Baccalauréat SMS 2006

L'intégrale de juin à novembre 2006

Durée : 2 heures

Baccalauréat SMS Antilles–Guyane juin 2006

L'usage des calculatrices et des instruments de calcul est autorisé. Une feuille de papier millimétré est nécessaire pour le problème. Le formulaire officiel de mathématiques est joint au sujet.

EXERCICE 8 points

Une maladie atteint 3 % d'une population de 30 000 habitants. On soumet cette population à un test.

— parmi les bien portants, 2 % ont un test positif;

— parmi les individus malades, 49 ont un test négatif.

1. Reproduire puis compléter le tableau suivant :

	Malades	Bien portants	Total
Test positif			
Test négatif			
Total			30 000

Dans les questions suivantes, les résultats numériques demandés seront donnés à 10^{-3} *près.*

2. On choisit au hasard un individu de cette population. On considère les évènements T et M suivants :

— T : « le test est positif pour l'individu choisi »;

— M : « l'individu choisi est malade ».

a. Calculer la probabilité de chacun des évènements T et M.

b. Définir par une phrase l'évènement $\overline{T}$ et calculer sa probabilité.

c. Définir par une phrase chacun des évènements $M \cup T$ et $\overline{M} \cap$ T.

d. Calculer les probabilités des évènements $M \cup T$ et $M \cap \overline{T}$.

3. On décide d'hospitaliser tous les individus qui ont un test positif. On choisit au hasard un individu hospitalisé. Quelle est la probabilité qu'il soit bien portant?

PROBLÈME 12 points

Partie A : étude et représentation graphique d'une fonction

On appelle f la fonction numérique de variable réelle définie sur [0; 5] par

$$f(t) = t\mathrm{e}^{2-t}.$$

1. Calculer $f'(t)$ et vérifier que $f'(t) = (1-t)\mathrm{e}^{2-t}$.

2. **a.** Étudier le signe de $f'(t)$ sur [0; 5].

b. Dresser le tableau de variations de f (dans ce tableau ne figureront que des valeurs exactes).

3. Recopier sur la copie en le complétant le tableau de valeurs suivant (les valeurs seront données sous forme décimale arrondie à 0,01 près)

4. Tracer la courbe représentative de la fonction f sur une feuille de papier millimétré, dans un repère orthonormé d'unité 3 centimètres.

Partie B : application : étude de la concentration d'un médicament dans le sang d'un malade en fonction du temps

À l'instant $t = 0$, un malade absorbe un médicament. On admet que la concentration de celui-ci dans le sang, exprimée en mg.L^{-1}, en fonction du temps t exprimé en heures est donnée par la fonction f étudiée dans la partie A.

1. À quel instant la concentration du médicament est-elle maximale ? Quelle est cette concentration maximale ? (donner sa valeur exacte puis son approximation décimale à 0,01 mg.L^{-1} près).

2. Dans cette question, on fera apparaitre sur le graphique tous les tracés utiles. Déterminer graphiquement au bout de combien de temps la concentration dans le sang redevient inférieure à 1 mg.L^{-1}.

3. Déterminer graphiquement le temps pendant lequel la concentration dans le sang est supérieure à 2 mg.L^{-1}

∾ Baccalauréat SMS Métropole juin 2006 ∾

EXERCICE **8 points**

Questionnaire à choix multiple :

Cocher les bonnes réponses, il y en a au moins une par question.
Toute bonne réponse rapporte 1 *point, toute erreur retire* 0,5 *point, l'absence de réponse ne retire rien. Si le total des points est négatif la note de l'exercice sera ramenée à zéro.*

1. Soient A et B deux évènements tels que leurs probabilités vérifient :
   $P(A) = P(B) = 0,2$ et $P(A \cap B) = 0,1$. Alors $P(A \cup B)$ est égal à :

