# Baccalauréat SMS 2001

# L'intégrale de juin à novembre 2001

# ∽ Baccalauréat SMS Antilles – Guyane juin 2001 ∾

***L'usage des calculatrices et des instruments de calcul est autorisé.***
***Une feuille de papier millimétré est nécessaire pour le problème.***

**EXERCICE** **8 points**

Un lycée dispense un enseignement de trois langues vivantes : Anglais, Allemand et Espagnol.
Il y a 1 420 élèves inscrits dans cet établissement.
Chaque élève étudie exactement deux langues vivantes.
On donne aussi les renseignements suivants :

— Parmi les élèves qui étudient simultanément l'anglais et l'allemand, on compte 65 % de filles.
— On dénombre 1 150 élèves étudiant l'anglais.
— Parmi les filles qui étudient l'espagnol, 80 % étudient aussi l'anglais.

**1.** Le tableau suivant contient quelques informations supplémentaires. Le recopier et le compléter.

| | Anglais et Allemand | Anglais et Espagnol | Allemand et Espagnol | Total |
|---|---|---|---|---|
| Garçons | | | | |
| Filles | | | | 656 |
| Total | 640 | | | 1 420 |

Dans les questions suivantes, les résultats des calculs seront arrondis à 0,01 près.

**2.** On choisit, au hasard, une personne parmi les élèves du lycée.
On note $A$ et $B$ les évènements suivants :
$A$ : « la personne choisie étudie l'anglais »,
$B$ : « la personne choisie est une fille ».
Calculer la probabilité de chacun des évènements $A$, $B$, $A \cap B$, $A \cup B$.

**3.** On choisit, au hasard, une personne parmi les élèves qui étudient l'allemand.
Calculer la probabilité $p$ que ce soit un garçon.

**PROBLÈME** **12 points**

**A. Étude d'une fonction**

Soit $f$ la fonction définie sur l'intervalle $[0\,;\,24]$ par

$$f(t) = 2\mathrm{e}^{-\frac{t}{12}}.$$

**1. a.** Calculer $f'(t)$.

**b.** Étudier le signe de $f'(t)$ pour $t$ appartenant à l'intervalle $[0\,;\,24]$ et en déduire le sens de variations de $f$.

**2.** Reproduire et compléter le tableau de valeurs suivant (les résultats seront donnés à $10^{-2}$ près).

| $t$ | 0 | 2 | 6 | 10 | 14 | 18 | 24 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(t)$ | 2 | | | 0,87 | | 0,45 | |

**3.** Le plan est muni d'un repère orthogonal (on prendra pour unités graphiques 0,5 cm sur l'axe des abscisses et 10 cm sur l'axe des ordonnées).
Tracer soigneusement la courbe représentative $(C)$ de $f$.

**B. Application**

On injecte à un malade une dose de 2 $cm^3$ d'un médicament M.
La quantité de médicament (en $cm^3$) présente dans le sang du malade après un temps $t$ (en heures) est donnée par la valeur de $f(t)$, $f$ étant la fonction étudiée dans la **partie A**.

**1.** Donner le pourcentage de la quantité de médicament restant dans le sang du malade au bout de 24 heures, par rapport à la dose injectée.

**2.** **a.** En utilisant la courbe $(C)$ et en faisant apparaître les constructions utiles, déterminer le temps au bout duquel la quantité de médicament restant dans le sang est la moitié de la dose injectée.

**b.** Retrouver ce résultat en résolvant l'équation $f(t) = 1$.

# Baccalauréat SMS La Réunion juin 2001

**EXERCICE 1** **8 points**

Une enqute effectuée par une association de consommateurs, concernant l'hygiène alimentaire, porte sur un échantillon de 800 personnes.

Trois groupes bien différenciés apparaissent :

— Type 1 : les personnes totalement végétariennes. On en compte 34.

— Type 2 : les personnes végétariennes qui consomment cependant du poisson. On en compte 132.

— Type 3 : les personnes non végétariennes. Elles constituent le reste de l'échantillon.

On compte 55 % de femmes dans l'échantillon et, parmi celles-ci, 5 % sont totalement végétariennes. De plus, 7,5 % des hommes de l'échantillon sont du type 2.

**1.** Reproduire et compléter le tableau suivant :

| | Type 1 | Type 2 | Type 3 | Total |
|---|---|---|---|---|
| Femmes | | | | |
| Hommes | | | | |
| Total | | | | 800 |

Dans les questions suivantes, les résultats seront donnés sous forme décimale arrondie à 0,001 près.

