Baccalauréat STL 2008

L'intégrale de juin à septembre 2008

Baccalauréat STL Biochimie–Génie biologique
Métropole juin 2008

Calculatrice autorisée

Durée de l'épreuve : 2 heures Coefficient : 2

EXERCICE 1 **10 points**

L'invertase est un enzyme de la muqueuse de l'intestin grêle qui catalyse l'hydrolyse du saccharose alimentaire en glucose et fructose. Ceci se fait suivant la réaction :

saccharose + eau 4 ↔ glucose + fructose

Une série de cinétiques enzymatiques a été réalisée avec des conditions physico-chimiques identiques (pH, température, ...). Pour chaque concentration initiale en saccharose S_i on a mesuré la vitesse initiale V_i de la réaction.

Rang de la mesure	1	2	3	4	5	6
$S_i\left(\text{mol}\cdot\text{dm}^{-3}\right)$	1×10^{-2}	2×10^{-2}	3×10^{-2}	4×10^{-2}	10×10^{-2}	15×10^{-2}
$V_i\left(\mu\text{mol}\cdot\text{min}^{-}1\right)$	0,36	0,6	0,8	0,92	1,28	1,41

On pose : $X_i = \dfrac{1}{S_i}$ et $Y_i = \dfrac{1}{V_i}$.

1. Recopier et compléter le tableau ci-dessous. Donner les valeurs arrondies à l'unité de X_i, et les valeurs approchées à 10^{-2} près de Y_i.

Rang de la mesure	1	2	3	4	5	6
X_i			33			7
Y_i	2,78			1,09		

   Représenter le nuage de points M_i de cordonnées $(X_i\ ;\ Y_i)$ dans un repère orthogonal (1 cm pour 10 en abscisse, 1 cm pour 0,25 en ordonnée).

2. Déterminer les coordonnées du point moyen G du nuage. Placer G dans le repère précédent.
3. On choisit comme droite d'ajustement affine la droite d passant par G et de coefficient directeur $2,23\times10^{-2}$.
   a. Déterminer à 10^{-2} près l'ordonnée à l'origine de la droite d.
   b. Tracer la droite d.
4. On cherche à estimer la vitesse initiale V de réaction pour une concentration initiale en saccharose S telle que $S = 20\times10^{-2}$ mol·dm^{-3}.
   a. Calculer $\dfrac{1}{S}$.
   b. En déduire une valeur approchée à 10^{-2} près de V.
5. Les biologistes montrent que la relation entre la vitesse initiale V de la réaction et la concentration initiale S en saccharose s'écrit $\dfrac{1}{V} = \dfrac{K}{V_{\text{max}}}\times\dfrac{1}{S}+\dfrac{1}{V_{\text{max}}}$, relation dans laquelle K est une constante et V_{max} la vitesse maximale de la réaction.
   a. Déduire de ce qui précède une valeur approchée à 10^{-2} près de V_{max}.
   b. En déduire une valeur approchée de K

EXERCICE 2 **10 points**

On considère les fonctions f, g, h et i définies sur l'intervalle $[0\ ;\ \infty[$ par :

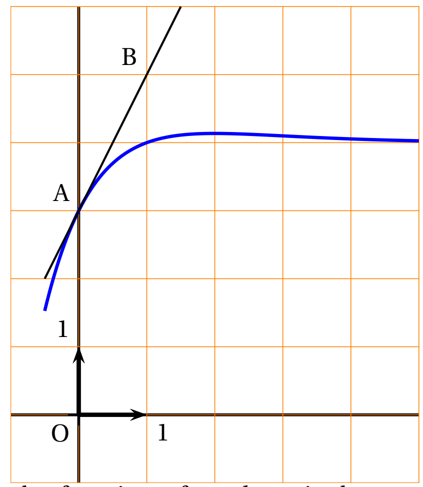
$$f(x) = 4 - \frac{1}{x+2}\ ;\ g(x) = (x-1)\mathrm{e}^{-x} + 4\ ;\ h(x) = 3 + \ln(x+1)\ ;\ i(x) = -\mathrm{e}^{-x} + 4.$$

On note f', g', h' et i' les fonctions dérivées des fonctions f, g, h et i.

Partie A

La courbe $\mathscr{C}$ ci-contre possède les propriétés suivantes :

- Le point A de coordonnées $(0;3)$ appartient à $\mathscr{C}$;
- La droite d'équation $y = 4$ est asymptote à $\mathscr{C}$;
- La droite (AB) où B est le point de coordonnées (1 ; 5) est tangente à $\mathscr{C}$ en A.



Le but de cette première partie est de déterminer laquelle des fonctions f, g, h ou i admet pour représentation graphique la courbe $\mathscr{C}$. Pour cela, nous allons étudier des propriétés de ces fonctions et éliminer celles qui ne conviennent pas.

Fonction	Valeur de la fonction en 0	Limite de la fonction en $+\infty$	Valeur de la fonction dérivée en 0
f			*
g		*	
h			*
i		*	

1. Recopier et remplir le tableau ci-dessus. On justifiera les résultats donnés dans les cases (*)
2. À la lecture de ce tableau, déterminer la fonction représentée par la courbe $\mathscr{C}$.

Partie B

1. Étudier le signe de la dérivée de la fonction trouvée.
2. Dresser son tableau de variations.

∽ Baccalauréat STL La Réunion juin 2008 ∾
Biochimie–Génie biologique

Calculatrice et formulaire autorisés

Durée de l'épreuve : 2 heures | Coefficient : 2

EXERCICE 1 | **9 points**

Le tableau suivant donne les concentrations plasmatiques (en μg/ml) en fonction du temps (en minutes) chez un sujet ayant reçu par voie intraveineuse une dose de 1 mg/kg d'un médicament.

Temps (min) : t_i	0	10	20	30	40	50	60
Concentration (μg/ml) : c_i	18,2	14,9	12,2	11,0	9	8,2	5,5

1. Recopier et compléter le tableau suivant

t_i	0	10	20	30	40	50	60
$y_i = \ln c_i$							

Dans cette question, les valeurs numériques seront arrondies au dixième.