   ☐ $0,2$ ☐ $0,3$ ☐ $0,4$ ☐ $0,5$

2. La fonction f définie sur $[1\,;\,12]$ par $f(x) = \dfrac{-x^2+3x-4}{x}$ a pour dérivée la fonction f' telle que $f'(x) =$

   ☐ $-1+\dfrac{4}{x^2}$ ☐ $\dfrac{4-x^2}{x^2}$ ☐ $\dfrac{x^2-4}{x^2}$ ☐ $\dfrac{-2x+3}{1}$

3. On considère la fonction logarithme népérien notée ln.
   $\ln 27$ est égal à :

   ☐ $3\ln 3$ ☐ $9\ln 3$ ☐ $27\ln 1$ ☐ $\ln 9+\ln 3$

4. On considère la fonction f définie sur $[0,5\ ;\ 12]$ par $f(x) = 2\ln x$ et $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthogonal.
   Le coefficient directeur de la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 4 est :

   ☐ $2\ln 4$ ☐ 0 ☐ $0,25$ ☐ $0,5$

5. Dans un classe de 20 élèves, 15 sont des filles, et il y a 8 élèves qui portent des lunettes. Par ailleurs un tiers des filles portent des lunettes. On prend un élève au hasard.
   a. la probabilité que cet élève soit une fille est de :

   ☐ $\dfrac{1}{15}$ ☐ $0,75$ ☐ $0,125$ ☐ $0,067$ environ

   b. la probabilité que ce soit un garçon et qu'il porte des lunettes est de :

   ☐ $0,6$ ☐ $0,15$ ☐ $0,4$ ☐ $0,5$

PROBLÈME **12 points**

Partie A

Soit f la fonction définie sur $[0\,;\,7]$ par

$$f(x) = 12+3x-\mathrm{e}^{0,5x}.$$

1. **a.** Calculer $f'(x)$ et montrer que : $f'(x) = 3-0,5\mathrm{e}^{0,5x}$.
   b. Résoudre l'inéquation $f'(x) \geqslant 0$.
   c. Dresser le tableau de variations de la fonction f.

2. Recopier et compléter le tableau suivant (arrondir les résultats à $0,1$ près) :

x	0	1	2	3	$2\ln 6$	4	5	6	7
$f(x)$		13,4				16,6	14,8	9,9	

3. Tracer la courbe représentative de f dans un repère orthogonal ; unités :
   — 2 cm pour une unité en abscisses et
   — 1 cm pour une unité en ordonnées.

Partie B

On introduit une substance S dans un liquide contenant un certain type de micro-organismes afin d'en stopper la prolifération.
On suppose que le nombre (en millions) de micro-organismes présents au bout du temps x (en heure) écoulé depuis l'introduction de la substance S est donné par l'expression :

$$f(x) = 12 + 3x - \mathrm{e}^{0,5x}.$$

1. Quel est le nombre de micro-organismes au bout d'une heure ? au bout d'une heure et trente minutes ? (Arrondir les résultats à 100 000 près)
2. Au bout de combien de temps la population est-elle maximale ? Quelle est cette population maximale ?
3. Déterminer graphiquement durant combien de temps la population est supérieure ou égale à 12 millions (laisser apparents les traits de construction).

∽ Baccalauréat SMS La Réunion 2006 ∾

EXERCICE

Le tableau suivant, extrait du dernier recensement de l'INSEE, présente des données concernant le département du Nord et ses 6 arrondissements. Il porte sur le nombre de naissances observées dans ce département, et parmi elles, précise le nombre de nouveaux-nés bénéficiant d'un allaitement, et le nombre de mères n'ayant pas subi la totalité des sept consultations prénatales normalement prévues.