**2.** On choisit, au hasard, une des 800 personnes de l'échantillon, chacune ayant la même probabilité d'être choisie.

**a.** Soit l'évènement $A$ : « la personne choisie est non végétarienne ». Calculer la probabilité $P(A)$.

**b.** Soit l'évènement $B$ : « la personne choisie est un homme ». Calculer la probabilité $P(B)$.

**c.** Définir par une phrase l'évènement $C = A \cap B$ et calculer sa probabilité.

**d.** Définir par un évènement $D$ exprimé avec $A$ et $B$ la phrase « La personne choisie est non végétarienne ou est un homme », puis calculer sa probabilité.

**PROBLÈME** **12 points**

**Partie A**

On considère la fonction $f$ définie sur l'intervalle $[0\,;2]$ par

$$f(x) = 12x + 12 - 12\ln(3x+1).$$

**1.** Calculer $f'(x)$ et montrer que $f'(x) = \dfrac{12(3x-2)}{3x+1}$.

**2.** Étudier le signe de $f'(x)$ et dresser le tableau de variations de la fonction $f$ sur l'intervalle $[0\,;2]$.

**3.** Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant (arrondir les résultats à $10^{-1}$ près) :

| $x$ | 0 | $\frac{1}{2}$ | $\frac{2}{3}$ | 1 | $\frac{3}{2}$ | 2 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | | 6,8 | 7,4 | | |

4. Tracer la courbe représentative de $f$ dans le plan rapporté à un repère orthogonal.
   (Unités graphiques : 6 cm pour une unité en abscisse et 1 cm pour une unité en ordonnée).

**Partie B**

On suppose que le taux d'anticorps (en g/l) présents dans le sang d'un nourrisson en fonction de l'âge (en années), depuis la naissance jusqu'à l'âge de 2 ans, est donné par la formule suivante :

$$f(x) = 12x + 12 - 12\ln(3x + 1).$$

1. Calculer le taux d'anticorps à la naissance.
2. À l'aide de la **partie A**, déterminer l'âge, arrondi au mois le plus proche, pour lequel le taux d'anticorps est minimal.
3. Déterminer graphiquement l'âge auquel le nourrisson retrouve le taux d'anticorps de sa naissance (laisser apparents les tracés utiles).

# ↜ Baccalauréat SMS Métropole juin 2001 ↝

Durée : 2 heures — Coefficient : 2

**Exercice** — **8 points**

Une enquête effectuée par une association de consommateurs, concernant l'hygiène alimentaire, porte sur un échantillon de 800 personnes.
Trois groupes bien différenciés apparaissent :

— Type 1 : les personnes totalement végétariennes. On en compte 34.
— Type 2 : les personnes végétariennes qui consomment cependant du poisson. On en compte 132.
— Type 3 : les personnes non végétariennes. Elles constituent le reste de l'échantillon.

On compte 55 % de femmes dans l'échantillon et, parmi celles-ci, 5 % sont totalement végétariennes.
De plus, 7,5 % des hommes de l'échantillon sont du type 2.

**1.** Reproduire et compléter le tableau suivant :

| | Type 1 | Type 2 | Type 3 | Total |
|---|---|---|---|---|
| Femmes | | | | |
| Hommes | | | | |
| Total | | | | 800 |

Dans les questions suivantes, les résultats seront donnés sous forme décimale arrondie à 0,001 près,

**2.** On choisit au hasard, une des 800 personnes de l'échantillon, chacune ayant la même probabilité d'être choisie.

**a.** Soit l'évènement $A$ : « la personne choisie est non végétarienne ». Calculer la probabilité $P(A)$.

**b.** Soit l'évènement B : « la personne choisie est un homme ». Calculer la probabilité P(B).

**c.** Définir par une phrase l'évènement $C = A \cap B$ et calculer sa probabilité.

**d.** Définir par un évènement $D$ exprimé avec $A$ et $B$ la phrase « La personne choisie est non végétarienne ou est un homme », puis calculer sa probabilité.

**Problème** — **12 points**

**Partie A**

On considère la fonction $f$ définie sur l'intervalle $[0\,;\,2]$ par :

$$f(x) = 12x + 12 - 12\ln(3x + 1).$$

**1.** Calculer $f'(x)$ et montrer que $f'(x) = \dfrac{12(3x-2)}{3x+1}$.

**2.** Étudier le signe de $f'(x)$ et dresser le tableau de vadation de la fonction $f$ sur l'intervalle $[0\,;\,2]$.

**3.** Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant (arrondir les résultats à $10^{-1}$ près) :

| $x$ | $0$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{2}{3}$ | $1$ | $\frac{3}{2}$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | | 6,8 | 7,4 | | |

4. Tracer la courbe représentative de $f$ dans le plan rapporté à un repère orthogonal. (unités graphiques : 6 cm pour une unité en abscisse et 1 cm pour une unité en ordonnée).