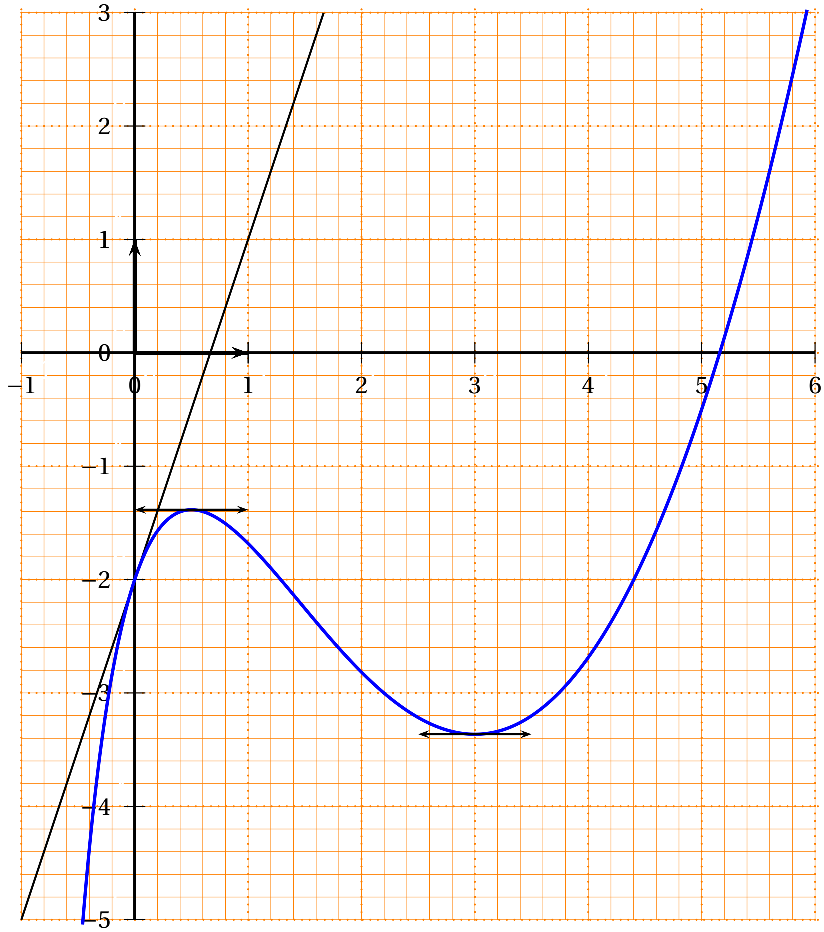
2. Tracer dans le repère orthogonal le nuage de points $M_i\left(t_i\ ;\ y_i\right)$.
On prendra : en abscisses 1 cm pour 5 minutes, en ordonnées 5 cm pour 1 unité. Un ajustement affine paraît-il justifié ?
3. Recherche d'un ajustement affine :
   a. On note G_1 le point moyen du sous-nuage formé par les points M_1, M_2 et M_3 et G_2 le point moyen du sous-nuage formé par les points M_4, M_5, M_6 et M_7.
   Déterminer les coordonnées des points G_1 et G_2.
   b. Placer ces points sur le graphique et tracer la droite (G_1G_2).
   c. Déterminer une équation de la droite (G_1G_2).
4. Dans cette question on utilisera l'ajustement affine d'équation $y = -0,02t + 2,9$. Calculer
   a. le temps nécessaire pour atteindre une concentration plasmatique de 4 μg/ml (*on arrondira le résultat à la minute près*).
   b. la concentration plasmatique au bout de 1 h 10 min (*on arrondira le résultat à* 10^{-1} *près*).

EXERCICE 2 | **11 points**

Partie A : lecture graphique

Le graphique ci-dessous donne la courbe représentant une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $]-1\ ;\ +\infty[$, et ses tangentes aux points d'abscisses 0, 0,5 et 3. On note f' la dérivée de f.
Chacune des questions de cette partie A sera traitée graphiquement. Aucune justification n'est demandée.

1. Donner une approximation de $f(1)$ à 0,1 près.
2. Donner le nombre de solutions de l'équation $f(x) = -3$, puis une valeur approchée à 0,1 près de chacune d'elles.
3. Déterminer $f'(0)$, $f'(0,5)$ et $f'(3)$.
4. Résoudre l'inéquation $f'(x) \leqslant 0$.



Partie B : étude d'une fonction

On admet que la fonction f représentée dans la partie A est définie par

$$f(x) = x^2 - 9x - 2 + 12\ln(x+1).$$

1. Déterminer la limite de f en -1. On admettra que la limite de f en $+\infty$ est $+\infty$.
2. Calculer $f'(x)$, puis montrer que $f'(x) = \dfrac{2x^2 - 7x + 3}{x+1}$.
3. Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $]-1\,;\,+\infty[$.
4. En déduire le tableau de variations de f.
5. Montrer qu'il existe une seule solution α de l'équation $f(x) = 0$ dans l'intervalle $[5\,;6]$ et donner une valeur approchée de α à 10^{-1} près.

∽ Baccalauréat STL Polynésie juin 2008 ∾
Biochimie–Génie biologique

EXERCICE 1 **8 points**

Les 32 élèves d'une classe de lycée doivent traiter un exercice de probabilités. Pour organiser les données, ils disposent de deux méthodes : un tableau ou un schéma. Trois quarts d'entre eux utilisent un tableau et parmi ceux-ci 12,5 % ont fait une erreur. Tous les autres ont fait un schéma et 1 seul d'entre eux a fait une erreur.