	Nom de la Zone	Nombre de naissances	Nombre de nouveaux-nés bénéficiant d'un allaitement	Nombre de naissances dont la mère a bénéficié de moins de 7 consultations prénatales
ARRONDISSEMENT	AVESNES-SUR-HELPE	3 210	1 226	371
	CAMBRAI	2 194	864	379
	DOUAI	3 395	1 379	364
	DUNKERQUE	5 026	1 921	488
	LILLE	17 967	9 818	2 092
	VALENCIENNES	4 881	2 163	608
DÉPARTEMENT DU NORD	TOTAL	36 673	17 371	4 302

1. **a.** On sait par ailleurs que 7,29 % des nouveaux-nés de Cambrai étaient de « petit poids », c'est-à-dire avaient un poids de naissance inférieur à 2 500 grammes. Déterminer le nombre de ces nouveaux-nés de « petit poids » en arrondissant à l'unité.

   b. Les nouveaux-nés de « petit poids » de Cambrai représentent 6,14 % de tous les nouveaux-nés de « petit poids » du département du Nord. Calculer le nombre des nouveaux-nés du Nord qui sont de « petit poids » (on arrondira à 1 près).

   Dans les questions suivantes, les résultats seront donnés sous forme décimale arrondie à 0,001 *près.*

2. On choisit au hasard un nouveau-né dans le département du Nord. On considère les évènements suivants :
   - A : « le nouveau-né bénéficie d'un allaitement » ;
   - D : « le nouveau-né est né dans l'arrondissement de Dunkerque ».

   a. Calculer la probabilité de chacun des évènements A et D.

   b. Définir par une phrase l'évènement $\overline{A}$ et calculer sa probabilité.

   c. Définir par une phrase l'évènement $\overline{A} \cap D$ et calculer sa probabilité.

   d. Calculer la probabilité de l'évènement $\overline{A} \cup D$.

3. On choisit maintenant au hasard un nouveau-né du département du Nord dont la mère n'a pas bénéficié des sept consultations prénatales. Quelle est la probabilité qu'il soit né à Lille ?

PROBLÈME

Partie A

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0 ; 5]$ par

$$f(t) = 30\mathrm{e}^{-0,4t}$$

1. **a.** Calculer $f'(t)$.

   b. Étudier le signe de $f'(t)$ sur l'intervalle $[0\,;5]$.

   c. En déduire le tableau de variations de f (dans ce tableau n'apparaitront que des valeurs exactes).

2. Reproduire et compléter le tableau suivant en donnant les résultats arrondis à $0,1$ près :

t	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	4	5
$f(t)$			20,1		13,5		9		

3. Tracer la courbe représentative de la fonction f dans le plan rapporté à un repère orthogonal en prenant pour unités graphiques :
   - 2 cm pour 1 unité sur l'axe des abscisses.
   - 0,5 cm pour 1 unité sur l'axe des ordonnées.

Partie B

On dissout 30 kg de sucre dans de l'eau. À chaque instant t, exprimé en heures, on note $y(t)$ la quantité, exprimée en kg, de sucre non encore dissous. On admet que la fonction y est solution de l'équation différentielle $y' = -0,4y$.

1. **a.** Résoudre l'équation différentielle $y' = -0,4y$.

   b. Trouver la solution telle que $y(0) = 30$ puis vérifier que cette solution est la fonction f de la partie A.

2. Utiliser la partie A pour déterminer graphiquement, en faisant apparaitre les traits de construction utiles :

   a. Au bout de combien de temps on aura 50 % de la quantité de sucre dissoute.

   b. Le temps pendant lequel la quantité de sucre dissous représente moins de 40 % de la quantité initiale.

3. Retrouver le résultat de la question 2. a. en résolvant une équation. On donnera la valeur exacte de la solution puis une valeur approchée à $0,1$ près.

Baccalauréat SMS Polynésie juin 2006

EXERCICE **8 points**

Le tableau ci-dessous présente l'évolution des dépenses de santé en France, de 1960 à 2000 (en milliards d'euros).

