

∞ Baccalauréat STL 2000 ∞

L'intégrale de juin à septembre 2000

Antilles-Guyane, Biochimie juin 2000	3
Métropole Biochimie juin 2000	5
Métropole Biochimie septembre 2000	7
Métropole Chimie de laboratoire juin 2000	9
Métropole Chimie de laboratoire septembre 2000	11
Métropole Physique de laboratoire juin 2000	14

∞ Baccalauréat STL Antilles–Guyane juin 2000 ∞
Biologie–Génie biologique

Durée : 2 heures

Coefficient : 2

EXERCICE 1

4 points

40 livres de mathématiques pour la section STL sont disposés sur une étagère de la bibliothèque du centre de documentation et d'information d'un lycée. 7 d'entre eux ont une couverture bleue, 12 ont une couverture jaune et 21 ont une couverture rouge.

Parmi ces 40 livres, 35 % sont des livres de première, et tous les autres sont des livres de terminale. Parmi les 7 livres à couverture bleue, 4 sont du niveau première.

Parmi les 12 livres à couverture jaune, les $\frac{3}{4}$ sont du niveau terminale.

1. Reproduire sur la copie et remplir le tableau suivant :

Nombre de livres	à couverture bleue	à couverture jaune	à couverture rouge	Total
de première				
de terminale				
Total				

2. On choisit un livre au hasard sur l'étagère, et on suppose l'équiprobabilité des tirages.
- Quelle est la probabilité p_1 qu'il s'agisse d'un livre de terminale ?
 - Quelle est la probabilité p_2 qu'il s'agisse d'un livre à couverture jaune ?
 - Quelle est la probabilité p_3 qu'il s'agisse d'un livre de terminale à couverture jaune ?
 - Quelle est la probabilité p_4 qu'il s'agisse d'un livre de terminale ou d'un livre à couverture jaune ?
3. Jacques et Sophie veulent chacun un livre à couverture bleue. Jacques choisit un livre, puis Sophie un autre parmi ceux qui restent.
- Combien de résultats différents peut-on obtenir ? On pourra s'aider d'un arbre (même incomplet) ou d'un tableau.
 - Quelle est la probabilité que Jacques et Sophie emportent tous les deux un livre de première ?

EXERCICE 2

12 points

Partie A Résolution d'une équation différentielle

On considère l'équation différentielle $y' = 0,12y$.

1. Résoudre dans \mathbb{R} cette équation différentielle.
2. Déterminer la fonction f solution de cette équation différentielle prenant la valeur 3,5 pour la valeur 0 de la variable.

Partie B Étude d'une fonction

Soit f la fonction définie pour tout t appartenant à $[0; +\infty[$ par

$$f(t) = 3,5e^{0,12t}.$$

On appelle (\mathcal{C}) la courbe représentative de f dans un repère orthonormal (O, \vec{i}, \vec{j}) (unité 1 cm sur chaque axe).

1. Déterminer la limite de $f(t)$ lorsque t tend vers $+\infty$.
2. Soit f' la fonction dérivée de f .
 - a. Calculer $f'(t)$ pour tout t de $[0; +\infty[$.
 - b. Étudier le signe de $f'(t)$.
 - c. Dresser le tableau de variation de f .
3. Déterminer une équation de la tangente (T) à (\mathcal{C}) au point de (\mathcal{C}) d'abscisse 0.
4. Reproduire et compléter le tableau suivant. On donnera les résultats à 10^{-2} près.

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$f(t)$											

5. Construire la tangente (T) et la courbe (\mathcal{C}) sur l'intervalle $[0; 10]$.

Partie C Application

Dans un milieu biologique donné, on appelle N le nombre de cellules d'une population en développement. N varie en fonction du temps t selon la relation $N = f(t) = 3,5e^{0,12t}$, où N est exprimé en millions de cellules et t en heures.

1. Calculer l'instant t (arrondi au centième) où le milieu donné contiendra une population de 6 millions de cellules.
2. Retrouver ce résultat graphiquement. On fera apparaître les traits de construction sur le dessin.