1. Reproduire en le complétant le tableau ci-dessous afin de faire la synthèse de ces données :

bilan \ choix	tableau	schéma	total
avec erreur		1	
sans erreur			
total			32

2. On choisit dans cette classe un élève au hasard. On note T l'évènement : « l'élève a utilisé un tableau » et on note E l'évènement : « l'élève a fait une erreur » ; $\overline{T}$ et $\overline{E}$ désignent les évènements contraires respectifs de T et E.
   a. Exprimer $\overline{T}$ à l'aide d'une phrase affirmative (sans négation).
   b. Exprimer par une phrase les évènements suivants :
   $$T \cap E, \quad T \cup E, \quad T \cap \overline{E}, \quad \overline{T} \cap \overline{E}.$$
   c. Calculer la probabilité des quatre évènements de la question b. (on donnera les résultats sous forme d'une fraction irréductible).
3. Quel est, dans cette classe, le pourcentage d'élèves ayant réussi l'exercice sans erreur ?

EXERCICE 2 **12 points**

Partie A

Sur la page annexe, on a représenté, dans le plan muni d'un repère orthonormal, la courbe représentative $\mathscr{C}$ d'une fonction f définie sur $D = [0~;~+\infty[$.
Cette courbe passe par le point A$(0~;~-2)$. On note B le point de coordonnées $(3~;~-0,5)$.
Les questions 1 à 3 doivent être traitées par lecture graphique.

1. Donner la valeur de $f(0)$.
2. Donner un encadrement d'une solution de l'équation $f(x) = 0$ d'amplitude 0,25 (*on ne demande pas de justifier l'encadrement*).
3. Résoudre l'inéquation $f(x) \leqslant -1$. Laisser les traits de construction.
4. Déterminer une équation de la droite (AB).
5. On admet que la droite (AB) est tangente à $\mathscr{C}$ en A. Que vaut $f'(0)$?

Partie B

Dans toute la suite de l'exercice on considère la fonction f définie sur l'intervalle
$D = [0~;~+\infty[$ par :

$$f(x) = x - 3 + \frac{2}{e^x + 1}$$

1. Calculer $f(0)$.

2. **a.** Calculer $f'(x)$.

b. En déduire $f'(0)$.

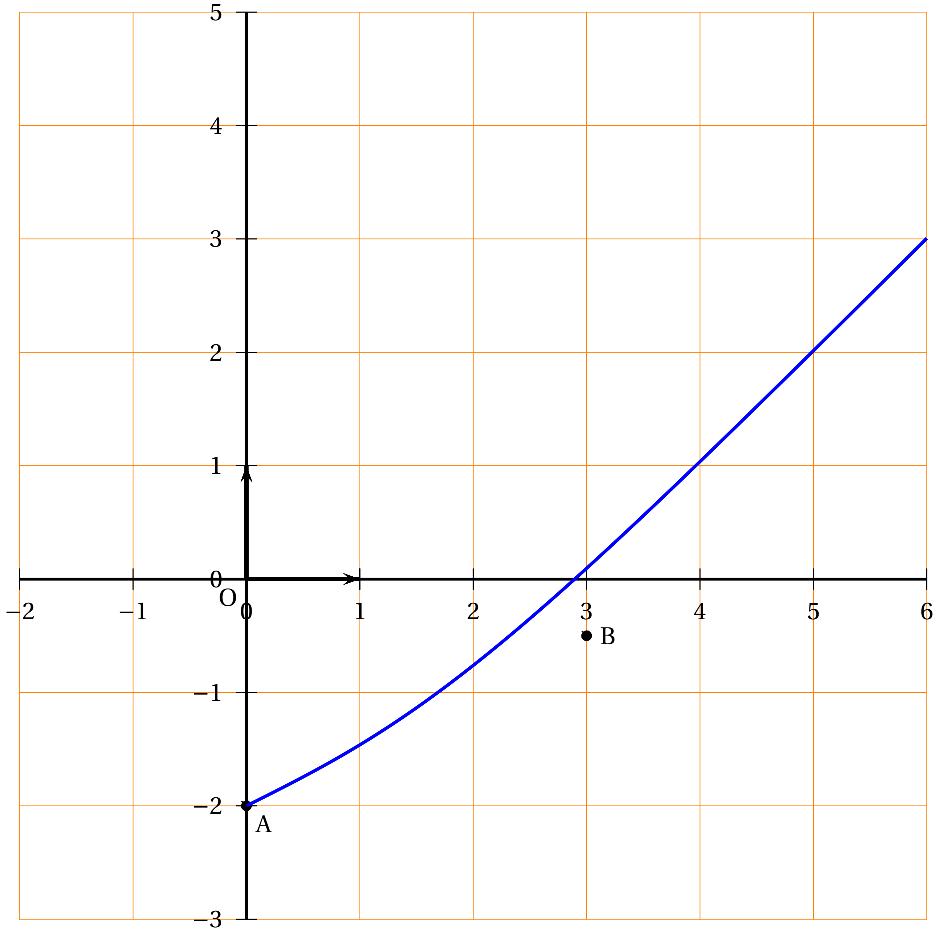
Donner l'équation réduite de la tangente T à la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormal au point A d'abscisse 0.

3. Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle D, puis dresser le tableau de variations de la fonction f.

4. Justifier que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α dans D.

5. Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

ANNEXE (Exercice 2)



∽ Baccalauréat STL Biochimie Génie biologique ∾ Métropole septembre 2008

EXERCICE 1 **9 points**

On étudie en laboratoire l'action de la chaleur sur les microorganismes. On sait que celle-ci conduit à leur destruction totale ou partielle, selon son intensité et les conditions de son utilisation. Les microorganismes doivent être exposés selon une durée déterminée, à une température donnée et on considère que le but est atteint si 90 % des microorganismes existants avant l'expérience sont effectivement détruits.
On a relevé la durée en minutes et la température en degrés Celsius nécessaires pour atteindre cet objectif pour un échantillon témoin. Les résultats sont donnés dans le tableau ci-dessous :

Température : x_i (en °C)	105	108	111	114	117	120
Durée : t_i (en min)	148	55	20	7	3	1

1. Représenter graphiquement le nuage de points $M_i\left(x_i\ ;\ t_i\right)$. On prendra 1 cm pour 1 °C en abscisse et 1 cm pour 10 min en ordonnée. L'origine du repère aura pour coordonnées $(105 ; 0)$.
Un ajustement affine vous paraît-il justifié ?

