Baccalauréat SMS 2000

L'intégrale de juin à novembre 2000

∽ Baccalauréat SMS Antilles–Guyane juin 2000 ∾

L'usage des calculatrices et des instruments de calcul est autorisé.
Une feuille de papier millimétré est nécessaire pour le problème.

EXERCICE **8 points**

Dans une entreprise de 200 personnes, le personnel se répartit en trois catégories : les ouvriers, les agents de maîtrise et les cadres.
Une entreprise comporte 32 cadres, 54 agents de maîtrise et 114 ouvriers.
On compte 40 % d'hommes dans l'entreprise et, parmi ceux-ci, 10 % sont des cadres.
D'autre part, 15 % des femmes sont agents de maîtrise.

1. Reproduire et compléter le tableau suivant :

	Ouvriers	Agents de maîtrise	Cadres	Total
Femmes				
Hommes				
Total				200

Dans les questions suivantes, les réponses seront données sous forme décimale arrondie à 0,01 *près.*

2. Pour les besoins d'une enquête, on interroge au hasard un employé de l'entreprise, tous les employés ayant la même probabilité d'être interrogés.

a. Soit l'évènement A : « La personne interrogée est un agent de maîtrise ». Calculer la probabilité $P(A)$.

b. Soit l'évènement B : « La personne interrogée est une femme ».
Calculer la probabilité $P(B)$.

c. Définir par une phrase l'évènement $A \cap B$ et calculer sa probabilité.

d. Définir par une phrase l'évènement $A \cup B$ et calculer sa probabilité.

3. On interroge un agent de maîtrise. Calculer la probabilité pour que cette personne soit un homme.

PROBLÈME **12 points**

Partie A

Soit f la fonction définie par $f(t) = 3t\mathrm{e}^{-1,25t}$ sur l'intervalle $\mathrm{I} = [0\,;\,4]$.

1. Montrer que $f'(t)$ peut s'écrire :

$$f'(t) = 3(1 - 1,25t)\mathrm{e}^{-1,25t}.$$

2. Reproduire et compléter le tableau de signes suivant :

t	0	0,8	4
$\mathrm{e}^{-1,25t}$			
$1 - 1,25t$		0	
$f'(t)$			

3. Établir le tableau de variations de f sur l'intervalle I.

4. Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant (arrondir les résultats à 0,01 près) :

t	0	0,25	0,5	0,75	1	1,5	2	2,5	3	4
$f(t)$	0			0,88		0,69			0,21	

5. Tracer la courbe représentative de f dans le plan rapporté à un repère orthogonal.
Placer l'axe des abscisses sur un grand côté de la feuille.
Prendre 6 cm pour 1 unité en abscisses et 10 cm pour 1 unité en ordonnées.

Partie B

Dans cette partie, f est la fonction étudiée dans la **partie A**.
On considère que $f(t)$ représente une bonne approximation du taux d'alcoolémie (quantité d'alcool dans le sang, en g/l) en fonction du temps t écoulé après absorption (exprimé en heures), pour un homme de 70 kg, ayant bu deux verres d'alcool à l'instant $t = 0$.

1. Cet homme est-il en infraction avec la loi s'il conduit une automobile dès après l'absorption ? (Taux maximum toléré : 0,5 g/l).

Pour les questions suivantes, faire apparaître les tracés utiles sur le graphique.

2. Déterminer graphiquement son taux d'alcoolémie maximum et l'instant où il a lieu.

3. Déterminer graphiquement l'intervalle de temps pendant lequel il ne doit pas conduire.

Baccalauréat SMS Métropole juin 2000

Durée : 2 heures — Coefficient : 2

Exercice 1 — **8 points**

La population de Montpellier était de 208 103 habitants au 31/12/1990. Le recensement de 1999 a permis de dénombrer 225 392 habitants à Montpellier au 31/12/1998.

1. **a.** Quel est le pourcentage d'augmentation de la population de Montpellier entre le 31/12/1990 et le 31/12/1998 ? (arrondir la réponse à 0,1 près).

   b. Combien cette ville comptera-t-elle d'habitants (à une centaine près) au 31/12/2006 si sa population augmente du même pourcentage en huit ans ?

   Dans les questions suivantes, arrondir les résultats à 0,001 près.

