Baccalauréat SMS 1999

L'intégrale de juin à septembre 1999

∽ Baccalauréat SMS Antilles-Guyane juin 1999 ∾

EXERCICE 1 **8 points**

Le tableau suivant donne la répartition des 250 salariés de l'entreprise Pharmaprod suivant leur âge (en années) et leur salaire mensuel (en milliers de Francs) :

Salaire / Âge	[7 ; 11 [	[11 ; 15[	[15 ; 19[	[19 ; 23[	Total
[20 ; 30[	20	20	12	8	60
[30 ; 40[	13	30	15	12	70
[40 ; 50[	5	25	10	10	50
[50 ; 60[	2	25	33	10	70
Total	40	100	70	40	250

1. **a.** Dans la tranche d'âge [40 ; 50[, quel est le pourcentage de salariés percevant un salaire mensuel supérieur ou égal à 15 000 Francs ?

   b. Quel est le pourcentage de salariés qui perçoivent moins de 11 000 Francs par mois parmi ceux qui ont moins de 50 ans ? Arrondir la réponse à 10^{-1} près.

2. On choisit au hasard l'un des salariés de l'entreprise. On supposera que tous les salariés ont la même probabilité d'être choisis.

   a. Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :

   A : « Le salarié choisi perçoit un salaire mensuel compris dans la tranche [11 ; 15[. »

   B : « Le salarié choisi appartient à la tranche d'âge [30 ; 40[. »

   b. Définir par une phrase l'évènement $A \cap B$ et calculer la probabilité des évènements $A \cap B$ et $A \cup B$.

   c. On sait que ce salarié perçoit un salaire mensuel compris dans la tranche [15 ; 19[. Quelle est la probabilité qu'il ait moins de 40 ans ?

EXERCICE 1 **8 points**

Partie A

Étude d'une fonction

On considère la fonction f définie sur l'intervalle [0,5 ; 25] par :

$$f(x) = 8,68\ln x + 93,98.$$

On appelle C sa courbe représentative.

1. **a.** Calculer $f'(x)$.

   b. Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle [0,5 ; 25].

   c. Dresser le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle [0,5 ; 25].

2. Reproduire et compléter le tableau de valeurs numériques suivant, en faisant figurer les valeurs arrondies à l'entier le plus proche.

x	0,5	1	2	5	10	16	25
$f(x)$	88			108			122

3. Le plan est muni d'un repère orthogonal. Pour le tracé, on prendra 1 cm pour 2 unités, en abscisses et en ordonnées. De plus, on graduera l'axe des ordonnées à partir de 86.

Tracer la courbe C.

Partie B

Application

Quand l'oreille d'une personne normale est soumise à une pression acoustique x, exprimée en bars, l'intensité sonore, exprimée en décibels, du bruit responsable de cette pression est donnée par :

$$f(x) = 8,68 \ln x + 93,98.$$

1. Déterminer l'intensité sonore, en décibels, correspondant à une pression acoustique de 14 bars :

a. graphiquement, en faisant apparaître les constructions utiles sur le graphique de la partie A ;

b. par le calcul.

2. Une personne normale ne peut supporter un bruit d'intensité supérieure à 120 décibels.

Déterminer la pression, en bars, que l'oreille de la personne subit si elle est soumise à une intensité sonore de 120 décibels :

a. graphiquement, en faisant apparaître les constructions utiles sur le graphique de la partie A ;

b. en résolvant par le calcul l'équation $f(x) = 120$.

Baccalauréat SMS Métropole juin 1999

L'usage des calculatrices et des instruments de calcul est autorisé.

EXERCICE 1 **8 points**

L'association sportive du lycée Mozart ne propose que deux sports : le hand-ball et le basket-ball.

1. Recopier et compléter le tableau ci-dessous, sachant que :
• Le nombre total d'élèves inscrits est 200.
• Il y a autant d'élèves dans chaque sport.
• L'association sportive comporte 45 % de garçons.
• Parmi les basketteurs, il y a autant de filles que de garçons.