Baccalauréat STL Métropole juin 2000

Biochimie–Génie biologique

Durée : 2 heures

Coefficient : 2

Après la prise d'une boisson alcoolisée par une personne, on procède à l'étude de l'évolution de la quantité d'alcool présente dans son tube digestif (exercice I) puis dans les liquides du corps (exercice II). Ces deux exercices peuvent être traités indépendamment l'un de l'autre.

EXERCICE I

5 points

À l'instant t , on note $u(t)$ la quantité d'alcool encore présente dans le tube digestif avec t exprimé en minutes et $u(t)$ en moles d'alcool. On a relevé les résultats suivants :

t_i (en min)	0	1,5	4,5	9	15	18
$u_i = u(t_i)$ (en mole)	1,2	0,94	0,56	0,26	0,10	0,06

On pose $v_i = \ln(u_i)$.

1. Recopier et compléter, avec des valeurs arrondies à 10^{-2} près, le tableau suivant :

t_i	0	1,5	4,5	9	15	18
v_i						

2. Représenter le nuage de points $M_i(t_i ; v_i)$ dans un repère orthogonal (unités graphiques : 1 cm sur l'axe des abscisses et 4 cm sur l'axe des ordonnées).
Que remarque-t-on ?
3. On désigne par G_1 le point moyen des trois premiers points du nuage et par G_2 celui des trois derniers.
 - a. Calculer les coordonnées de G_1 et de G_2 et tracer la droite (G_1G_2) sur le graphique.
 - b. Déterminer une équation de la droite (G_1G_2) sous la forme $v = mt + p$.
On admet que cette droite constitue un bon ajustement du nuage de points M_i .
4. À partir de cet ajustement, déterminer la quantité d'alcool encore présente dans le tube digestif de cette personne à l'instant $t = 20$.
5. On admet désormais que la fonction u est dérivable et vérifie l'équation différentielle :

$$u' = -0,17u \quad \text{avec} \quad u(0) = 1,2.$$

- a. Résoudre sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$ cette équation différentielle.
- b. Calculer $u(20)$ et comparer avec le résultat obtenu expérimentalement à la question 4. précédente.

EXERCICE II

10 points

Après absorption, l'alcool se répartit dans les liquides du corps, en particulier dans le sang, où il est dégradé et évacué.

À l'instant t , on note $q(t)$ la quantité d'alcool encore présente dans les liquides du corps avec t exprimé en minutes et $q(t)$ en moles d'alcool.

On admet que sur l'intervalle $[0; 400]$, l'expression de $q(t)$ en fonction de t est :

$$q(t) = 1,2 - 2,9 \cdot 10^{-3} t - 1,2e^{-0,17t}.$$

1. Vérifier que $q(0) = 0$.
2. a. Montrer que la fonction q' dérivée de q vérifie

$$q'(t) = 0,204e^{-0,17t} - 2,9 \cdot 10^{-3}.$$

- b. Montrer que l'équation $q'(t) = 0$ admet une unique solution t_0 . Calculer une valeur approchée, au centième près, de t_0 et de $q(t_0)$.
- c. Résoudre sur l'intervalle $[0; 400]$ l'inéquation $q'(t) \geq t_0$. En déduire les variations de la fonction q sur cet intervalle et dresser son tableau de variations.
3. Tracer, dans un repère orthogonal, la courbe représentative de la fonction q (unités graphiques 1 cm pour 20 minutes sur l'axe des abscisses et 10 cm pour une unité sur l'axe des ordonnées).
4. Déterminer graphiquement l'instant t , à partir duquel la quantité d'alcool redevient inférieure à 0,44 mole (cette quantité correspond pour cette personne à un taux d'alcoolémie de 0,5 g d'alcool par litre).

❧ **Baccalauréat STL Métropole septembre 2000** ❧
Biochimie – Génie biologique

L'usage des calculatrices et des instruments de calcul est autorisé.

EXERCICE 1

8 points

On met en contact des bactéries avec un agent antimicrobien.