2. Le tableau suivant donne la répartition de la population de Montpellier au 31/12/1990, en milliers d'habitants, par tranches d'âge et par sexe :

Sexe \ Âge	[0 ; 19]	[20 ; 39]	[40 ; 59]	[60 ; 74]	75 et plus	Total
Hommes	23,2	38,3	19,0	10,2	5,3	96,0
Femmes	23,0	42,8	22,0	14,3	10,0	112,1
Total	46,2	81,1	41,0	24,5	15,3	208,1

   On choisit au hasard une personne qui habitait Montpellier au 31/12/1990, toutes les personnes ayant la même probabilité d'être choisies. Calculer la probabilité de chacun des évènements :

   A : « la personne choisie avait au moins 60 ans au 31/12/1990 »,

   B : « la personne choisie était une femme ».

3. Définir par une phrase chacun des évènements $\overline{A}$ et $A \cap B$, et calculer leurs probabilités.
4. On choisit au hasard une personne qui habitait Montpellier au 31/12/1990 et qui était âgée d'au moins 60 ans à cette date.

   Quelle est la probabilité pour que ce soit une femme ?

Problème — **12 points**

Partie A : Étude d'une fonction.

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0 ; 11]$ par :

$$f(t) = \mathrm{e}^{0,2t+6}.$$

1. Calculer $f'(t)$.
2. Étudier le signe de $f'(t)$, puis dresser le tableau de variations de f sur l'intervalle $[0 ; 11]$ (On donnera les valeurs exactes de $f(0)$ et $f(11)$.
3. Reproduire et compléter le tableau suivant (on arrondira les valeurs à la dizaine la plus proche) :

t	0	2	4	6	8	10	11
$f(t)$	400			1 340	2 000		

4. Tracer la courbe représentative de la fonction f dans le plan rapporté à un repère orthogonal tel que :
   1 cm représente une unité sur l'axe des abscisses ; 1 cm représente 200 unités sur l'axe des ordonnées.

Partie B : Application

On étudie l'évolution d'une culture bactérienne en milieu liquide non renouvelé.
On admet que l'expression $f(t) = \mathrm{e}^{0,2t+6}$ donne le nombre de bactéries présentes dans cette culture en fonction du temps t, exprimé en heures.

1. Calculer le nombre de bactéries présentes dans le liquide au bout de 5 h 30 min. (Le résultat sera arrondi à la dizaine d'unités la plus proche).
2. En utilisant le graphique de la **partie A**, déterminer au bout de combien de temps la population de bactéries aura doublé (faire apparaître les tracés utiles et donner une réponse en heures et minutes).
3. Résoudre algébriquement l'équation $f(t) = 800$ et retrouver le résultat de la question précédente.

∾ Baccalauréat SMS La Réunion juin 2000 ∾

EXERCICE 1 **8 points**

Dans un lycée de 1 470 élèves, 350 élèves se sont fait vacciner contre la grippe au début de l'année scolaire 1999-2000. Une épidémie de grippe a affecté la population scolaire au cours de l'hiver, et 10 % des élèves ont contracté la maladie. Enfin, 4 % des élèves vaccinés ont eu la grippe.

1. Reproduire et compléter le tableau suivant, sans justifier les réponses :

	Nombre d'élèves vaccinés	Nombre d'élèves non vaccinés	Total
Nombre d'élèves ayant eu la grippe			
Nombre d'élèves n'ayant pas eu la grippe			
Total	350		1 470

Toutes les réponses aux questions suivantes seront arrondies à 0,01 *près.*

2. On choisit au hasard l'un des élèves de ce lycée, tous les élèves ayant la même probabilité d'être choisis.
   a. Calculer la probabilité de chacun des évènements :
   A : « il a été vacciné »
   B : « il a eu la grippe ».
   b. Calculer la probabilité de l'évènement $A \cap B$.
3. On choisit au hasard un élève parmi ceux qui ont été vaccinés. Calculer la probabilité de l'évènement : « il a eu la grippe ».
4. On choisit au hasard un élève parmi ceux qui n'ont pas été vaccinés. Calculer la probabilité de l'évènement : « il a eu la grippe ».
5. Expliquer pourquoi ce vaccin a été efficace pour les élèves du lycée, bien qu'il ne les ait pas immunisés parfaitement.