Année	1960	1965	1970	1975	1980	1985	1990	1995	2000
Rang de l'année : x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Dépense en milliards d'euros : y_i	1,6	3,3	6,2	13,8	28,9	55,1	80	103,5	121,7

(*source : Ministère de la Santé et de la Solidarité*).

1. **a.** De quel pourcentage la dépense a-t-elle augmenté entre 1995 et 2000 (arrondir le résultat à 10^{-1} près) ?

   b. En 2000, la consommation de soins et biens médicaux (CSBM) s'élevait plus précisément à 121 673 millions d'euros. Dans cette somme, les médicaments représentaient 25 212 millions d'euros. Quel pourcentage de la CSBM cela représente-t-il ? (arrondir le résultat à 10^{-1} près).

2. Représenter, sur papier millimétré, le nuage de points de coordonnées $(x_i ; y_i)$ dans un repère orthogonal, en prenant comme unités graphiques :
   1 cm pour 1 unité sur l'axe des abscisses
   1 cm pour 10 milliards d'euros sur l'axe des ordonnées.
   Dans la suite de l'exercice, compte tenu de l'allure du nuage, on s'intéresse à la série statistique correspondant aux six derniers points (du rang 3 au rang 8).

3. Soit G Le point moyen de ces six derniers points. Calculer les coordonnées de G (arrondir l'ordonnée à 10^{-1} près).

4. On effectue un ajustement affine de la série, représentée par ces six derniers points, par la droite D d'équation $y = ax - 56,7$, où a est un réel à déterminer.

   a. Sachant que D passe par le point G, calculer a (arrondir le résultat à 10^{-1} près).

   b. Tracer D sur le graphique précédent.

5. On suppose que cet ajustement est valable jusqu'en 2010.
   À l'aide d'un calcul, estimer les dépenses de santé prévues pour 2010.

PROBLÈME **12 points**

Partie A - Étude d'une fonction

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[1\,850 ; 2\,020]$ par :

$$f(t) = 250 + 25\mathrm{e}^{0,01t-18,5}$$

1. Calculer $f'(t)$ où f' désigne la fonction dérivée de la fonction f sur l'intervalle $[1\,850 ; 2\,020]$.

2. **a.** Justifier que $f'(t)$ est positif sur l'intervalle $[1\,850 ; 2\,020]$.

   b. Dresser le tableau de variations de la fonction f. On précisera les valeurs exactes de $f(1\,850)$ et de $f(2\,020)$.

3. Recopier sur la copie puis compléter le tableau de valeurs suivant (arrondir les résultats à l'entier le plus proche).

t	1 850	1 900	1 950	1 970	1 990	2 005	2 020
$f(t)$			318				

4. On appelle $\mathscr{C}$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.
Tracer la courbe $\mathscr{C}$ dans ce repère.
On prendra comme unités graphiques :
1 cm pour 10 unités sur l'axe des abscisses,
1 cm pour 10 unités sur l'axe des ordonnées.
De plus, on graduera l'axe des abscisses à partir de 1 850 et l'axe des ordonnées à partir de 270.

Partie B - Teneur en dioxyde de carbone contenu dans l'atmosphère

Source Laboratoire CNRS de Glaciologie Université Joseph Fourier, Grenoble

Une étude statistique a montré que la teneur en dioxyde de carbone (CO_2) contenu dans l'atmosphère de 1850 à nos jours, exprimée en parties par millions (ppm), peut être modélisée par la formule suivante :

$$f(t) = 250 + 25\text{e}^{0,01t-18,5}$$

où t représente l'année et $f(t)$ la teneur en dioxyde de carbone.
On supposera que ce modèle reste valable jusqu'en 2020.

1. *On fera apparaître sur le graphique, de la question A 4., les traits de construction utilisés pour répondre aux questions suivantes et l'on donnera les résultats à l'unité près.*
Estimer à l'aide du graphique

a. la teneur en dioxyde de carbone (CO_2) qu'on peut prévoir en 2010,

b. l'année à partir de laquelle la teneur en dioxyde de carbone (CO_2) a dépassé 350 ppm.