**Partie B**

On suppose que le taux d'anticorps (en g/l) présents dans le sang d'un nourrisson en fonction de l'âge (en années), depuis la naissance jusque à l'âge de 2 ans, est donné par la formule suivante :

$$f(x) = 12x + 12 - 12\ln(3x + 1).$$

1. Calculer le taux d'anticorps à la naissance.
2. À l'aide de la **partie A**, déterminer l'âge, arrondi au mois le plus proche, pour lequel le taux d'anticorps est minimal.
3. Déterminer graphiquement l'âge auquel le nourrisson retrouve le taux d'anticorps de sa naissance (laisser apparents les tracés utiles).

# Baccalauréat SMS Métropole septembre 2001

**EXERCICE 1** **8 points**

Une librairie organise un sondage sur la lecture, en interrogeant 500 clients.
La première question concerne le nombre de livres lus par an parmi les 500 clients :

— 55 % déclarent lire au moins 12 livres par an ;
— 40 % déclarent lire plus de 4 et moins de 12 livres par an ;
— les autres lisent au plus quatre livres par an.

La deuxième question concerne ce qui guide le choix des lectures des personnes interrogées :

— 220 clients déclarent être influencés dans leur choix par les médias (presse, radio, télévision, ...) ;
— les autres clients déclarent ne pas être influencés par les médias.

1. Recopier et compléter le tableau suivant (qui comporte des données supplémentaires)

| Choix \ Nombre de livres lus | Au plus 4 | De 5 à 11 | Au moins 12 | Total |
|---|---|---|---|---|
| influencé par les médias | 16 | | | |
| non influencé par les médias | | | 180 | |
| Total | | | | 500 |

2. On choisit au hasard un des 500 clients de la librairie ayant répondu à ce sondage.
Les résultats aux questions suivantes seront donnés à 0,01 près.

   **a.** Déterminer la probabilité de chacun des évènements A et B suivants :
   $A$ : « le client interrogé déclare être influencé par les médias dans le choix de ses lectures »
   $B$ : « le client interrogé lit au moins 12 livres par an ».

   **b.** Décrire par une phrase chacun des évènements suivants et déterminer leur probabilité :

   $\overline{B}$ ; $A \cap B$ ; $A \cup B$.

3. On choisit au hasard un client parmi ceux qui lisent plus de 4 et moins de 12 livres par an. Calculer la probabilité $p$ pour que son choix soit influencé par les médias.

**PROBLÈME** **12 points**

**Partie A**

On considère la fonction $f$ définie sur l'intervalle I = [1980 ; 1997] par :

$$f(x) = \mathrm{e}^{-0,04x+85}.$$

1. **a.** Calculer la dérivée $f'(x)$ et montrer que $f'(x) < 0$ pour $x$ appartenant à I.

   **b.** Dresser le tableau de variations de $f$.

2. Recopier et compléter le tableau suivant, dans lequel les valeurs de $f(x)$ seront arrondies à l'entier le plus proche :

| $x$ | 1980 | 1982 | 1985 | 1987 | 1990 | 1992 | 1995 | 1997 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 330 | | 270 | | 221 | | 181 | |

**3.** Le plan est muni d'un repère orthogonal.
En abscisses, on graduera à partir de 1980 et on prendra 1 cm pour une unité.
En ordonnées, on graduera à partir de 150 et on prendra 1 cm pour dix unités.
Tracer la courbe représentative $(\mathscr{C})$ de la fonction $f$.

**Partie B**

Dans cette partie, $x$ désigne un nombre entier compris entre 1980 et 1997. On admet que $f(x)$, arrondi à l'entier le plus proche, donne le nombre de blessés par accident de la circulation, en milliers de personnes, en France métropolitaine, au cours de l'année $x$.

**1.** Calculer, à mille près, le nombre de blessés par accident de la circulation en 1993.

**2. a.** Déterminer graphiquement en quelles années le nombre des blessés a été inférieur à 200 000. (Faire apparaître les constructions utiles et justifier la réponse).