Dans le tableau ci-dessous,

t_i désigne le temps (en minutes) d'exposition des bactéries à l'agent antimicrobien,
 y_i désigne le nombre de survivants sur 10^6 bactéries.

t_i	15	20	25	30	35	40	45	50
y_i	120	67	49	27	20	9	7	3
$z_i = \ln y_i$								

1. Recopier le tableau en complétant la dernière ligne $z = \ln y_i$.
Donner les résultats arrondis à 10^{-1} près.
2. Représenter graphiquement le nuage de points de coordonnées $(t_i ; z_i)$ dans un repère orthogonal (*unités graphiques 2 cm pour 10 minutes en abscisse et 2 cm pour une unité en ordonnée*).
3.
 - a. Calculer les coordonnées du point moyen G_1 associé aux quatre premiers points du tableau, puis celles du point moyen G_2 associé aux quatre derniers points du tableau.
 - b. Tracer la droite (G_1G_2) .
 - c. Une équation de la droite (G_1G_2) est de la forme $z = at + b$. Calculer les nombres réels a et b .
On admet que cette droite réalise un bon ajustement du nuage de points.
4. En utilisant l'ajustement précédent sur l'intervalle $[15 ; 90]$,
 - a. calculer le nombre de survivants sur 10^6 bactéries au bout de 90 minutes d'exposition,
 - b. discuter le résultat obtenu.

EXERCICE 2

12 points

Soit f la fonction dérivable sur \mathbb{R} , définie par :

$$f(x) = (x - 4)e^{0,2x}.$$

On note \mathcal{C} la courbe représentant f dans le plan muni d'un repère orthonormal (O, \vec{i}, \vec{j}) . (Unité graphique 1 cm).

1.
 - a. Déterminer la limite de $f(x)$ quand x tend vers $+\infty$.
 - b. Déterminer la limite de $f(x)$ quand x tend vers $-\infty$.
En déduire que \mathcal{C} admet une asymptote dont on donnera une équation.
2.
 - a. Calculer la dérivée f' de f . Étudier le signe de $f'(x)$.
 - b. En déduire le tableau de variations de f .
3.
 - a. Calculer les coordonnées du point d'intersection de la courbe \mathcal{C} avec l'axe des abscisses.
 - b. Donner l'équation de la tangente T en ce point.
 - c. Tracer la courbe \mathcal{C} et la tangente T.

4. À l'aide du graphique et en faisant apparaître les constructions nécessaires, résoudre l'inéquation : $f(x) < -2$.
5. Soit F la fonction dérivable sur \mathbb{R} , définie par

$$F(x) = (5x - 45)e^{0,2x}.$$

Démontrer que F est une primitive de f .

∞ **Baccalauréat STL Métropole juin 2000** ∞
Chimie de laboratoire et de procédés industriels

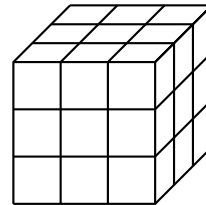
Durée : 3 heures

Coefficient : 4

EXERCICE 1

4 points

Un cube de bois de 3 cm est peint puis débité, parallèlement aux faces, en cubes de 1 cm d'arête.
On place les petits cubes dans un sac.



1.
 - a. Combien de petits cubes a-t-on placé dans le sac ?
 - b. Combien y-en-a-t-il ayant zéro face peinte, une face peinte, deux faces peintes, trois faces peintes ?
2. On tire au hasard, un cube du sac.
Soit X la variable aléatoire qui, à chaque tirage associe le nombre de faces peintes obtenues.
Donner la loi de probabilité de X .
Calculer l'espérance mathématique $E(X)$, la variance $V(X)$ puis l'écart-type $\sigma(X)$.

EXERCICE 2

4 points

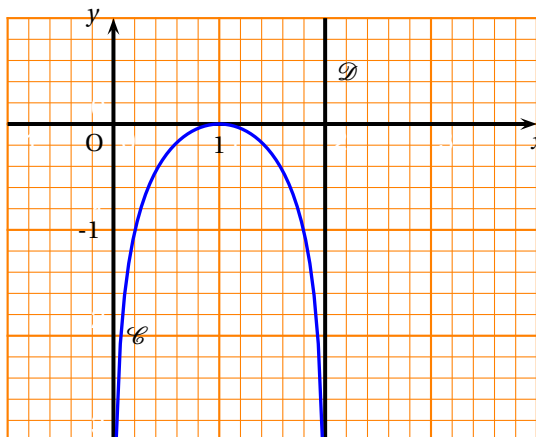
Dans le plan complexe muni du repère orthonormal (O, \vec{u}, \vec{v}) , on considère les points A et M d'affixes respectives $z_A = 1 + i$ et $z_M = \sqrt{2} + z_A$.