2. On pose $y_i = \ln\left(t_i\right)$.

a. Recopier et compléter le tableau suivant en donnant les résultats arrondis à 10^{-1} près.

x_i	105	108	111	114	117	120
$y_i = \ln\left(t_i\right)$						

b. Représenter graphiquement le nuage de points $N_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$.
On prendra 1 cm pour 1 ° C en abscisse et 1 cm pour 1 unité en ordonnée. L'origine du repère aura pour coordonnées $(105 ; 0)$.
Un ajustement affine vous paraît-il justifié ?

c. Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage et le placer.

d. Déterminer les coordonnées des deux points G_1 et G_2, qui sont respectivement les points moyens du nuage $N_1,\ N_2,\ N_3$ et du nuage $N_4,\ N_5,\ N_6$. Placer les points G_1 et G_2.

e. Tracer la droite $\left(G_1G_2\right)$ et déterminer son équation réduite.

3. En utilisant l'ajustement affine de la question 2 :

a. Calculer une valeur approchée de la durée du traitement thermique à 110 °C nécessaire pour détruire 90 % des bactéries (*on arrondira le résultat à la minute près*).

b. Calculer une valeur approchée de la température nécessaire pour détruire 90 % des bactéries par un traitement thermique d'une durée de 90 minutes (*on arrondira le résultat à* 10^{-1} *degré près*).

EXERCICE 2 **11 points**

Partie A

On considère la fonction f définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ par

$$f(x) = -\ln(3) + 2 - 2\ln(x) - 2x^2.$$

1. **a.** Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

   b. Calculer $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x)$.

2. **a.** On note f' la fonction dérivée de la fonction f sur $]0~;~+\infty[$. Calculer $f'(x)$.

   b. Étudier le signe de $f'(x)$ sur $]0~;~+\infty[$ et en déduire le tableau de variations de f.

   c. Calculer $f(0,5)$ et $f(2)$ (*on donnera les résultats arrondis à* 10^{-2} *près*).
   Conclure quant à l'existence d'une unique valeur α de l'intervalle $]0,5~;2[$ telle que $f(\alpha) = 0$.

   d. À l'aide de la calculatrice, donner une valeur approchée à 10^{-1} près de α.

3. Dresser le tableau de signes de la fonction f sur $]0~;~+\infty[$.

Partie B

On considère la fonction h, définie sur $]0~;~+\infty[$ par

$$h(x) = \frac{\ln\left(3x^2\right) - 2x^2}{x}.$$

1. **a.** Calculer $\lim\limits_{x \to +0^+} h(x)$

   b. Montrer que $h(x)$ peut s'écrire sous la forme

$$h(x) = \ln(3)\frac{1}{x} + 2\frac{\ln(x)}{x} - 2x.$$

   En déduire $\lim\limits_{x \to +\infty} h(x)$.

   c. Étudier $\lim\limits_{x \to +\infty} [h(x) + 2x]$. Que peut-on en conclure quant à une asymptote éventuelle en $+\infty$ à la courbe représentative de la fonction h ?

2. **a.** On note h' la fonction dérivée de la fonction h sur $]0~;~+\infty[$.
   Montrer que $h'(x) = \dfrac{f(x)}{x^2}$ et calculer $h'(\alpha)$. Calculer $h(\alpha)$ en arrondissant le résulte à 10^{-1} près (*on pourra utiliser la valeur trouvée en* A 2. d.).

   b. Dresser le tableau de variations de la fonction h sur $]0~;~+\infty[$ et tracer sa courbe représentative et son asymptote dans un repère orthonormé (unité graphique : 1 cm).

∽ Baccalauréat STL juin 2008 Antilles–Guyane ∾
Chimie de laboratoire et de procédés industriels

Calculatrice et formulaire autorisés 3 heures

Durée de l'épreuve : 3 heures Coefficient : 4

EXERCICE 1 **4 points**

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormal $\left(\text{O} ; \vec{u}, \vec{v}\right)$ (unité graphique : 1 cm).
On considère trois points A, B et C d'affixes respectives :

$$z_{\text{A}} = 6\text{e}^{\frac{\text{i}\pi}{6}} \quad ; \quad z_{\text{B}} = 4\text{e}^{-\frac{\text{i}\pi}{2}} \quad ; \quad z_{\text{C}} = 5\sqrt{3} - 5\text{i}.$$

1. Montrer que $z_{\text{A}} = 3\sqrt{3} + 3\text{i}$ et écrire z_{B} sous forme algébrique.
2. Déterminer la forme trigonométrique de z_{C}.
3. Placer les points A, B et C sur une figure.
4. *Dans cette question toute trace de recherche même incomplète ou d'initiative même non fructueuse sera prise en compte dans l'évaluation.*
   Quelle est la nature du triangle ABC ?

EXERCICE 2 **5 points**

On considère deux urnes notées respectivement U et V.
L'urne U contient trois boules marquées respectivement : 0, 1 et 2.
L'urne V contient quatre boules marquées respectivement : 0, 1, 2 et 3.
Ces boules sont indiscernables au toucher.
Une expérience aléatoire consiste à tirer au hasard une boule de l'urne U puis une boule de l'urne V.
On considère que tous les tirages de ces deux boules sont équiprobables.