2. Déterminer le résultat de la question 1. a. par le calcul, en résolvant l'équation suivante :

$$250 + 25\text{e}^{0,01t-18,5} = 350$$

Baccalauréat SMS Antilles septembre 2006

L'usage des calculatrices et des instruments de calcul est autorisé.
Une feuille de papier millimétré est nécessaire pour le problème.
Le formulaire officiel de mathématiques est joint au sujet.

EXERCICE **9 points**

Le Ministère de la Santé et de la Protection Sociale publie, chaque année, des statistiques concernant le personnel de santé.
Dans la suite de l'exercice, le mot infirmier recouvre aussi bien les hommes que les femmes exerçant cette profession.
Voici les informations obtenues en 2004 pour les infirmiers du département du Cantal :

— 1 212 infirmiers exercent dans ce département.
— Ils sont répartis en trois catégories : les « infirmiers libéraux », les « salariés hospitaliers » et les « autres salariés ».
— 75 % des infirmiers sont des salariés hospitaliers et 180 sont des infirmiers libéraux.
— Parmi les infirmiers libéraux, 90 % sont des femmes.
— Il y a 1 030 femmes au total. Parmi elles, 10 % font partie des « autres salariés ».

1. Reproduire le tableau ci-dessous et le compléter :

	Hommes	Femmes	Total
Infirmiers libéraux			
Salariés hospitaliers			
Autres salariés			
Total			1 212

Source : DRESS -Ministère de la Santé et de la Protection Sociale

Dans les questions suivantes les résultats seront arrondis à 10^{-2} *près.*

2. On choisit au hasard un individu parmi les 1 212 infirmiers du département. On considère les évènements suivants :
   A : « L'individu est une femme » ;
   B : « L'individu est un infirmier libéral » ;
   C : « L'individu est une femme salariée ».
   a. Calculer la probabilité de chacun des évènements A et B.
   b. Décrire par une phrase les évènements $A \cap B$ et $A \cup B$, puis calculer leur probabilité.
   c. Exprimer C en fonction de A et B, puis calculer sa probabilité.
3. On choisit au hasard un individu parmi les infirmiers hommes. Quelle est la probabilité qu'il soit un infirmier libéral ?

Problème **11 points**

Partie A

Soit f la fonction définie sur $[0,1\,;\,4]$ par

$$f(x) = -\left[\frac{\left(x^2\right)}{2}\right] + x + 5 + 2\ln x.$$

1. Calculer $f'(x)$.

2. Montrer que $f'(x)$ peut s'écrire sous la forme $\left[\dfrac{(-x+2)(x+1)}{x}\right]$.
3. Utiliser la question 2 pour étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0,1\,;\,4]$.
4. Établir le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[0,1\,;\,4]$ (les valeurs de $f(x)$ figurant dans ce tableau seront données sous forme décimale arrondie à 0,1 près).
5. Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant (avec des résultats sous forme décimale arrondie à 0,1 près) :

x	0,1	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
$f(x)$		4				6,2			

Tracer sur papier millimétré la courbe représentative de f dans un repère orthonormé (unité : 2 cm).

Partie B

On veut suivre l'évolution de la population dans une culture bactérienne, suivant la température à laquelle on soumet cette culture. Pour une température x, en dizaines de degrés Celsius, comprise entre 0,1 et 4, le nombre de bactéries, en millions, dans la culture est $f(x)$ où f est la fonction étudiée dans la partie A.

1. À quelle température, en degrés Celsius, le nombre de bactéries dans la culture est-il maximal ?

   Dans les deux questions suivantes, on fera apparaître les traits de construction utiles.
2. Déterminer graphiquement le nombre de bactéries dans la culture chauffée à 37,5° C.
3. Pour quelles températures, en degrés Celsius, le nombre de bactéries dans la culture est-il inférieur ou égal à 5 500 000 ?