1. Calculer OA, puis placer les points A et M.
2. En utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle approprié, calculer OM et en déduire $|z_M|$.
3. Soit Z le nombre complexe tel que $Z = z_M^2$.
 - a. Calculer z_A^2 puis montrer que $z_M^2 = (2\sqrt{2} + 2)(1 + i)$.
 - b. En déduire un argument de z_M^2 puis un argument de z_M .

PROBLÈME

12 points

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]0; 2[$, dont la courbe représentative \mathcal{C} , dans le plan rapporté à un repère orthonormal (O, \vec{i}, \vec{j}) , est la suivante :



La droite \mathcal{D} a pour équation $x = 2$.

Partie A

Le but de cette partie est de déterminer f sachant que $f(x)$ est de la forme $\ln(ax^2 + bx)$ où a et b sont des nombres réels non nuls.

1. Montrer que $f'(x) = \frac{2ax + b}{ax^2 + bx}$.
2. Sachant que la courbe \mathcal{C} passe par le point A de coordonnées $(1; 0)$ où elle admet une tangente horizontale, déterminer a et b .

Partie B : Étude de la fonction f

Soit g la fonction définie sur \mathbb{R} par $g(x) = -x^2 + 2x$ et f la fonction définie sur $]0; 2[$ par $f(x) = \ln g(x)$.

1.
 - a. Étudier le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x .
 - b. Déterminer la limite de $g(x)$ lorsque x tend vers 0, puis la limite de $f(x)$ lorsque x tend vers 0.
 - c. Déterminer la limite de $g(x)$ lorsque x tend vers 2, puis la limite de $f(x)$ lorsque x tend vers 2.
 - d. En déduire les équations des asymptotes à la courbe \mathcal{C} .
2. Calculer $g'(x)$ puis montrer que $f'(x) = \frac{-2x + 2}{g(x)}$.
3. Étudier le signe de $f'(x)$, puis dresser le tableau de variations de f .

Partie C : Calcul d'aire.

1. Soit F la fonction définie sur $]0; 2[$ par

$$F(x) = x \ln x + (x - 2) \ln(2 - x) - 2x.$$

Montrer que F est une primitive de f sur $]0; 2[$.

2. Calculer la valeur exacte, en unité d'aire, de l'aire $A(\alpha)$ de la partie du plan comprise entre la courbe \mathcal{C} , l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = \alpha$ et $x = 1$.

En déduire $\lim_{\alpha \rightarrow 0} A(\alpha)$, puis son arrondi d'ordre 2.

↻ Baccalauréat STL Métropole septembre 2000 ↻
Chimie de laboratoire et de procédés industriels

L'usage des calculatrices et des instruments de calcul est autorisé.

EXERCICE 1

5 points

Une roue de loterie munie d'un index fixe est divisée en secteurs de mêmes dimensions et de différentes couleurs. Le jeu consiste à miser 20 francs, à faire tourner la roue et à noter la couleur du secteur désigné par l'index à l'arrêt de la roue.

On admet que chaque secteur a la même probabilité d'apparaître. La roue comporte :

- n secteurs rouges qui font perdre la mise (gain du joueur : -20 F) ;
- 6 bleus où l'on reçoit 20 F (gain du joueur nul) ;
- 3 verts où l'on reçoit 80 F ;
- 1 jaune où l'on reçoit 120 F.

Soit X la variable aléatoire qui représente le gain du joueur.

