☙ Baccalauréat STL 2011 ❧

L'intégrale de juin à septembre 2011

Durée : 2 heures

∽ Baccalauréat STL Biochimie La Réunion juin 2011 ∾

EXERCICE 1 **10 points**

Questionnaire à choix multiples : *pour chaque question une seule des propositions est exacte, aucune justification n'est demandée. Une réponse exacte rapporte* 1 *point, une réponse inexacte ou l'absence de réponse n'ajoute ni ne retire aucun point.*

On inscrira sur la copie la référence de la question (exemple : A 1.) et la lettre de la réponse choisie.

A. Sur les 800 élèves d'un lycée, 450 pratiquent un sport et parmi ceux-ci, $\frac{1}{3}$ sont des externes.
De plus 21,25 % des élèves du lycée sont des externes ne pratiquant aucun sport.
On interroge un élève au hasard parmi les 800; chaque élève a la même probabilité d'être interrogé.

1. La probabilité d'interroger un élève qui pratique un sport est :

a. $\frac{1}{450}$ **b.** $\frac{9}{16}$ **c.** $0,45$

2. La probabilité d'interroger un élève externe est :

a. $0,32$ **b.** $\frac{1}{3}$ **c.** $0,4$

3. La probabilité d'interroger un élève qui est externe ou qui pratique un sport est :

a. $\frac{77}{80}$ **b.** $\frac{31}{40}$ **c.** $0,75$

4. On interroge au hasard un élève parmi les externes, la probabilité d'interroger un élève qui pratique un sport est :

a. 0,468 75 **b.** $\frac{3}{16}$ **c.** $\frac{1}{3}$

B. On considère la fonction f définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ par $f(x) = x\ln x - x$.

1. **a.** $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0$ **b.** $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$ **c.** $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

2. L'équation $f(x) = 0$ admet pour solution :

a. 0 **b.** 1 **c.** e

3. La fonction dérivée de f est définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ par :

a. $f'(x) = \ln x$ **b.** $f'(x) = \frac{1}{x} - 1$ **c.** $f'(x) = \ln x + x - 1$

C. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 1 + \mathrm{e}^{-x}$.

1. En $+\infty$ la courbe représentative de f admet une asymptote d'équation :

a. $y = 0$ **b.** $y = 1$ **c.** $x = 0$

2. Une primitive de la fonction f est la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par :

   a. $F(x) = -\mathrm{e}^{-x}$ **b.** $F(x) = x + \mathrm{e}^{-x}$ **c.** $F(x) = x - \mathrm{e}^{-x}$

D. Soit l'équation différentielle $y' + 2y = 0$; parmi les solutions de cette équation, on considère la solution particulière f telle que $f(0) = 3$. L'expression de $f(x)$ sur $\mathbb{R}$ est :

a. $f(x) = 3\mathrm{e}^{-2x}$ **b.** $f(x) = 3\mathrm{e}^{2x}$ **c.** $f(x) = -3\mathrm{e}^{-2x}$

EXERCICE 2 **10 points**

Partie A : étude graphique d'une courbe de titrage

Dans une solution d'acide chlorhydrique, on verse un volume v (en mL) d'une solution d'hydroxyde de sodium et on mesure à chaque étape de l'expérience le pH de la solution obtenue.
Un élève a fait les mesures suivantes (pH arrondi à 0,1 près) :

Volume v (ml) de NaOH versé	0	2	4	6	8	10	12	14
pH	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7	2,9	3,8

Volume v (ml) de NaOH versé	16	18	20	22	24	26	28	30
pH	7	10,1	11	11,3	11,4	11,5	11,6	11,7

1. Tracer la courbe (C) de titrage obtenue à partir du tableau ci-dessus.
   Unités : en abscisses 1 cm pour 2 mL; en ordonnées 1 cm pour unité de pH.
2. À l'équivalence le pH de la solution est 7. Quel volume de solution d'hydroxyde de sodium a été versé à l'équivalence ?
3. Quel est le pH initial de la solution d'acide chlorhydrique ?
4. Au point E(16 ; 7), la courbe (C) admet une tangente (T) de coefficient directeur égal à 2. Déterminer l'équation de la tangente (T) et tracer cette tangente sur la courbe du 1.
5. Pour un volume v de solution d'hydroxyde de sodium versé inférieur strictement à 12 ml, on cherche à décrire à l'aide d'une fonction l'évolution du pH en fonction du volume v. Quel type de fonction pourrait-on proposer ? Déterminer cette fonction.