	Hand-ball	Basket-ball	Total
Garçons			
Filles			
Total			200

2. On choisit au hasard un élève inscrit l'association sportive. On suppose que tous les élèves inscrits ont la même probabilité d'être choisis.
Dans cette question, les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles.

a. Calculer la probabilité pour que cet élève pratique le basket-ball.

b. Calculer la probabilité pour que cet élève soit une fille.

c. Calculer la probabilité pour que cet élève soit une fille et qu'elle pratique le basket-ball.

d. Calculer la probabilité pour que cet élève soit une fille ou pratique le basket-ball.

Problème **12 points**

Partie A : étude d'une fonction
Soit f la fonction définie sur l'intervalle $\text{I} = [0 ; 45]$ par :

$$f(t) = 45t^2 - t^3.$$

1. a. Montrer que : $f'(t) = 3t(30 - t)$.

b. Reproduire et compléter le tableau de signes suivant :

t	0 45
$3t$	
$30 - t$	
$3t(30 - t)$	

c. Donner le tableau de variation de f sur l'intervalle I.

2. Reproduire et compléter le tableau de valeurs ci-dessous :

t	0	10	20	25	30	35	40	45
$f(t)$			10 000			12 250		

3. Le plan est muni d'un repère orthogonal; pour le graphique, on prendra :

- 2 cm en abscisses pour 10 unités;

- 1 cm en ordonnées pour 1 000 unités.

Tracer la courbe représentative de la fonction f, en utilisant le tableau de valeurs de la question précédente.

Tracer sur le dessin les tangentes aux points d'abscisses $t = 0$ et $t = 30$.

Partie B : Application

À la suite d'une épidémie dans une région, on a constaté que le nombre de personnes malades t jours après l'apparition des premiers cas est donné par :

$$f(t) = 45t^2 - t^3, \text{ pour } t \text{ appartenant l'intervalle } [0 ; 45].$$

1. En utilisant la partie A, déterminer le jour où le nombre de personnes malades est maximal durant cette période de 45 jours et préciser le nombre de personnes malades ce jour-là.

2. Déterminer graphiquement la période pendant laquelle le nombre de personnes malades est supérieur ou égal à 10 000 (faire apparaître sur le dessin les traits de construction utiles).

∽ Baccalauréat SMS Polynésie juin 1999 ∾

L'usage des calculatrices et des instruments de calcul est autorisé.

Exercice **8 points**

Dans une entreprise pharmaceutique de dimension européenne, une étude statistique a montré que sur 10 000 clients de la communauté européenne, 82 % sont français.
On sait aussi que 4 % des clients français et 10 % des clients étrangers ont eu un incident de paiement dans l'année.

1. Compléter, après l'avoir reproduit, le tableau suivant où les pourcentages ci-dessus sont respectés.

	Nombre de clients français	Nombre de clients étrangers	TOTAL
Nombre de clients ayant eu un incident de paiement			
Nombre de clients n'ayant pas eu d'incident de paiement			
TOTAL			10 000

2. On choisit un client au hasard parmi les 10 000.
On est en situation d'équiprobabilité.
On considère les évènements suivants :
F : « Le client choisi est français ».
I : « Le client choisi a eu un incident de paiement ».

a. Définir par une phrase les évènements $\overline{F}$, $\overline{I}$ et $\overline{F} \cup \overline{I}$.

b. Calculer les probabilités des évènements suivants : F, $\overline{F}$, $F \cap I$, $F \cup I$.

c. Calculer la probabilité de l'évènement :
« Le client choisi est un étranger qui n'a pas eu d'incident de paiement ».

3. On choisit un client au hasard parmi ceux ayant eu un incident de paiement.
Déterminer à 10^{-2} près par défaut la probabilité que le client soit français.

Problème **12 points**

Partie A : Étude d'une fonction

On considère la fonction numérique f définie sur l'intervalle I = [0 ; 4] par :

$$f(x) = \frac{1}{2}x + \mathrm{e}^{\left(-\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}\right)},$$

et sa courbe représentative C dans un repère orthonormal $\left(\mathrm{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ d'unité graphique 5 cm.

1. **a.** Déterminer la fonction dérivée f' de la fonction f.

b. Résoudre sur l'intervalle I l'inéquation :

$$\frac{1}{2}-\frac{1}{2}e^{\left(-\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}\right)} \geqslant 0.$$

En déduire le signe de $f'(x)$ sur I.

c. Établir le tableau de variations de la fonction f.