1. Dans cette question, la roue comporte 14 secteurs rouges ($n = 14$)
 - a. Déterminer la loi de probabilité de X .
 - b. Calculer l'espérance mathématique de X et interpréter ce résultat.
 - c. Calculer l'écart-type de X au franc près.
2. Dans cette question, la roue comporte n secteurs rouges et son propriétaire désire gagner en moyenne au moins 15% des sommes mises.
 - a. Montrer que l'espérance mathématique de X doit être inférieure ou égale à -3 .
 - b. Montrer que l'espérance mathématique de X est : $\frac{-20n + 280}{n + 10}$
 - c. Déterminer le nombre minimum n de secteurs rouges que doit comporter la roue.

EXERCICE 2

5 points

1. Résoudre dans l'ensemble \mathbb{C} des nombres complexes l'équation :

$$z^2 - 4z + 16 = 0.$$

2. Soit P le polynôme défini par :

$$P(z) = z^3 + (5 - i\sqrt{3})z + 4(1 - i\sqrt{3}).$$

- a. Calculer $P(-4)$.
- b. En déduire une factorisation de $P(z)$ sous la forme $(z + 4)(z + a)$ où a est un nombre complexe à déterminer.
- c. Résoudre dans l'ensemble \mathbb{C} des nombres complexes l'équation :

$$P(z) = 0.$$

3. Le plan est muni d'un repère orthonormal (O, \vec{u}, \vec{v}) .

Soit les nombres complexes :

$$z_A = 2 + 2i\sqrt{3} \text{ d'image le point A,}$$

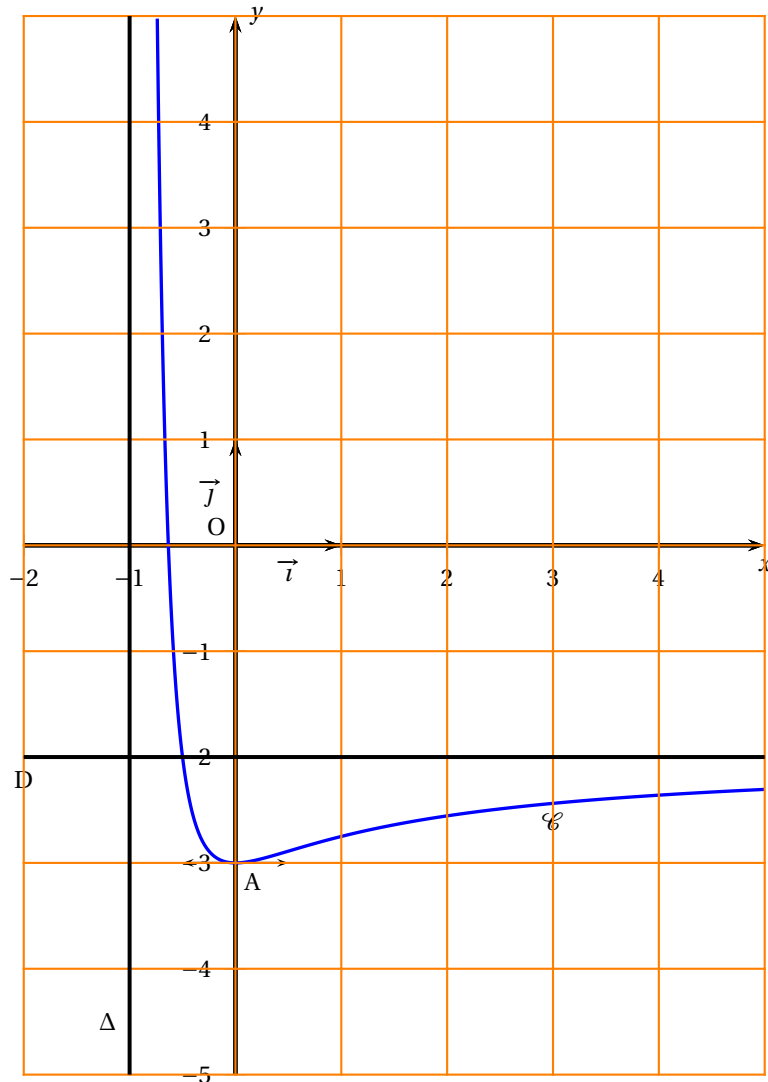
$$z_B = 2 - 2i\sqrt{3} \text{ d'image le point B,}$$

$$z_C = -4 \text{ d'image le point C.}$$

- Déterminer le module et un argument de chacun de ces nombres.
- Placer les trois points A, B et C.
- Démontrer que A, B et C appartiennent à un même cercle de centre O.
- Démontrer que le triangle ABC est équilatéral.

