3)$; $P(E_4)$; $P(E_5)$.

Exercice 2 **11 points**

Les deux parties peuvent être traitées indépendamment l'une de l'autre.

Partie A - Observation de graphiques

On se propose d'étudier l'évolution du taux d'alcoolémie (exprimé en grammes d'alcool par litre de sang) en fonction du temps (exprimé en heures) pendant les cinq heures suivant l'absorption d'une certaine quantité d'alcool.
On donne sur l'annexe ci-jointe, la courbe d'alcoolémie lorsque l'alcool est absorbé à jeun (GRAPHIQUE G_1) et la courbe d'alcoolémie lorsque l'alcool est absorbé après ingestion d'aliments (GRAPHIQUE G_2).
À l'aide des graphiques G_1 et G_2, répondre aux deux questions suivantes.

1. Dans chacun des deux cas, donner une approximation du taux d'alcoolémie maximal et le temps au bout duquel il est atteint.
   Peut-on alors affirmer que le taux d'alcoolémie atteint son maximum plus vite à jeun ?

2. Depuis le 15 septembre 1995, le taux maximum d'alcoolémie autorisé au volant est 0,5 g/l.
   Dans chacun des deux cas, indiquer en justifiant la réponse, si la personne respecte la législation en prenant le volant au bout de trois heures.

Partie B - Étude d'une fonction

Soit la fonction f définie, pour tout réel x de l'intervalle $[0\,;5]$, par :

$$f(x) = 4x\mathrm{e}^{-x}.$$

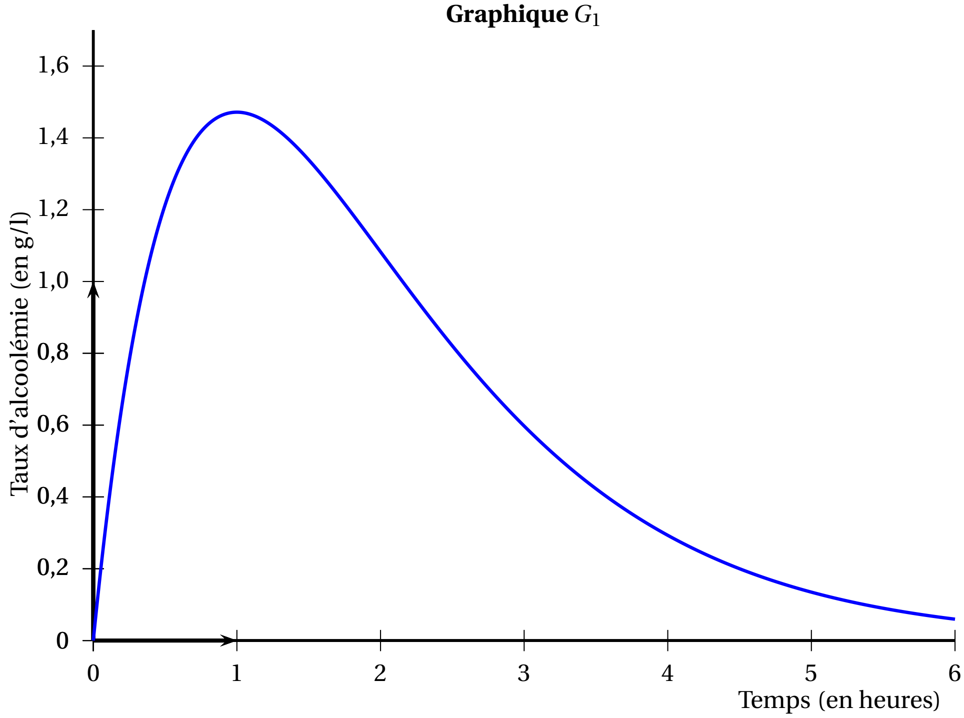
1. Vérifier que pour tout réel x de $[0\,;5]$:

$$f'(x) = 4(1-x)\mathrm{e}^{-x}.$$

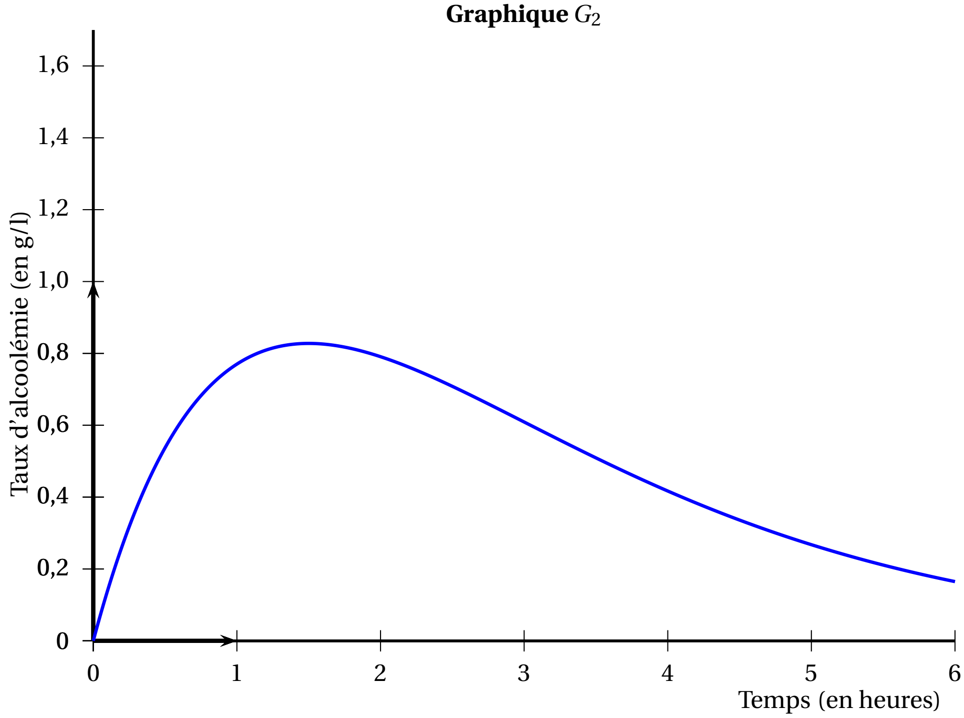
2. **a.** Étudier le signe de $(1-x)$ pour x dans l'intervalle $[0\,;5]$.
   b. En déduire, selon les valeurs de x, le signe de $f'(x)$.
3. **a.** Calculer $f'(1)$ et $f(1)$.
   b. Dresser le tableau de variations de f.
4. La courbe représentative de la fonction f est l'un des deux graphiques G_1, G_2 de la partie A.
   Quel graphique ne convient pas ? Justifier la réponse.