Partie B : étude d'un modèle mathématique

On considère que la courbe (C), obtenue en partie A, est la représentation graphique de la fonction f définie sur $[0 ; 30]$ par

$$f(x) = 0,05x + 10,2 - \frac{8}{1 + \mathrm{e}^{x-16}}.$$

1. Justifier que la valeur exacte de $f(16)$ est 7.
2. Déterminer la fonction dérivée f' de f et montrer qu'on peut écrire :

$$f'(x) = 0,05 + \frac{8\mathrm{e}^{x-16}}{\left(1 + \mathrm{e}^{x-16}\right)^2}$$

3. Justifier que, pour tout x réel de $[0 ; 30]$, $f'(x) > 0$ et en déduire le sens de variation de f sur cet intervalle.
4. Soit (T_A) la tangente à (C) au point A(14 ; $f(14)$) et soit (T_B) la tangente à (C) en B(18 ; $f(18)$). Montrer que (T_A) et (T_B) sont deux droites parallèles.
5. On donne $f(14) = 3,85$ et $f(18) = 10,15$ à 10^{-2} près. À quel point du graphique de la première partie de l'exercice correspond le milieu de [AB] ? (Justifier).

Durée : 2 heures

∽ Baccalauréat STL Biochimie Métropole 17 juin 2011 ∾

EXERCICE 1 **8 points**

Dans un refuge animalier, pendant 12 semaines é partir du 1er juillet 2010, on a noté, pour chaque semaine, le nombre de cas confirmés d'animaux atteints du virus V. On a obtenu le tableau suivant :

Rang de la semaine : x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Effectif : y_i	2	1	4	6	6	10	10	14	10	13	13	17

1. Représenter le nuage de points $M_i\left(x_i\ ;\ y_j\right)$ dans un repère orthonormal d'unité 1 cm.
2. Déterminer les coordonnées, sous forme de fraction, du point moyen G_1 de la série des six premières valeurs, ainsi que celles du point moyen G_2 de la série des six dernières valeurs.
3. Placer les points G_1 et G_2 sur la figure précédente et tracer la droite (G_1G_2).
4. **a.** Montrer que l'équation réduite de la droite (G_1G_2) est : $y = \dfrac{4}{3}x + \dfrac{1}{6}$.

   b. Si l'on considère que cette droite est la droite d'ajustement de la série, quel serait le nombre de cas confirmés d'animaux atteints du virus au cours de la 15e semaine ?
5. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

   Pour des raisons sanitaires, le refuge doit fermer dés que le nombre de cas dépasse l'effectif de 50 animaux atteints du virus. Si cette épidémie se poursuit, et si l'on admet que l'ajustement défini à la question précédente reste valable, devra-t-on fermer le refuge avant sa désinfection annuelle, qui a lieu pendant la dernière semaine de décembre (26e semaine) ?

EXERCICE 2 **12 points**

Partie A : étude d'une fonction

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;\,6]$ par l'expression :

$$f(t) = 5\mathrm{e}^{-0,35t}.$$

1. Montrer que la fonction f est strictement décroissante sur l'intervalle $[0\,;\,6]$.
2. Reproduire et compléter le tableau de valeurs suivant (donner les valeurs arrondies au dixième) :

t	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6
$f(t)$	5				2,5								0,6

3. Tracer la courbe représentative (C) de la fonction f dans un repère orthonormal en prenant pour unité 2 cm sur chaque axe.
4. Résoudre graphiquement, sur l'intervalle $[0\,;\,6]$, l'inéquation : $f(t) \leqslant 1$.

   On fera apparaître les traits de construction.

Partie B : injection d'un médicament

Lorsque la pénicilline est injectée directement dans le sang, on considère que sa vitesse d'élimination est, à chaque instant, proportionnelle à la quantité de pénicilline présente dans le sang à cet instant.