1. **a.** Représenter tous les tirages possibles dans un tableau à double entrée.
   b. Montrer que la probabilité d'obtenir deux boules portant le même nombre est égale à $\frac{1}{4}$.
2. Un jeu consiste à tirer au hasard une boule de l'urne U, puis une boule de l'urne V.
   Le joueur doit miser 1 €.
   L'organisateur du jeu remet alors au joueur un montant (en €) égal au produit des deux nombres figurant sur les deux boules tirées (ce montant peut être nul).
   On appelle X la variable aléatoire qui, à chaque jeu, associe le gain algébrique (c'est-à-dire positif, nul ou négatif) du joueur.
   Par exemple, si le joueur tire 2 dans l'urne U, puis 3 dans l'urne V, le gain algébrique du joueur est alors 5 ; si le joueur tire 0 dans l'urne U, puis 2 dans l'urne V, le gain algébrique du joueur est alors -1.
   a. Déterminer les valeurs prises par la variable aléatoire X.
   b. Présenter dans un tableau la loi de probabilité de la variable aléatoire X.
   c. Calculer la probabilité que le gain du joueur soit strictement supérieur à 2.
   d. On note $\text{E}(X)$ l'espérance mathématique de la variable aléatoire X. Calculer $\text{E}(X)$.
   On dit qu'un jeu est équitable si l'espérance de gain est nulle. Ce jeu est-il équitable ?

PROBLÈME **11 points**

On considère la fonction f définie sur l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels par

$$f(x) = \left(-x + \frac{7}{4}\right)\mathrm{e}^{2x}$$

On note $\mathscr{C}$ la courbe représentative de la fonction f dans le plan muni d'un repère orthonormal $\left(\mathrm{O}\,;\,\vec{\imath},\,\vec{\jmath}\right)$ (unités graphiques : 2 cm sur l'axe des abscisses, 1 cm sur l'axe des ordonnées).

Partie I

1. Déterminer la limite de la fonction f en $+\infty$.

2. **a.** Vérifier que, pour tout nombre réel x, $f(x) = \left(-x\mathrm{e}^{x} + \frac{7}{4}\mathrm{e}^{x}\right)\mathrm{e}^{x}$.

b. Déterminer la limite de la fonction f en $-\infty$. En déduire que la courbe $\mathscr{C}$ admet pour asymptote une droite $\mathscr{D}$. Donner une équation de cette droite $\mathscr{D}$.

c. Calculer $f\left(\frac{7}{4}\right)$. Que peut-on en déduire pour la courbe $\mathscr{C}$?

3. On note f' la fonction dérivée de la fonction f.

a. Montrer que pour tout nombre réel x, $f'(x) = \left(-2x + \frac{5}{2}\right)\mathrm{e}^{2x}$.

b. Étudier le signe de $f'(x)$ suivant les valeurs de x.

4. Établir le tableau de variations de la fonction f. On reportera dans ce tableau les limites et la valeur du maximum.

5. On note $\mathscr{T}$ la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 0.
Donner le coefficient directeur de la droite $\mathscr{T}$.

6. Construire la tangente $\mathscr{T}$ et la courbe $\mathscr{C}$.

Partie II

1. On note F la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$F(x) = \left(-\frac{x}{2} + \frac{9}{8}\right)\mathrm{e}^{2x}.$$

On note F' la fonction dérivée de la fonction F.
Calculer $F'(x)$.
Que peut-on en déduire pour la fonction F ?

2. On note $\mathscr{D}$ le domaine limité par la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses, les droites d'équations respectives $x = 0$ et $x = \frac{7}{4}$.

a. Hachurer $\mathscr{D}$ sur le graphique représentant la tangente $\mathscr{T}$ et la courbe $\mathscr{C}$.

b. Calculer l'aire $\mathscr{A}$, exprimée en unités d'aire, du domaine $\mathscr{D}$. En donner la valeur arrondie au centième.

∽ Baccalauréat STL Métropole juin 2008 ∾
Chimie de laboratoire et de procédés industriels

Calculatrice et formulaire autorisés 3 heures

Durée de l'épreuve : 3 heures Coefficient : 4

EXERCICE 1 **4 points**

On note i le nombre complexe de module 1 et d'argument $\dfrac{\pi}{2}$.

1. Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation

$$z^2 + 2z\sqrt{3} + 4 = 0.$$

On note z_1 la solution dont la partie imaginaire est positive et z_2 la solution dont la partie imaginaire est négative.

2. Déterminer le module et un argument de z_1 puis de z_2.
3. Le plan complexe est muni d'un repère orthonormal $\left(\text{O}~;~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$(unité graphique : 2 cm).
On considère les points A, B et C d'affixes respectives

$$z_{\text{A}} = 2\text{e}^{5\text{i}\frac{\pi}{6}} \quad ; \quad z_{\text{B}} = 2\text{e}^{-5\text{i}\frac{\pi}{6}} \quad ; \quad z_{\text{C}} = 4\text{e}^{\text{i}\frac{\pi}{3}}.$$

   a. Écrire les nombres complexes z_{A}, z_{B} et z_{C} sous forme algébrique.

   b. Placer les points A, B et C sur une figure.

   c. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*
   Quelle est la nature du triangle AOC ?

EXERCICE 2 **5 points**

Dans cet exercice l'unité de temps est l'heure et l'unité de température est le degré Celsius.
À l'instant $t = 0$, une tarte sort d'un four, à la température de 220°. Elle est alors placée dans une salle à 20 °.
On désigne par $f(t)$ la température de la tarte à l'instant t. On définit ainsi une fonction f dérivable sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$. On note f' la fonction dérivée de la fonction f.
On suppose que la vitesse $f'(t)$ de refroidissement de la tarte est proportionnelle à la différence entre la température de la tarte et celle de la salle, c'est-à-dire $f(t) - 20$.
On admet donc qu'il existe un nombre réel λ tel que, pour tout nombre réel positif t,

$$f'(t) = \lambda[f(t) - 20].$$

1. On pose : $y(t) = f(t) - 20$.

   a. Montrer que la fonction y ainsi définie est solution de l'équation différentielle $y' = \lambda y$ sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$.

   b. Résoudre cette équation différentielle sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$.

   c. En déduire que, pour tout nombre réel positif t, $f(t) = C\text{e}^{\lambda t} + 20$, où C est un nombre réel.

   d. En utilisant la valeur de $f(0)$, déterminer C.

2. a. Au bout d'un quart d'heure (c'est-à-dire pour $t = \frac{1}{4}$), la température de la tarte est égale à 60 °.
   Montrer que, pour tout nombre réel positif t, $f(t) = 200\mathrm{e}^{(-4\ln 5)t} + 20$.
   b. Déterminer la température de la tarte au bout d'une demi-heure.