ANNEXE

Graphique G_1



Graphique G_2



Baccalauréat SMS Nouvelle-Calédonie novembre 1996

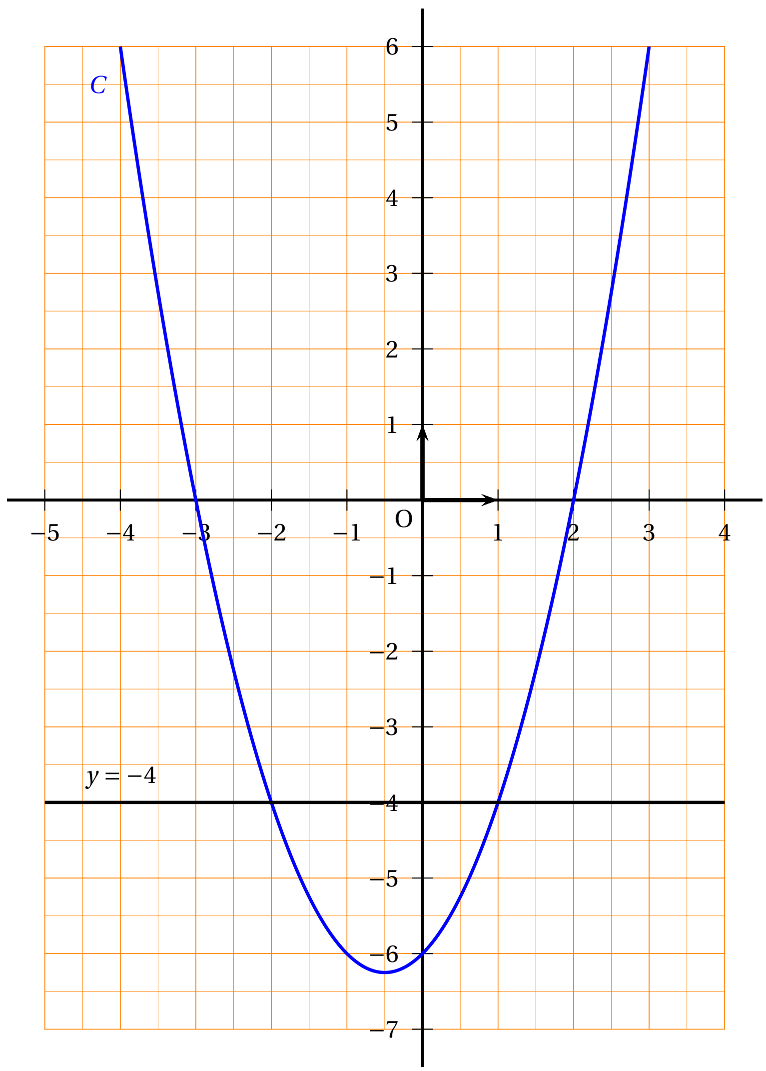
EXERCICE 1 **7 points**

Les parties **A, B** et **C** peuvent être traitées de façon indépendante.

Partie A

On considère la courbe (C) d'une fonction f définie sur l'intervalle $[-4 ; 3]$.
Sur la figure, la droite d'équation $y = -4$ a aussi été portée.
Résoudre graphiquement, en expliquant vos réponses, les équations et inéquations suivantes (on ne demande pas de reproduire la figure) :

1. $f(x) = 0$
2. $f(x) < 0$
3. $f(x) < -4$
4. $-4 < f(x) < 0$
5. $f'(x) > 0$, où f' désigne la fonction dérivée de la fonction f.



Partie B

Nous allons retrouver par le calcul certains des résultats obtenus, par lecture graphique, dans la partie **A**.
Voici l'expression de la fonction f, définie sur $[-4 ; 3]$, représentée dans la partie **A** : $f(x) = x^2 + x - 6$.

1. **a.** Vérifier que $f(x) = (x-2)(x+3)$.
   b. Résoudre l'équation $f(x) = 0$.
   c. En utilisant un tableau de signes, déterminer les solutions de l'inéquation $f(x) < 0$.
2. **a.** Calculer $f'(x)$.
   b. Étudier le signe de $f'(x)$ sur $[-4 ; 3]$.
   c. Établir le tableau de variations de f.

Partie C

La fonction f est toujours définie sur $[-4 ; 3]$ par

$$f(x) = x^2 + x - 6.$$

Trouver la primitive F de f qui s'annule pour $x = -1$.