2. Reproduire et compléter le tableau de valeurs suivant (valeur décimale approchée à 10^{-2} près par défaut).

x	0	1	2	3	4
$f(x)$			1,60		

3. Tracer la courbe C dans le repère $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.

Partie B : Application

On admet que le fonction f de la **partie A** représente le prix de revient des composants électroniques fabriqués par l'entreprise RAMSA : x étant le nombre de centaines de composants électroniques fabriqués, leur prix de revient, en milliers de francs, est exprimé par $f(x)$.
D'autre part on désigne par $p(x)$, en milliers de francs, le prix de vente de ces composants électroniques. Un composant étant vendu 6 F pièce, on a donc :

$$p(x) = 0,6x.$$

1. Tracer sur le graphique de la **partie A** la droite D représentant la fonction p.

2. On appelle H le point d'intersection de la droite D et de la courbe C. À partir du graphique, déterminer un encadrement à 10^{-1} près de l'abscisse x_H du point H.

3. On appelle $g(x)$ la différence entre le prix de vente des composants et leur prix de revient (en milliers de francs).

Justifier que la solution de l'équation $g(x) = 0$ est l'abscisse du point H.

4. a. Vérifier que

$$g(x) = 0,1x - \mathrm{e}^{\left(-\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}\right)}.$$

b. Donner les valeurs approchées à 10^{-4} près par défaut de $g(3,24)$ et $g(3,25)$.

c. En déduire la quantité minimale de composants électroniques qui doit être vendue pour que l'entreprise fasse des bénéfices, c'est-à-dire pour que $g(x)$ soit positif.

∽ Baccalauréat SMS La Réunion septembre 1999 ∾

EXERCICE 1 **8 points**

Voici les résultats d'un sondage effectué au début de l'année 1998 auprès de 2 000 personnes, à propos d'Internet :

- 40 % des personnes interrogées déclarent être intéressées par Internet ;
- 35 % des personnes interrogées ont entre 10 et 24 ans et, parmi celles-ci, 80 % déclarent être intéressées par Internet ;
- 30 % des personnes interrogées ont entre 50 et 80 ans et, parmi celles-ci, 85 % ne sont pas intéressées par Internet.

1. Reproduire et compléter le tableau suivant :

	Intéressés par Internet	Non intéressés par Internet	Total
Moins de 25 ans		70	
De 25 à 50 ans			
Plus de 50 ans			
Total			1 000

2. On choisit au hasard une personne parmi les 1 000 interrogées. On suppose que toutes les personnes ont la même probabilité d'être choisies.

Dans la suite, si E est un évènement, on note $p(E)$ sa probabilité.

On considère les évènements :

A : « la personne interrogée est intéressée par Internet » ;
B : « la personne interrogée a moins de 25 ans ».

a. Calculer les probabilités $p(A)$ et $p(B)$.

b. Définir par une phrase l'évènement $\overline{B}$, puis calculer $p\left(\overline{B}\right)$.

c. Définir par une phrase l'évènement $A \cap B$, puis calculer $p(A \cap B)$.
En déduire $p(A \cup B)$.

d. On sait maintenant que la personne interrogée n'est pas intéressée par Internet. Quelle est la probabilité qu'elle ait moins de 50 ans ?

EXERCICE 2 **12 points**

Partie A - Étude d'une fonction

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0,5\,;\,25]$ par :

$$f(x) = 8,68 \ln x + 93,98.$$

On appelle $\mathscr{C}$ sa courbe représentative.

1. a. Calculer $f'(x)$.

b. Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0,5\,;\,25]$.

c. Dresser le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[0,5\,;\,25]$.

2. Reproduire et compléter le tableau de valeurs numériques suivant, en faisant figurer les valeurs arrondies à l'entier le plus proche.

x	0,5	1	2	5	10	16	25
$f(x)$	88			108			122

3. Le plan est muni d'un repère orthogonal. Pour le tracé, on prendra 1 cm pour 2 unités, en abscisses et en ordonnées. De plus, on graduera l'axe des ordonnées à partir de 86.
Tracer la courbe $\mathscr{C}$.