PROBLÈME **11 points**

On considère la fonction f définie sur l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels par

$$f(x) = \mathrm{e}^{2x} - 10\mathrm{e}^{x} + 16.$$

On note $\mathscr{C}$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthogonal $\left(\mathrm{O}\,;\,\vec{\imath},\,\vec{\jmath}\right)$(unités graphiques : 2 cm sur l'axe des abscisses et 0,5 cm sur l'axe des ordonnées).

1. Déterminer la limite de $f(x)$ lorsque x tend vers $-\infty$. Interpréter graphiquement ce résultat.
2. a. Vérifier que, pour tout nombre réel x, $f(x) = (\mathrm{e}^{x} - 2)(\mathrm{e}^{x} - 8)$.
   b. En déduire la limite de $f(x)$ lorsque x tend vers $+\infty$.
3. On appelle f' la fonction dérivée de la fonction f.
   a. Calculer $f'(x)$ et vérifier que, pour tout nombre réel x, $f'(x) = 2\mathrm{e}^{x}(\mathrm{e}^{x} - 5)$.
   b. Étudier le signe de $f'(x)$ suivant les valeurs de x. En déduire les variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
4. Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant. Les résultats seront arrondis au dixième.

x	-3	-2	-1	0	1	2	2,2
$f(x)$				7			

5. a. Déterminer le coefficient directeur de la tangente $\mathscr{T}$ à la courbe $\mathscr{C}$ au point A d'abscisse 0.
   b. Construire la droite $\mathscr{T}$ puis, sur le même graphique, la partie de la courbe correspondant aux valeurs de x appartenant à l'intervalle $[-3\,;\,2,2]$.
   c. Compléter le graphique précédent en traçant la droite d'équation $y = 16$. On mettra en évidence le point B d'abscisse $\ln 5$, ainsi que la tangente à $\mathscr{C}$ en ce point.
6. a. Calculer $f(\ln 2)$. Indiquer, sans justification, le signe de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,\ln 2]$.
   b. On considère le domaine plan $\mathscr{D}$ limité par la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x = \ln 2$. Calculer l'aire $\mathscr{A}$ du domaine $\mathscr{D}$).
   c. Donner une valeur approchée de $\mathscr{A}$ au centième par défaut.

Baccalauréat STL septembre 2008 Antilles–Guyane
Chimie de laboratoire et de procédés industriels

Calculatrice et formulaire autorisés 3 heures

Durée de l'épreuve : 3 heures Coefficient : 4

EXERCICE 1 **4 points**

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormal $\left(\text{O} ; \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}\right)$ (unité graphique : 1 cm).
On considère trois points A, B et C d'affixes respectives :

$$z_{\text{A}} = 6\text{e}^{\frac{\text{i}\pi}{6}} \quad ; \quad z_{\text{B}} = 4\text{e}^{-\frac{\text{i}\pi}{2}} \quad ; \quad z_{\text{C}} = 5\sqrt{3} - 5\text{i}.$$

1. Montrer que $z_{\text{A}} = 3\sqrt{3} + 3\text{i}$ et écrire z_{B} sous forme algébrique.
2. Déterminer la forme trigonométrique de z_{C}.
3. Placer les points A, B et C sur une figure.
4. *Dans cette question toute trace de recherche même incomplète ou d'initiative même non fructueuse sera prise en compte dans l'évaluation.*
   Quelle est la nature du triangle ABC ?

EXERCICE 2 **5 points**

On considère deux urnes notées respectivement U et V.
L'urne U contient trois boules marquées respectivement : 0, 1 et 2.
L'urne V contient quatre boules marquées respectivement : 0, 1, 2 et 3.
Ces boules sont indiscernables au toucher.
Une expérience aléatoire consiste à tirer au hasard une boule de l'urne U puis une boule de l'urne V.
On considère que tous les tirages de ces deux boules sont équiprobables.

1. **a.** Représenter tous les tirages possibles dans un tableau à double entrée.
   b. Montrer que la probabilité d'obtenir deux boules portant le même nombre est égale à $\dfrac{1}{4}$.
2. Un jeu consiste à tirer au hasard une boule de l'urne U, puis une boule de l'urne V.
   Le joueur doit miser 1 €.
   L 'organisateur du jeu remet alors au joueur un montant (en €) égal au produit des deux nombres figurant sur les deux boules tirées (ce montant peut être nul).
   On appelle X la variable aléatoire qui, à chaque jeu, associe le gain algébrique (c'est-à-dire positif, nul ou négatif) du joueur.
   Par exemple, si le joueur tire 2 dans l'urne U, puis 3 dans l'urne V, le gain algébrique du joueur est alors 5 ; si le joueur tire 0 dans l'urne U, puis 2 dans l'urne V, le gain algébrique du joueur est alors -1.
   a. Déterminer les valeurs prises par la variable aléatoire X.
   b. Présenter dans un tableau la loi de probabilité de la variable aléatoire X.
   c. Calculer la probabilité que le gain du joueur soit strictement supérieur à 2.
   d. On note $\text{E}(X)$ l'espérance mathématique de la variable aléatoire X. Calculer $\text{E}(X)$.
   On dit qu'un jeu est équitable si l'espérance de gain est nulle. Ce jeu est-il équitable ?

PROBLÈME **11 points**

On considère la fonction f définie sur l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels par

$$f(x) = \left(-x + \frac{7}{4}\right)\mathrm{e}^{2x}$$

On note $\mathscr{C}$ la courbe représentative de la fonction f dans le plan muni d'un repère orthonormal $\left(\mathrm{O}\,;\,\vec{\imath}\,,\,\vec{\jmath}\right)$ (unités graphiques : 2 cm sur l'axe des abscisses, 1 cm sur l'axe des ordonnées).