Ainsi, la quantité de pénicilline $Q(t)$, exprimée en milligrammes, présente dans le sang à l'instant t ($t \geqslant 0$, exprimé en heures), est solution de l'équation différentielle :

$$Q'(t) = -aQ(t), \quad \text{où } a \text{ est un réel.}$$

À l'instant $t = 0$, on injecte une dose de 5 mg de pénicilline.

1. Montrer que, pour tout réel $t \geqslant 0$: $\quad Q(t) = 5\text{e}^{at}$.

2. Sachant qu'au bout de 2 heures, la quantité de pénicilline présente dans le sang a diminué de moitié, montrer que : $a = \dfrac{\ln 2}{2}$. Donner une valeur arrondie de a au centième.

3. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

On admet que la fonction f définie à la partie A décrit de façon satisfaisante la quantité de pénicilline présente dans le sang entre 0 et 6 heures.
Déterminer à partir de quel instant, exprimé en heures et minutes et arrondi à la minute, la quantité de pénicilline présente dans le sang sera inférieure à 1 mg.

Baccalauréat STL Polynésie 10 juin 2011
Biochimie–Génie biologique

EXERCICE 1 **11 points**

Les parties A et B sont indépendantes

Partie A

Un institut de surveillance sanitaire a publié pendant un an des bulletins hebdomadaires relatifs à l'épidémie du chikungunya sur l'île de La Réunion.
Le tableau ci-dessous indique le nombre n estimé de personnes nouvellement contaminées par semaine entre le 13 février et le 2 avril 2006.

Numéro de la semaine x_i	7	8	9	10	11	12	13
Nombre de personnes n_i nouvellement contaminées	23 850	16 650	11 620	8 100	5 660	3 950	2 750

1. Le tracé du nuage de points M_i de coordonnées $(x_i ; n_i)$ montre qu'un ajustement affine n'est pas judicieux. On choisit un changement de variable
$y_i = \ln(n_i)$ pour obtenir un ajustement affine convenable.

Numéro de la semaine x_i	7	8	9	10	11	12	13
y_i						8,28	

a. Recopier en le complétant le tableau ci-dessus en donnant les résultats arrondis à 0,01 près.

b. Représenter le nuage de points N_i de coordonnées $\left(x_i ; y_i\right)$. On prendra comme unités : 1 cm pour 1 semaine en abscisse et 4 cm pour 1 en ordonnée. L'origine du repère aura pour coordonnées (0 ; 6).

2. On appelle G le point moyen du nuage obtenu.

a. Calculer les coordonnées de G. Placer ce point sur le graphique.

b. On choisit de prendre comme ajustement affine la droite passant par G et le point $N_6(12 ; 8,28)$. Déterminer une équation de cette droite sous la forme $y = mx + p$.

3. En utilisant l'équation obtenue à la question 2. b. :

a. Déterminer le nombre de personnes nouvellement contaminées la semaine numéro 15.
En réalité le nombre de personnes nouvellement contaminées s'élève à 1 500 : que pensez vous de l'ajustement ? Quel est le pourcentage d'erreur ?

b. Déterminer à partir de quelle semaine, le nombre n de personnes nouvellement contaminées sera inférieur ou égal à 1 000.

Partie B

Au mois de mars 2006, l'île de la Réunion compte 780 000 habitants dont 30 % sont contaminés par le chikungunya. Dans cette population les personnes de moins de 25 ans représentent 40 % et parmi elles 12,5 % sont contaminés. Les personnes âgées de 25 à 55 ans représentent également 40 % mais elles sont trois fois plus contaminées.

1. Reproduire et compléter le tableau ci-dessous sans justifier les réponses :

Âge	moins de 25 ans	de 25 à 55 ans	plus de 55 ans	Total
Nombre de personnes non contaminées				
Nombre de personnes contaminées				
Total				780 000

2. On choisit au hasard un habitant. On considère les évènements suivants :
   A : « La personne est contaminée ».
   B : « La personne a plus de 55 ans ».
   a. Calculer la probabilité de chacun des évènements A et B.
   b. Calculer la probabilité de l'évènement $A \cup B$.
3. On choisit au hasard une personne de plus de 55 ans. Quelle est la probabilité qu'elle soit contaminée ?

EXERCICE 2 **9 points**

Partie A

On considère l'équation différentielle

$$y' = \left(-\frac{1}{3}\ln 2\right) y \quad (1)$$

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ cette équation.
2. Déterminer la fonction f solution de (1) qui vérifie la condition initiale $f(0) = 5$.