**b.** Retrouver la réponse à la question précédente en résolvant l'inéquation $f(x) \leqslant 200$.

# Baccalauréat SMS novembre 2001 Nouvelle–Calédonie

**EXERCICE 1** **9 points**

Le tableau ci-dessous indique le coût de l'abonnement à France Telecom de 1995 à 2000.

| Année | 1995 | 1996 | 1997 | 1998 | 1999 | 2000 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $x_i$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| $y_i$ | 45,76 | 52,80 | 68 | 78 | 78 | 82,20 |

(Source France Telecom)

$x_i$ désigne le rang de l'année,
$y_i$ désigne le prix mensuel, en francs, de l'abonnement à France Telecom.

**Partie A**

Le prix de la minute de communication nationale est passé de 2,30 F en 1995 à 0,60 F en 2000.

1. Exprimer cette baisse de tarif en pourcentage.
2. À partir de quelle durée de communication nationale le coût mensuel – abonnement compris – est-il plus avantageux en 2000 qu'en 1995 ?
   Donner le résultat à une minute près.

**Partie B**

1. Représenter le nuage de points de cette série statistique $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ dans un repère orthogonal.
   En abscisses : axe gradué à partir de 0 et 2 cm représentent 1 rang d'année.
   En ordonnées : axe gradué à partir de 45 et 1 cm représente 2 F.
2. On se propose de chercher une droite d'ajustement de $y$ en $x$. On note $G_1$ le point moyen des trois premiers points du nuage et $G_2$ le point moyen des trois derniers points.
   **a.** Calculer les coordonnées de $G_1$ et $G_2$.
   **b.** Placer $G_1$ et $G_2$ sur le graphique et tracer la droite $(G_1\,G_2)$.
   **c.** Déterminer par le calcul une équation de la droite $(G_1\,G_2)$.
3. En admettant que la droite $(G_1\,G_2)$ constitue un bon ajustement de $y$ en $x$, estimer graphiquement le prix mensuel de l'abonnement à France Telecom en 2001.
   Faire apparaître les constructions utiles sur le graphique.
   Vérifier par le calcul.

**EXERCICE 2** **11 points**

**Partie A**

On considère les fonctions $f$ et $g$ définies par :

$$f(x) = -1,4x + 17 \text{ pour } x \in [0\ ;\ 10] \text{ et } g(x) = 17,2 - 14,2\mathrm{e}^{(4-0,4x)} \text{ pour } x \in [10\ ;\ 25].$$

On note $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ leurs représentations graphiques dans un repère orthonormal $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$. Unité graphique : 1 cm

1. Calculer $f(10)$ et $g(10)$.
2. **a.** À quelle catégorie de fonctions appartient la fonction $f$ ?

   **b.** En déduire le sens de variations de $f$ sur l'intervalle $[0;10]$ et dresser le tableau de variations de $f$ sur l'intervalle $[0;10]$.
3. Calculer $g'(x)$ et en déduire le sens de variations de $g$ sur l'intervalle $[10;25]$.
   Dresser le tableau de variations de $g$.
4. Résoudre l'équation $g(x) = 17$ dans l'intervalle $[10;25]$.
   Donner une valeur approchée à 0,1 près de la solution.
5. Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant : (valeurs arrondies à 0,1 près)

| $x$ | 10 | 10,25 | 10,5 | 211 | 12 | 14 | 18 | 20 | 22 | 25 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $g(x)$ | | | | | | 14,3 | | | | |

6. Construire les courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ dans le repère $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.

**Partie B**

L'exercice musculaire entraîne des variations de concentrations de nombreux métabolites.
La récupération qui suit l'exercice permet à l'organisme de restaurer les concentrations initiales.
On s'intéresse ici à l'évolution de la concentration musculaire de phosphocréatine d'un sportif.
À l'instant $t = 0$, un sportif commence un exercice physique très intense qui va durer 10 minutes et sera suivi d'une récupération de 15 minutes. On mesure la concentration musculaire de phosphocréatine de ce sportif en fonction du temps.
On note $p(t)$ la concentration musculaire de phosphocréatine (en mmol.kg$^{-1}$) de ce sportif à l'instant $t$ exprimé en minutes.
On admet que $p(t) = f(t)$ lorsque $t \in [0~;~10]$ et que $p(t) = g(t)$ lorsque $t \in [10~;~25]$.

1. Utiliser le graphique, en faisant les constructions utiles, pour déterminer :

   **a.** les instants où la concentration musculaire de phosphocréatine est de 10 mmol.kg$^{-1}$ ;

   **b.** la durée pendant laquelle la concentration musculaire de phosphocréatine reste inférieure ou égale à 13 mmol.kg$^{-1}$.
2. Interpréter la question **4.** de la **partie A**.