Partie I

1. Déterminer la limite de la fonction f en $+\infty$.
2. **a.** Vérifier que, pour tout nombre réel x, $f(x) = \left(-x\mathrm{e}^{x} + \frac{7}{4}\mathrm{e}^{x}\right)\mathrm{e}^{x}$.

   b. Déterminer la limite de la fonction f en $-\infty$. En déduire que la courbe $\mathscr{C}$ admet pour asymptote une droite $\mathscr{D}$. Donner une équation de cette droite $\mathscr{D}$.

   c. Calculer $f\left(\frac{7}{4}\right)$. Que peut-on en déduire pour la courbe $\mathscr{C}$?
3. On note f' la fonction dérivée de la fonction f.

   a. Montrer que pour tout nombre réel x, $f'(x) = \left(-2x + \frac{5}{2}\right)\mathrm{e}^{2x}$.

   b. Étudier le signe de $f'(x)$ suivant les valeurs de x.
4. Établir le tableau de variations de la fonction f. On reportera dans ce tableau les limites et la valeur du maximum.
5. On note $\mathscr{T}$ la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 0.
   Donner le coefficient directeur de la droite $\mathscr{T}$.
6. Construire la tangente $\mathscr{T}$ et la courbe $\mathscr{C}$.

Partie II

1. On note F la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$F(x) = \left(-\frac{x}{2} + \frac{9}{8}\right)\mathrm{e}^{2x}.$$

   On note F' la fonction dérivée de la fonction F.
   Calculer $F'(x)$.
   Que peut-on en déduire pour la fonction F ?
2. On note $\mathscr{D}$ le domaine limité par la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses, les droites d'équations respectives $x = 0$ et $x = \frac{7}{4}$.

   a. Hachurer $\mathscr{D}$ sur le graphique représentant la tangente $\mathscr{T}$ et la courbe $\mathscr{C}$.

   b. Calculer l'aire $\mathscr{A}$, exprimée en unités d'aire, du domaine $\mathscr{D}$. En donner la valeur arrondie au centième.

∽ Baccalauréat STL Métropole septembre 2008 ∾
Chimie de laboratoire et de procédés industriels

Calculatrice et formulaire autorisés

Durée de l'épreuve : 3 heures — Coefficient : 4

EXERCICE 1 — **4 points**

1. Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes, l'équation

$$z^2 + 6z + 12 = 0.$$

2. Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $\left(\text{O}~;~\vec{u},~\vec{v}\right)$ (unité graphique : 1 cm).
   On désigne par A et B les points d'affixes respectives $z_{\text{A}} = -3 + \text{i}\sqrt{3}$ et
   $z_{\text{B}} = -3 - \text{i}\sqrt{3}$.
   Déterminer la forme trigonométrique des nombres z_{A} et z_{B}. Placer les points A et B sur une figure.
3. Soit C le point d'affixe $z_{\text{C}} = 2\sqrt{3}\text{e}^{-\text{i}\frac{\pi}{3}}$.
   a. Placer le point C sur la figure.
   b. Déterminer la forme algébrique du nombre complexe z_{C}.
   c. Quelle est la nature du triangle BOC ?

EXERCICE 2 — **4 points**

Dans un laboratoire de chimie, un stagiaire utilise un liquide dont l'évaporation est importante.
À l'origine, il y a 75 cl de liquide dans la bouteille. Le stagiaire referme mal cette bouteille et on considère alors que le liquide perd chaque jour 5 % de son volume par évaporation.

1. On note u_n la quantité de liquide, exprimée en cl, présente dans la bouteille au bout de n jours. Ainsi, $u_0 = 75$.
   a. Calculer u_1 et u_2.
   b. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n.
   Quelle est la nature de la suite (u_n) ?
   Vérifier que, pour tout nombre entier n, $u_n = 75 \times (0,95)^n$.
   c. Calculer la quantité de liquide restant dans la bouteille au bout de sept jours (on donnera le résultat arrondi au dixième).
2. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*
   Déterminer le nombre minimum de jours nécessaires pour que la bouteille contienne moins de 25 cl.

PROBLÈME **12 points**

Partie A

Soit la fonction f définie sur l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels par

$$f(x) = \frac{1}{2}(2-x)\mathrm{e}^{x}.$$

Le plan est muni d'un repère orthonormé $\left(\mathrm{O}\,;\,\vec{\imath},\,\vec{\jmath}\right)$ (unité graphique : 2 cm).
On note $\mathscr{C}$ la courbe représentative de la fonction f dans ce repère.

1. En observant que, pour tout nombre réel x, $f(x) = \mathrm{e}^{x} - \frac{1}{2}x\mathrm{e}^{x}$, déterminer la limite de la fonction f en $-\infty$.
2. Déterminer la limite de la fonction f en $+\infty$.
3. On note f' la fonction dérivée de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
   a. Démontrer que, pour tout nombre réel x, $f'(x) = \frac{1}{2}(1-x)\mathrm{e}^{x}$.
   b. Étudier le signe de $f'(x)$ suivant les valeurs de x.
   c. Calculer la valeur exacte de $f(1)$. En donner une valeur approchée à 10^{-1} près.
   d. Dresser le tableau de variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

Partie B

1. On note $\mathscr{T}$ la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 2.
   Montrer que la droite $\mathscr{T}$ a pour équation $y = \frac{1}{2}\mathrm{e}^{2}(2-x)$.
2. **a.** Vérifier que, pour tout nombre réel x, $\frac{1}{2}\mathrm{e}^{2}(2-x) - f(x) = \frac{1}{2}(2-x)\left(\mathrm{e}^{2} - \mathrm{e}^{x}\right)$.
   b. Étudier le signe de $\left[\frac{1}{2}\mathrm{e}^{2}(2-x) - f(x)\right]$ suivant les valeurs de x.
   c. En déduire la position de la courbe $\mathscr{C}$ par rapport à la droite $\mathscr{T}$.
3. Tracer la droite $\mathscr{T}$ dans le repère $\left(\mathrm{O}\,;\,\vec{\imath},\,\vec{\jmath}\right)$ puis, sur le même graphique, la partie de la courbe $\mathscr{C}$ correspondant aux valeurs de x appartenant à l'intervalle $[-4\,;\,3]$.