Partie B

On considère la fonction F définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ par

$$F(t) = 5\mathrm{e}^{\left(-\frac{1}{3}\ln 2\right)t}.$$

Sa courbe représentative $\mathscr{C}$ est tracée sur le document en annexe **que vous devrez rendre avec votre copie**.

1. Déterminer la limite de $F(t)$ lorsque t tend vers $+\infty$? En donner une interprétation graphique.
2. Soit F' la fonction dérivée de F.
   a. Calculer $F'(t)$ pour tout t de l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$.
   b. Déterminer une équation de la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 0. La tracer dans le repère en annexe.
3. Vérifier que, pour tout t de l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$, $F(t+3) = \frac{1}{2}F(t) \quad (2)$.

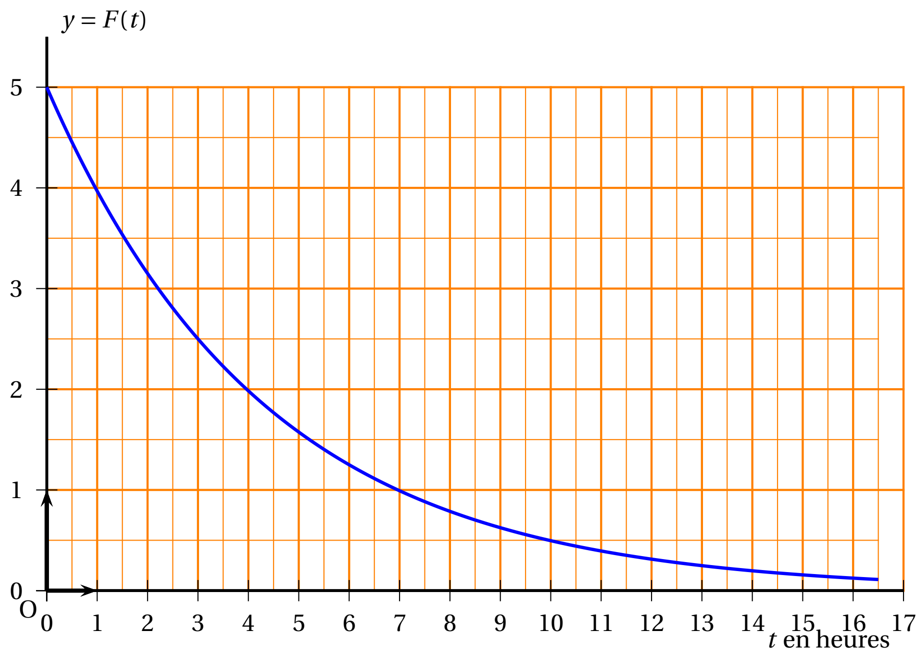
Partie C

Le nombre de cellules, exprimé en millions, d'une culture cellulaire soumise à une expérimentation est modélisé, en fonction du temps, par la fonction F.

1. Comment interpréter l'égalité (2) de la question B. 3. ?
2. Déterminer l'instant t (en heures et minutes) où le nombre de cellules n'est plus que de 750 000.
3. Retrouver graphiquement le résultat en faisant apparaître les tracés utiles.

Document à rendre avec la copie

Annexe



Durée : 2 heures

↜ Baccalauréat STL Biochimie Métropole ↝ septembre 2011

EXERCICE 1 **8 points**

Questionnaire à choix multiples :

Pour chaque question une seule des propositions est exacte. Aucune justification n'est demandée. Une réponse exacte rapporte 1 point, une réponse inexacte ou l'absence de réponse n'ajoute ni ne retire aucun point.

On inscrira sur la copie la référence de la question (exemple : A 1.) et la lettre de la réponse choisie.

A. Dans les laboratoires de recherche d'une université, on compte 130 personnes dont 100 techniciens. Ces 130 personnes se répartissent de la façon suivante : 45 hommes, 85 femmes dont 60 femmes techniciennes.
On choisit au hasard une personne de ces laboratoires (chaque personne ayant la même probabilité d'être choisie).