Partie B - Application

Quand l'oreille d'une personne normale est soumise à une pression acoustique x, exprimée en bars, l'intensité sonore, exprimée en décibels, du bruit responsable de cette pression est donnée par :

$$f(x) = 8,68\ln x + 93,98.$$

1. Déterminer l'intensité sonore, en décibels, correspondant à une pression acoustique de 14 bars :

a. graphiquement, en faisant apparaître les constructions utiles sur le graphique de la partie A ;

b. par le calcul.

2. Une personne normale ne peut supporter un bruit d'intensité supérieure à 120 décibels. Déterminer la pression, en bars, que l'oreille de la personne subit si elle est soumise à une intensité sonore de 120 décibels :

a. graphiquement, en faisant apparaître les constructions utiles sur le graphique de la partie A ;

b. en résolvant par le calcul l'équation $f(x) = 120$.

Baccalauréat SMS Métropole septembre 1999

L'usage des calculatrices et des instruments de calcul est autorisé.

EXERCICE **8 points**

Monsieur M. vend des boissons rafraîchissantes; il note ses ventes six jours de suite au cours desquels la température maximale est passée de 18 °C à 30 °C. Les résultats sont donnés dans le tableau suivant :

Jour	1er	2e	3e	4e	5e	6e
Température x_i (en °C)	18	20	22	26	28	30
Nombre y_i de boissons vendues	24	44	62	100	132	148

1. Représenter le nuage de points de coordonnées $(x_i ; y_i)$; on graduera l'axe des abscisses à partir de 16 et on prendra pour unités graphiques :
   - 1 cm en abscisse;
   - 1 cm pour 10 boissons vendues en ordonnées.
2. Montrer que la droite d'équation $y = 10,4x - 164$ passe par le 2e et le 6e point.
   Tracer cette droite.
   On admettra que cette droite constitue un bon ajustement du nuage de points considéré.
3. Dans cette question, on fera apparaître les traits de construction permettant de répondre.
   Déterminer graphiquement, à l'aide de la droite d'ajustement précédente :
   a. l'augmentation du nombre de boissons vendues pour une élévation de 5 °C de la température;
   b. combien Monsieur M vendrait de boissons si la température était de 25 °C;
   c. à partir de quelle température il vendrait au moins 160 boissons.
4. Retrouver le résultat de la question **3. c.** par le calcul.

PROBLÈME **12 points**

Partie A - Étude d'une fonction

On considère la fonction f définie sur l'intervalle [1950; 2000] par :

$$f(x) = -5\,430\,718 + 722\,457 \ln x,$$

et on appelle (C) sa courbe représentative.

1. Calculer $f'(x)$.
2. Après avoir déterminé le signe de $f'(x)$, dresser le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle [1950 ; 2000]. Préciser dans ce tableau de variations les valeurs de $f(x)$, arrondies à l'entier le plus proche, aux extrémités de l'intervalle d'étude.
3. Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant (arrondir les résultats l'entier le plus proche) :

x	1955	1960	1965	1970	1975	1980	1985	1990	1995
$f(x)$	44 166		47 852	49 688			55 168	56 986	

4. Le plan est muni d'un repère orthogonal; on prendra pour le tracé :

- 2 cm pour 10 unités sur l'axe des abscisses ;
- 5 cm pour 10 000 unités sur l'axe des ordonnées.

On graduera l'axe des abscisses à partir de 1950 et l'axe des ordonnées à partir de 40 000.

Tracer la courbe (C).

Partie B - Évolution de la population française

On suppose que l'évolution de la population française entre 1950 et 2000 obéit à la formule suivante :

$$f(x) = -5\,430\,718 + 722\,457 \ln x,$$

où x représente l'année et $f(x)$ le nombre d'habitants en milliers (d'après données INED, 1995).
Dans les deux questions suivantes, on fera apparaître les traits de construction utiles sur le graphique de la question **A. 4**.

1. Déterminer graphiquement le nombre d'habitants en France en 1962.
2. Déterminer graphiquement l'année en laquelle il y avait en France 53 711 000 habitants.
3. Retrouver le résultat de la question précédente par le calcul.