∽ Baccalauréat SMS Métropole septembre 2006 ∾

L'usage des calculatrices et des instruments de calcul est autorisé.
Une feuille de papier millimétré est nécessaire pour le problème.
Le formulaire officiel de mathématiques est joint au sujet.

EXERCICE **8 points**

Le tableau suivant provient du recueil de données effectué pendant trois ans par sept hôpitaux français. Il s'agit d'admissions consécutives à des accidents de roller.

âge / sexe	9 ans et moins	10 à 14 ans	15 à 19 ans	20 à 34 ans	35 ans et plus	total
hommes	160	694	229	174	73	1 330
femmes	183	312	47	127	76	745
total	343	1 006	276	301	149	2 075

Partie A : On arrondira les résultats à 10^{-1} près

1. Parmi les personnes hospitalisées suite à un accident de roller, déterminer le pourcentage d'hommes ?
2. Parmi les hommes hospitalisés suite à un accident de roller, déterminer le pourcentage de personnes âgées de moins de 20 ans ?

Partie B : On décide de contacter au hasard une personne ayant été hospitalisée.

On définit les évènements suivants :

A : « la personne contactée est une femme » ;
B : « la personne contactée a 15 ans et plus » ;
C : « la personne contactée a entre 10 et 14 ans ».

Les réponses aux questions suivantes seront données sous forme décimale arrondie à 10^{-1} près.

1. Calculer la probabilité de chacun des évènements A, B et C.
2. Soit D l'évènement : « la personne contactée est un homme de 15 ans et plus ».
   a. Exprimer D à l'aide de A et B.
   b. Calculer la probabilité de l'évènement D.
3. Décrire par une phrase l'évènement $\overline{A} \cup B$ et donner sa probabilité.
4. On décide de n'interroger que des hommes qui ont été hospitalisés. On contacte un homme au hasard. Quelle est alors la probabilité qu'il soit âgé de 20 ans et plus ?

Problème **12 points**

Partie A

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $\text{I} = [0\,;\,5]$ par

$$f(x) = 5x\text{e}^{-x}.$$

1. Calculer la dérivée $f'(x)$ de la fonction f.
   Vérifier que cette dérivée peut s'écrire $f'(x) = (5-5x)\text{e}^{-x}$.
2. Déterminer le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle I (utiliser au besoin un tableau de signes).

3. Dresser le tableau de variations de la fonction f.
4. Compléter le tableau suivant après l'avoir recopié (on arrondira les résultats à 0,01 près) :

x	0	0,25	0,75	1	1,5	2	3	5
$f(x)$			1,77					0,17

5. Soit $\mathscr{C}$ la courbe représentative de f dans un repère orthogonal du plan. Tracer $\mathscr{C}$ sur une feuille de papier millimétré en prenant pour unités :
— 4 cm pour 1 unité sur l'axe des abscisses ;
— 10 cm pour 1 unité sur l'axe des ordonnées.

Partie B

Lors d'une ingestion d'alcool, à jeun, le taux d'alcool présent dans le sang, en grammes par litre, en fonction du temps x, exprimé en heures, est donnée par $f(x)$ où f est la fonction étudiée dans la Partie A.

1. Quel est le taux d'alcool présent dans le sang au bout d'une demi-heure ?
2. Au bout de combien de temps ce taux est-il maximal ? Quelle est la valeur de ce maximum ?
3. Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geqslant 0,4$ (on fera apparaître les traits de construction utiles sur le graphique).
4. Sachant que pour conduire une voiture le taux d'alcool doit être inférieur à 0,5 grammes par litre, au bout de combien de temps après une telle ingestion d'alcool peut-on reprendre le volant ?

∽ Baccalauréat SMS La Réunion septembre 2006 ∾

L'usage des calculatrices et des instruments de calcul est autorisé.
Une feuille de papier millimétré est nécessaire pour le problème.
Le formulaire officiel de mathématiques est joint au sujet.