Partie C

Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par

$$g(x) = \frac{1}{2}(x-3)\mathrm{e}^{x} + \frac{1}{2}\mathrm{e}^{2}\left(2x - \frac{x^{2}}{2}\right).$$

On note g' la dérivée de la fonction g sur $\mathbb{R}$.
On admet que, pour tout nombre réel x, $g'(x) = \frac{1}{2}(2-x)\left(\mathrm{e}^{2} - \mathrm{e}^{x}\right)$.
On note $\mathscr{D}$ le domaine plan limité par la courbe $\mathscr{C}$, la droite $\mathscr{T}$ et les droites d'équations respectives $x = 0$ et $x = 2$.

1. Hachurer le domaine $\mathscr{D}$ sur le graphique représentant la droite $\mathscr{T}$ et la courbe $\mathscr{C}$.
2. Calculer la valeur exacte de l'aire $\mathscr{A}$, exprimée en unités d'aire, du domaine $\mathscr{D}$. En donner la valeur arrondie au centième.

∽ Baccalauréat STL Métropole 17 juin 2008 ∾
Physique de laboratoire et de procédés industriels

Calculatrice et formulaires autorisés — 3 heures

Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.

Durée de l'épreuve : 4 heures — Coefficient : 4

EXERCICE 1 — **5 points**

On note i le complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$.

Le plan est rapporté au repère orthonormal $\left(\mathrm{O}\,;\,\vec{u},\,\vec{v}\right)$ (unité 1 cm).

1. Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes les équations suivantes (les solutions seront données sous forme algébrique) :

$$\begin{array}{ll}(1) & z^2 - 10z + 50 = 0\\ (2) & z + 2 = \mathrm{i}z\sqrt{3} - 6\end{array}$$

2. **a.** Soit A le point d'affixe $z_{\mathrm{A}} = 5 - 5\mathrm{i}$.
Déterminer le module, un argument et la notation exponentielle de z_{A}.
b. Soit B le point d'affixe z_{B}, z_{B} étant le nombre complexe conjugué de z_{A}.
Déterminer la notation exponentielle de z_{B}, puis celle de $\frac{z_{\mathrm{B}}}{z_{\mathrm{A}}}$.
En déduire que B est l'image de A par une rotation de centre O dont on précisera l'angle.
Construire le triangle OAB dans le repère donné et indiquer sa nature.
c. Soit C le point d'affixe $z_{\mathrm{C}} = -2 - 2\mathrm{i}\sqrt{3}$.
Montrer que l'image de C par la rotation de centre O et d'angle $-\frac{\pi}{2}$ est le point D, d'affixe $z_{\mathrm{D}} = -2\sqrt{3} + 2\mathrm{i}$.
Calculer la distance OC et construire avec précision le triangle OCD.
d. Soit K le milieu de [AC].
Calculer les affixes des vecteurs $\overrightarrow{\mathrm{OK}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{DB}}$ puis montrer que les droites (DB) et (OK) sont perpendiculaires.

EXERCICE 2 — **4 points**

On considère l'équation différentielle du second ordre :

$$y'' + \frac{9\pi^2}{16} = 0 \qquad \text{(E)}$$

1. Donner la solution générale de (E).
2. Déterminer la solution particulière, notée f, de (E) telle que $f(4) = -\sqrt{3}$ et $f'\left(\frac{4}{3}\right) = -\frac{3\pi}{4}$.
3. Vérifier que f s'écrit sous la forme : $f(x) = 2\cos\left(\frac{3\pi}{4}x - \frac{\pi}{6}\right)$.

4. Montrer que f est périodique de période $\frac{8}{3}$.
5. Calculer la valeur moyenne de f sur l'intervalle $\left[0\,;\,\frac{8}{3}\right]$.

PROBLÈME **11 points**

Les trois parties du problème peuvent être résolues indépendamment. Le plan $\mathscr{P}$ est rapporté à un repère orthonormal $\left(\mathrm{O}\,;\,\vec{\imath},\,\vec{\jmath}\right)$ d'unité graphique 2 cm.
ln désigne la fonction logarithme népérien.
On note E le point de coordonnées $(\ln 2,\ \ln 2)$.

Partie A

Soient a et b deux nombres réels, on désigne par g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g(x) = ax + b - \frac{4\mathrm{e}^x}{\mathrm{e}^x + 2}.$$

1. Calculer la dérivée de g.
2. Déterminer a et b pour que la courbe représentative de g passe par le point E et admette en ce point une tangente parallèle à l'axe des abscisses.

Partie B

On se propose d'étudier la fonction numérique f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x + 2 - \frac{4\mathrm{e}^x}{\mathrm{e}^x + 2}.$$

Soit $\mathscr{C}$ la courbe représentative de f dans le repère orthonormal $\left(\mathrm{O}\,;\,\vec{\imath},\,\vec{\jmath}\right)$.

1. Montrer que pour tout nombre réel x on a :
$$f(x) = x - 2 + \frac{8}{\mathrm{e}^x + 2}$$
2. En utilisant l'une des formes de $f(x)$, calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.
Montrer que les droites $\mathscr{D}_1$ d'équation $y = x - 2$ et $\mathscr{D}_2$ d'équation $y = x + 2$ sont asymptotes à la courbe représentative $\mathscr{C}$ de f.
3. Montrer que la dérivée de f est $f'(x) = \left(\frac{\mathrm{e}^x - 2}{\mathrm{e}^x + 2}\right)^2$.
4. Étudier le signe de $f'(x)$ et en déduire le tableau de variations de f.
5. Construire la courbe $\mathscr{C}$, sa tangente en E et ses asymptotes.

Partie C

1. Déterminer une primitive de la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = \frac{\mathrm{e}^x}{\mathrm{e}^x + 2}$.
2. En déduire une primitive de f.
3. Déterminer en cm^2, en valeur exacte puis au mm^2 près, l'aire de la partie du plan comprise entre la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x = 2$.