PROBLÈME

10 points



Ci-dessus est tracée dans le repère orthonormal (O, \vec{i}, \vec{j}) la représentation graphique \mathcal{C} d'une fonction f définie sur $] -1 ; +\infty[$ dont la valeur minimale n'est atteinte que pour $x = 0$.

On sait notamment que \mathcal{C} admet deux asymptotes D et Δ qui sont représentées sur le graphique, qu'elle passe par le point A de coordonnées $(0 ; -3)$ et qu'elle admet en A une tangente horizontale.

Partie I

- En utilisant l'énoncé et le graphique, donner les limites de f aux bornes de son ensemble de définition ainsi que les valeurs de $f(0)$ et de $f'(0)$.

2. La fonction f est de la forme :

$$f(x) = a + \frac{b}{x+1} + \frac{c}{(x+1)^2},$$

où a , b , et c sont trois constantes réelles.

Montrer que $f'(x) = \frac{-bx - b - 2c}{(x+1)^3}$.

3. En utilisant les questions précédentes :

- a. Démontrer que $a = -2$.
- b. Déterminer b et c .

On admet que f est définie sur $] -1 ; +\infty[$ par :

$$f(x) = -2 - \frac{2}{x+1} + \frac{1}{(x+1)^2}.$$

Partie II

1. Calculer $f'(x)$, étudier son signe et en déduire le tableau de variations de f .
2. Calculer les coordonnées du point d'intersection de \mathcal{C} avec l'axe des abscisses.
3. Étudier la position de \mathcal{C} par rapport à la droite D d'équation $y = -2$.
4. Calculer, en unités d'aire, la valeur exacte de l'aire de la région du plan limitée par la courbe \mathcal{C} , la droite D et les droites d'équation $x = -\frac{1}{2}$ et $x = 3$.

∞ **Baccalauréat STL Métropole juin 2000** ∞
Physique de laboratoire et de procédés industriels

Durée : 4 heures

Coefficient : 4

EXERCICE 1

5 points

Le plan complexe est rapporté au repère orthonormal direct (unité graphique 10 cm).
 Pour tout entier naturel n , on note M_n le point d'affixe $z_n = e^{i\frac{2\pi}{3}} \cdot i^n$ où i désigne le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$. (Par convention, pour $n = 0$, $i^0 = 1$.)

1. Déterminer la forme algébrique ainsi que le module et un argument de chacun des nombres complexes z_0, z_1, z_2 et z_3 .
 Placer dans le plan les points M_0, M_1, M_2 et M_3 .
 2. Exprimer z_{n+1} en fonction de z_n . En déduire que M_{n+1} est l'image de M_n , par une rotation r de centre O. Préciser une mesure de l'angle de cette rotation.
 3.
 - a. Exprimer un argument de z_n en fonction de n .
 - b. Déterminer les entiers naturels n tels que M_n soit confondu avec M_0 .
 4. Pour tout entier naturel n , on note Q_n , le point d'affixe $\omega_n = e^{i\frac{2\pi}{3}} \cdot \left(\frac{i}{2}\right)^n$. (par convention, pour $n = 0$, $\left(\frac{i}{2}\right)^0 = 1$).
- a. Montrer que pour tout entier naturel n , les points O, M_n , et Q_n sont alignés.
 - b. Placer les points Q_0, Q_1, Q_2 et Q_3 dans le plan.

EXERCICE 2

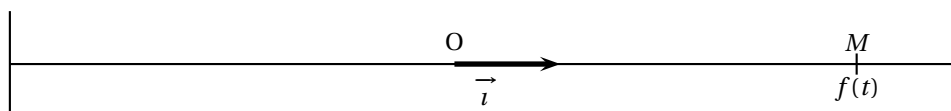
4 points

Les unités physiques utilisées sont le mètre (m) et le kilogramme (kg).