EXERCICE **8 points**

Pour étudier les violences envers les femmes en France, l'INED (Institut National d'Études Démographiques) a effectué de mars à juillet 2000 une enquête par téléphone auprès de 6 970 femmes.
Les résultats concernant les violences subies au cours des 12 derniers mois dans l'espace public sont donnés dans le tableau suivant :

Type de violences	20-24 ans	25-34 ans	35-44 ans	45-59 ans	Total
Insultes et menaces verbales	179	294	248	189	910
Agressions physiques	20	31	25	37	113
Être suivie	89	112	85	62	348
Exhibitionnisme	64	64	36	26	190
Avances et agressions sexuelles	47	50	19	11	127
Aucune agression	318	1 383	1 709	1 872	5 282
Total	717	1 934	2 122	2 197	6 970

(source : http ://www.ined.fr/ Enquête Enveff)

1. Calculer le pourcentage, à 0,1 % près, des femmes ayant subi des insultes et menaces verbales parmi les femmes âgées de 20 à 24 ans, puis parmi les femmes âgées de 35 à 59 ans.
   Dans les questions suivantes, les résultats seront donnés à $0,001$ *près.*
2. On choisit au hasard une femme parmi les 6 970 femmes interrogées. On considère les évènements suivants :
   A : « la femme est âgée de 20 à 24 ans » ;
   B : « la femme a été suivie ou a subi des avances et une agression sexuelle ».
   a. Calculer la probabilité des évènements A et B.
   b. Définir par une phrase les évènements $A \cup B$ et $\overline{A} \cup B$, puis calculer leur probabilité.
3. On choisit au hasard une femme âgée de 20 à 24 ans parmi les femmes interrogées.
   Déterminer la probabilité pour qu'elle ait subi une agression physique.

Problème **12 points**

Partie A

Soit f la fonction définie sur I = [0 ; 7] par

$$f(t) = 50t\mathrm{e}^{-0,5t+1}.$$

1. Calculer $f'(t)$ et vérifier que $f'(t) = (50-25t)\mathrm{e}^{-0,5t+1}$, pour tout t de [0 ; 7].
2. Étudier le signe de $f'(t)$.
3. Construire le tableau de variations de f sur I.
4. Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant (arrondir les résultats à 10^{-1} près) :

t	0	0,4	0,5	1	2	3	4	5	6	7
$f(t)$		44,5		82,4		91	73,6		40,6	

5. On munit le plan d'un repère orthogonal d'unités graphiques 2 cm en abscisses et 0,2 cm en ordonnées. Construire la courbe représentative de f dans ce repère.

Partie B

Avant de mettre sur le marché une nouvelle crème solaire, un laboratoire teste la qualité d'un composant agissant comme un réservoir d'hydratation pour la peau tout au long de l'exposition au soleil.
Pour cela, il a mesuré le taux d'hydratation de la peau t heures après l'application.
La fonction f étudiée dans la **partie A** correspond au taux mesuré, exprimé en pourcentage, pendant 7 heures.
À l'aide de la **partie A**, indiquer le moment où le taux est maximum.
Dans les questions suivantes, faire apparaître les traits de construction utiles.

1. Déterminer graphiquement le ou les moments où le taux d'hydratation est égale à 20 %.
2. La qualité est jugée satisfaisante pour commercialiser cette crème si le taux d'hydratation dépasse 50 % pendant une durée d'au moins six heures. À l'issue des résultats de ce test, le laboratoire peut-il commercialiser cette crème ?

Baccalauréat SMS Nouvelle-Calédonie novembre 2006

Le formulaire officiel de mathématiques est distribué en même temps que le sujet.
Deux feuilles de papier millimétré seront mises à la disposition des candidats.