PROBLÈME **12 points**

Partie A

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0\,;\,4]$ par :

$$f(t) = 1 + \mathrm{e}^{1-t}.$$

1. Calculer $f'(t)$.
2. **a.** Étudier le signe de $f'(t)$ pour t appartenant à l'intervalle $[0\,;\,4]$.
   b. Dresser le tableau de variations de la fonction f.
   Le compléter avec les valeurs exactes de $f(0)$ et $f(4)$.
3. **a.** Reproduire et compléter le tableau de valeurs numériques suivant (arrondies à 0,1 près) :

t	0	0,5	1	2	2,5	3	4
$f(t)$		2,6		1,4		1,1	

b. Tracer la courbe $\mathscr{C}$ représentative de la fonction f dans le plan rapporté à un repère orthonormal.

Prendre pour unité graphique 5 cm pour une unité sur chaque axe.

Partie B

Une équipe d'une organisation humanitaire circule dans le désert.
En mesurant la pression des pneus de leur véhicule tout terrain, ils s'aperçoivent que l'un des pneus a une fuite. Malheureusement, la roue de secours est inutilisable.
Ils partent aussitôt vers le village le plus proche situé à une heure trente minutes de route.
On admet que l'expression $f(t) = 1 + \mathrm{e}^{1-t}$ donne la pression du pneu percé, exprimée en kg/cm^2, à l'instant t, exprimé en heures. L'origine du temps est le moment où le véhicule se met en route.

1. Utiliser le graphique précédent, en faisant apparaître les constructions utiles, pour répondre aux questions suivantes :

a. Quelle est la pression du pneu percé au moment où l'équipe se met en route ?

b. Quelle sera la pression de ce pneu 45 minutes plus tard ?

c. Pour rejoindre le village, le véhicule doit emprunter une piste caillouteuse sur laquelle la pression du pneu percé ne doit pas être inférieure a 1,5 kg/cm^2.

L'équipe pourra-t-elle rejoindre ce village en voiture ?

(Justifier la réponse)

2. Déterminer par le calcul combien de temps le véhicule aurait pu rouler jusqu'à ce que la pression du pneu soit égale à 1,5 kg/cm^2.

∽ Baccalauréat SMS Métropole septembre 2000 ∾

L'usage des calculatrices et des instruments de calcul est autorisé.
Une feuille de papier millimétré est nécessaire pour le problème.

EXERCICE **8 points**

Dans une partie du monde, on estime que 15 % de la population est contaminée par un virus X. La stratégie de dépistage met en place un test biologique qui devrait être négatif si la personne n'est pas contaminée et positif si la personne est contaminée.
On a observé les résultats suivants :

— Quand la personne est contaminée par le virus X, le test est positif dans 99,6 % des cas.
— Quand la personne n'est pas contaminée par ce virus, le test est négatif dans 97,6 % des cas.

1. En considérant une population de 10 000 personnes observées, reproduire et compléter le tableau suivant :

	Nombre de personnes contaminées	Nombre de personnes non contaminées	Total
Test positif			
Test négatif			
Total			10 000

Dans les questions suivantes les probabilités seront données à 10^{-4} près.

Pour les questions 2, 3, 4 on choisit au hasard une personne de cette population, toutes les personnes ayant la même probabilité d'être choisies.

2. On considère les évènements :

A : « La personne est contaminée par le virus X » ;

B : « La personne a un test positif ».

Calculer la probabilité de chacun des évènements A et B.

3. Calculer la probabilité pour que la personne soit contaminée par le virus X et ait un test positif.

4. **a.** Calculer la probabilité pour que la personne ne soit pas contaminée par le virus X et ait un test positif.

b. Calculer la probabilité pour que la personne soit contaminée par le virus X et ait un test négatif.

c. Calculer la probabilité que le test donne un résultat faux.

5. On choisit maintenant une personne ayant un test négatif.
Quelle est la probabilité qu'elle soit contaminée par le virus X ?

PROBLÈME **12 points**

Partie A

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $I = [10~;~110]$ par :

$$f(x) = -0,1x + 2\ln(2x).$$

1. **a.** Calculer $f'(x)$.

b. Vérifier que $f'(x) = \dfrac{2-0,1x}{x}$ et résoudre l'équation $f'(x) = 0$.

c. Reproduire et compléter le tableau de signes suivant :

x	10 110
$2-0,1x$	
x	
$\dfrac{2-0,1x}{x}$	

d. Donner le tableau de variations de f sur l'intervalle I.