Un mobile de masse 16 kg, guidé rectilignement sur un banc à coussin d'air, est attaché à un ressort dont la constante de raideur vaut $k = 1$.

Si l'on écarte le centre d'inertie G du solide de sa position d'équilibre O, alors G effectue des oscillations autour de celle-ci.

À l'instant t , la position de G est repérée par le point M d'abscisse $f(t)$ dans le repère (O, \vec{i}) .



On admettra que la fonction f est solution de l'équation différentielle :

$$(E) \quad : 16y'' + y = 0.$$

1. a. Résoudre l'équation différentielle (E).
 - b. On suppose qu'à l'instant $t = 0$ le mobile est au point d'abscisse $f(0) = 0,5$ m et a une vitesse égale à $f'(0) = 0,125 \text{ m.s}^{-1}$.
Montrer que la fonction f est définie par $f(t) = \frac{1}{2} \left[\cos \frac{t}{4} + \sin \frac{t}{4} \right]$.
 - c. Vérifier que, pour tout réel t : $f(t) = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos \left[\frac{1}{4}(t - \pi) \right]$.
2. Montrer que pour tout réel t , on a : $-\frac{\sqrt{2}}{2} \leq f(t) \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$.
3. a. Donner la valeur positive t_0 de t pour laquelle le point M se trouve pour la première fois en O.
 - b. Combien de fois le point M se trouve-t-il en O dans l'intervalle de temps $[0; 35]$?

PROBLÈME

11 points

Partie A

1. On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$ par :

$$f(x) = -2 \ln x + ax^2 + bx, \text{ où } a \text{ et } b \text{ sont deux nombres réels.}$$

On appelle \mathcal{C} la représentation graphique de f dans le plan muni d'un repère orthogonal (O, \vec{u}, \vec{v}) d'unités graphiques 2 cm sur l'axe des abscisses et 1 cm sur l'axe des ordonnées.

Sachant que la courbe \mathcal{C} passe par le point $A \left(1; -\frac{13}{2} \right)$ et que le coefficient directeur de la tangente en A est égal à -6 , déterminer les valeurs des nombres a et b .

2. Pour la suite du problème, on prendra $f(x) = -2 \ln x + \frac{5}{2}x^2 - 9x$.
 - a. Déterminer la limite en 0 de la fonction f . Que peut-on en déduire pour la courbe \mathcal{C} ?
 - b. Vérifier que l'on peut écrire :

$$f(x) = x^2 \left(-2 \frac{\ln x}{x^2} + \frac{5}{2} - \frac{9}{x} \right).$$

En déduire la limite en $+\infty$ de la fonction f .

Partie B

1. On désigne par f' la fonction dérivée de f sur l'intervalle $]0; +\infty[$.
 - a. Calculer $f'(x)$.
 - b. Étudier le signe de $f'(x)$.
 - c. Dresser le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $]0; +\infty[$.
2. a. Démontrer que, dans l'intervalle $[3; 4]$, l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution, notée x_0 .

- b.** Donner, à l'aide de la calculatrice, un encadrement d'amplitude 0,01 de x_0 .
- 3.** Déterminer une équation de la droite D tangente à la courbe \mathcal{C} au point d'abscisse 1.
- 4.** Tracer dans le repère (O, \vec{u}, \vec{v}) la droite D et la courbe \mathcal{C} .

Partie C

- 1.** On considère la fonction g définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$ par :

$$g(x) = x \ln x - x.$$

Expliciter la dérivée g' de la fonction g .

- 2.** Dédire de la question précédente une primitive F de la fonction f sur l'intervalle $]0; +\infty[$.
- 3.** On appelle \mathcal{A} la partie du plan située entre la courbe, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = x_0$ et $x = 5$ (x_0 est défini à la question **B. 2**).
 - a.** Hachurer sur la figure la partie \mathcal{A} .
 - b.** On désigne par A l'aire, en unités d'aire, de la partie \mathcal{A} . Calculer A en fonction de x_0 puis calculer une valeur approchée de A en prenant 3,88 comme valeur approchée de x_0 .