EXERCICE **8 points**

Le tableau suivant donne l'espérance de vie d'une femme selon son année de naissance. (source INSEE, bilan démographique).

Année	1985	1988	1991	1994	1997	2000
Rang de l'année x_i	0	3	6	9	12	15
Espérance de vie y_i	79,4	80,5	81,1	81,8	82,2	82,8

1. **a.** Représenter le nuage de points de coordonnées $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ associé à cette série statistique dans un repère orthogonal. On graduera l'axe des abscisses de 0 à 25. On prendra sur cet axe pour unité graphique : 1 cm pour une unité. On graduera l'axe des ordonnées à partir de 79. On prendra sur cet axe pour unité graphique : 2 cm pour une unité.

   b. Déterminer les coordonnées du point moyen G de ce nuage et le placer dans le repère.

   c. On admet que la droite (d) d'équation $y = 0,22x + 79,65$ constitue un bon ajustement de ce nuage.
   Vérifier que le point G appartient a (d).

   d. Construire la droite (d) sur le graphique précédent.

2. Dans la suite de l'exercice on admet que la droite (d) permet d'estimer l'espérance de vie des femmes nées jusqu'en 2010.

   a. En utilisant le graphique et en laissant les traits de construction apparents, estimer l'espérance de vie d'une femme née en 2006.

   b. Sur la période de 6 ans allant de 1994 à 2000, l'espérance de vie a augmenté de 1,22 %.
   Ce taux se maintiendra-t-il sur la période allant de 2000 à 2006 ? Justifier la réponse.

3. Estimer graphiquement à partir de quelle année de naissance l'espérance de vie d'une fille devrait dépasser 85 ans.

PROBLÈME **12 points**

Au cours d'une étude sur les rythmes cardiaques, on note toutes les cinq minutes à partir du temps $x = 0$, correspondant au début de l'épreuve physique, le rythme cardiaque d'un sportif en pulsations par minute.
Les résultats obtenus ont permis de mettre en place un modèle mathématique étudié dans la partie A.

Partie A

On considère que la fonction f définie sur l'intervalle $[0 ; 30]$ par

$$f(x) = -2x + 60 + 32\ln(x + 1)$$

permet d'estimer le rythme cardiaque à l'instant x exprimé en minutes.

1. f' désignant la fonction dérivée de la fonction f, calculer $f'(x)$ pour tout x dans l'intervalle $[0 ; 30]$ et vérifier que $f'(x) = frac2(15 - x)x + 1$.
2. Sur l'intervalle $[0 ; 30]$, étudier le signe de $f'(x)$.
   En déduire le tableau de variations de la fonction f. On y fera figurer les valeurs exactes de $f(0)$, $f(15)$, $f(30)$.

3. Recopier sur la copie et compléter le tableau ci-dessous, en arrondissant les valeurs à l'unité près :

x	0	5	10	15	20	25	30
$f(x)$						114	

4. Tracer la courbe représentative de la fonction dans un repère orthogonal en prenant pour unités graphiques : 2 cm pour 5 minutes sur l'axe des abscisses 1 cm pour 10 pulsations par minute sur l'axe des ordonnées.

Partie B

1. Au bout de combien de temps le rythme cardiaque est-il maximal ?
Quelle valeur atteint-il ?

2. Quel est le rythme cardiaque du sportif au repos ?

3. À l'aide du graphique, répondre aux questions suivantes :

a. À quel instant le rythme est-il de 90 pulsations par minute ?

b. Dans les conditions de cette épreuve, on considère qu'une personne est en très bonne condition physique lorsque la durée pendant laquelle son cœur bat à plus de 1,5 fois sa vitesse au repos est inférieure à vingt minutes. Ce sportif est-il en très bonne condition physique ? Justifier.

c. De même, une personne est considérée en mauvaise condition physique lorsque son rythme cardiaque atteint ou dépasse le double du rythme au repos. Ce sportif est-il en mauvaise condition physique ? Justifier.