2. Reproduire et compléter le tableau suivant, en donnant des valeurs de $f(x)$ arrondies à 10^{-1} près.

x	10	15	20	30	40	50	60	70	90	110
$f(x)$		5,3	5,4		4,8		3,6			

3. Le plan est muni d'un repère orthogonal. Pour le graphique, on prendra :

— 1 cm en abscisses pour 10 unités ;

— 2 cm en ordonnées pour 1 unité.

Tracer la courbe représentative de la fonction f en utilisant le tableau de valeurs de la question précédente.

Partie B

On admet que, pour un âge x compris entre 15 ans et 60 ans, la capacité pulmonaire de l'être humain, en litres, est donnée par :

$$f(x) = -0,1x + 2\ln(2x).$$

1. En utilisant la **partie A**, préciser la capacité pulmonaire maximale et l'âge où elle est atteinte.

2. Par lecture graphique, en faisant apparaître les tracés utiles, indiquer à quel âge, après 15 ans, la capacité pulmonaire est de 5 litres.

3. Expliquer pourquoi la fonction f ne peut pas être utilisée pour évaluer la capacité pulmonaire d'une personne de 110 ans.

Baccalauréat SMS Nouvelle Calédonie novembre 2000

EXERCICE **8 points**

Une librairie organise un sondage sur la lecture, en interrogeant 500 clients.
La première question concerne le nombre de livres lus par an parmi les 500 clients :

- 55 % déclarent lire au moins 12 livres par an ;
- 40 % déclarent lire plus de 4 et moins de 12 livres par an ;
- les autres lisent au plus quatre livres par an.

La deuxième question concerne ce qui guide le choix des lectures des personnes interrogées :

- 220 clients déclarent être influencés dans leur choix par les médias (presse, radio, télévision, ...) ;
- les autres clients déclarent ne pas être influencés par les médias.

1. Recopier et compléter le tableau suivant (qui comporte des données supplémentaires)

Choix / Nombre de livres lus	Au plus 4	De 5 à 11	Au moins 12	Total
influencé par les médias	16			
non influencé par les médias			180	
Total				500

2. On choisit au hasard un des 500 clients de la librairie ayant répondu à ce sondage.
Les résultats aux questions suivantes seront donnés à 0,01 près.

a. Déterminer la probabilité de chacun des évènements A et B suivants :
A : « le client interrogé déclare être influencé par les médias dans le choix de ses lectures » ;
B : « le client interrogé lit au moins 12 livres par an ».

b. Décrire par une phrase chacun des évènements suivants et déterminer leur probabilité :

$$\overline{B} \quad ; \quad A \cap B \quad ; \quad A \cup B.$$

3. On choisit au hasard un client parmi ceux qui lisent plus de 4 et moins de 12 livres par an. Calculer la probabilité p pour que son choix soit influencé par les médias.

PROBLÈME **12 points**

Partie A

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $\text{I} = [1980 ; 1997]$ par :

$$f(x) = \text{e}^{-0,04x+85}.$$

1. a. Calculer la dérivée $f'(x)$ et montrer que $f'(x) < 0$ pour x appartenant à I.

b. Dresser le tableau de variations de f.

2. Recopier et compléter le tableau suivant, dans lequel les valeurs de $f(x)$ seront arrondies à l'entier le plus proche :

x	1980	1982	1985	1987	1990	1992	1995	1997
$f(x)$	330		270		221		181	

3. Le plan est muni d'un repère orthogonal.
En abscisses, on graduera à partir de 1980 et on prendra 1 cm pour une unité.
En ordonnées, on graduera à partir de 150 et on prendra 1 cm pour dix unités.
Tracer la courbe représentative $(\mathscr{C})$ de la fonction f.

Partie B

Dans cette partie, x désigne un nombre entier compris entre 1980 et 1997. On admet que $f(x)$, arrondi à l'entier le plus proche, donne le nombre de blessés par accident de la circulation, en milliers de personnes, en France métropolitaine, au cours de l'année x.

1. Calculer, à mille près, le nombre de blessés par accident de la circulation en 1993.

2. **a.** Déterminer graphiquement en quelles années le nombre des blessés a été inférieur à 200 000. (Faire apparaître les constructions utiles et justifier la réponse).

b. Retrouver la réponse à la question précédente en résolvant l'inéquation $f(x) \leqslant 200$.