∽ Baccalauréat SMS Polynésie septembre 1999 ∾

L'usage des calculatrices et des instruments de calcul est autorisé.

EXERCICE **10 points**

Lors de travaux pratiques de chimie, on décide d'étudier le pH de mélanges d'acide et de base conjugués : l'acide acétique et l'acétate de sodium.
Voici le déroulement de l'expérience : on prépare différents mélanges d'une solution d'acide acétique avec une solution d'acétate de sodium.
On appelle V_A le volume d'acide acétique et V_S le volume d'acétate de sodium mélangés. On mesure le pH de chaque mélange obtenu et on peut ainsi établir le tableau de valeurs suivants :

$x_i = \ln\left(\dfrac{V_S}{V_A}\right)$	$-2,30$	$-1,84$	$-1,38$	$-0,92$	0
$y_i = \text{pH}$	3,70	3,90	4,10	4,29	4,70
$x_i = \ln\left(\dfrac{V_S}{V_A}\right)$	0,69	1,15	1,61	2,07	2,30
$y_i = \text{pH}$	4,99	5,19	5,40	5,60	5,71

Le but de cette expérience est de mettre en évidence une relation entre le pH de la solution et le nombre $\ln\left(\dfrac{V_S}{V_A}\right)$.

1. Placer les points M_i de coordonnées $\left(x_i~;~y_i\right)$ dans un repère orthonormal $\left(\text{O},~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$, d'unité graphique 4 cm.
2. **a.** Calculer les coordonnées du point G_1 point moyen des cinq premiers points et de G_2 point moyen des cinq derniers.

   b. Placer les points G_1 et G_2 sur votre graphique. Tracer la droite (G_1G_2).

   c. Déterminer l'équation de la droite (G_1G_2) de la forme $y = mx + p$, où met p seront déterminés à 10^{-2} près par défaut.
3. On admet que la droite (G_1G_2) constitue un ajustement affine satisfaisant du nuage de point M_i.

   a. Déterminer par le calcul le pH de la solution lorsque $\ln\left(\dfrac{V_S}{V_A}\right) = -0,5$.

   b. Retrouver graphiquement ce résultat en faisant apparaître les constructions utiles, et en expliquant les démarches.
4. Calculer, à 10^{-2} près par défaut, le rapport de volumes $\left(\dfrac{V_S}{V_A}\right)$ du mélange si le pH est de 5,5.

EXERCICE **10 points**

Partie A

Soit f la fonction définie sur l'intervalle [2 ; 14] par

$$f(t) = 1,3\text{e}^{-0,3t}.$$

On notera $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthogonal $\left(\text{O},~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$d'unités graphiques :

- 1 cm pour 1 unité sur l'axe des abscisses ;
- 20 cm pour 1 unité sur l'axe des ordonnées.

1. On note f' la dérivée de f. Calculer $f'(t)$.

2. Étudier le signe de $f'(t)$; en déduire les variations de f.

3. Résoudre sur l'intervalle $[2 ; 14]$ l'équation : $f(t) = \dfrac{1}{2}f(2)$.

4. Reproduire et compléter le tableau de valeurs suivant (on valeurs décimales approchées à 10^{-2} près par défaut).

t	2	4	6	8	10	12	14
$f(t)$							

5. Tracer la courbe $\mathscr{C}_f$

Partie B

Une personne dont les rappels antitétaniques ne sont pas à jour se blesse sur une clôture rouillée. Le médecin procède alors à l'injection d'un sérum antitétanique suivi de l'injection d'un vaccin antitétanique.
À partir du 2^{e} jour suivant l'injection, et cela jusqu'au 4^{e} jour, on mesure le taux des antitoxines sériques présentes dans le plasma de la personne. On admet que ce taux est donné, en fonction du nombre de jours, par la fonction étudiée dans la partie A.

1. En utilisant le graphique, donner le taux des antitoxines présentes dans le plasma le 7^{e} jour.

2. On veut déterminer au bout de combien de jours le taux mesuré est inférieur à la moitié de celui mesuré le 2^{e} jour.

a. Donner une réponse en utilisant une méthode graphique (faire figurer sur le graphique les constructions utiles).

b. Expliquer le résultat précédent à l'aide d'un calcul fait dans la partie A.