1. La probabilité que ce soit une femme est :

a. $\dfrac{6}{13}$ **b.** $\dfrac{17}{26}$ **c.** 0,85

2. La probabilité que ce soit une femme ou un technicien est :

a. $\dfrac{21}{26}$ **b.** $\dfrac{23}{26}$ **c.** $\dfrac{25}{26}$

3. On choisit maintenant un homme. La probabilité qu'il soit technicien est :

a. $\dfrac{4}{13}$ **b.** $\dfrac{8}{9}$ **c.** $0,4$

B. Soit $X(t)$ le nombre de bactéries présentes dans un milieu donné à l'instant t (exprimé en heures). On admet que la fonction X est solution sur $[0 ; +\infty[$ de l'équation différentielle (E) : $y' = (\ln 2)y$.

1. L'ensemble des solutions de (E) est l'ensemble des fonctions définies sur $[0 ; +\infty[$ par :

a. $y = C\mathrm{e}^{(\ln 2)t}$ **b.** $y = (\ln 2)t + C$ **c.** $y = C\ln t + 2$
C désignant un réel quelconque

2. Sachant qu'à l'instant $t = 0$, il y a 10^4 bactéries, on admet que la solution de l'équation (E) peut s'écrire : $y = 10^4 \times 2^t$.
À combien d'individus peut-on estimer la population de bactéries, arrondie à la centaine, au bout de 2 heures 30 minutes ?

a. 56 600 **b.** 23 000 **c.** 49 200

C. Soit f la fonction dérivable définie sur $]-\infty ; +\infty[$ par $f(x) = x\mathrm{e}^x$.
Soit $(\mathscr{C})$ la courbe représentative de f dans le plan rapporté à un repère orthonormal.

1. La dérivée f' de f est définie par :

a. $f'(x) = \mathrm{e}^x$ **b.** $f'(x) = (x+1)\mathrm{e}^x$ **c.** $f'(x) = (x-1)\mathrm{e}^x$

2. Une primitive F de f sur $]-\infty\ ;\ +\infty[$ est définie par :

a. $F(x) = \mathrm{e}^x$ **b.** $F(x) = (x+1)\mathrm{e}^x$ **c.** $F(x) = (x-1)\mathrm{e}^x$

3. Laquelle de ces trois propositions est exacte ?

a. $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 0$ **b.** $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$ **c.** La droite d'équation $x = 0$ est asymptote à la courbe $(\mathscr{C})$.

EXERCICE 2 **12 points**

Partie A

On observe l'évolution d'une culture microbienne.
On note x le nombre de microbes à l'instant t, où t est exprimé en heures. Les mesures obtenues sont consignées dans le tableau ci-dessous :

Nombre d'heures : t_i	2	3	4	5	6	8
Nombre de microbes exprimé en milliers : x_i	0,9	1,5	2,5	4	6,7	18

Le nuage de points $M_i\ (t_i\ ;\ x_i)$ obtenu ne permet pas d'effectuer un ajustement affine satisfaisant. On pose alors $y = \ln(x)$.

1. Recopier et compléter le tableau ci-dessous (on arrondira les résultats à 10^{-2} près) :

Nombre d'heures : t_i	2	3	4	5	6	8
$y_i = \ln(x_i)$			0,92		1,90	

2. Construire le nuage de points N_i de coordonnées $\left(t_i\ ;\ y_i\right)$ dans un repère orthonormal en prenant comme unité graphique : 2 cm.

3. Calculer les coordonnées du point moyen G de ce nuage (*on arrondira les coordonnées de G à* 10^{-2} *près*) et placer ce point G sur le graphique précédent.

4. On admet que la droite d'ajustement affine (D) a pour équation : $y = 0,5t + b$.
Calculer la valeur du réel b (valeur arrondie à 10^{-1} près) pour que la droite (D) passe par le point G, puis tracer la droite (D).

5. En utilisant le graphique, déterminer le temps nécessaire pour que la population atteigne 11 milliers d'individus (*on expliquera la démarche utilisée et on laissera les traits de construction apparents*).

6. Déterminer par le calcul le nombre x de microbes présents dans le milieu de culture au bout de 10 heures (*on arrondira au millier*).

Partie B

On considère la fonction f définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ par :

$$f(t) = \frac{1}{3}\mathrm{e}^{0,5t}.$$

1. Calculer la limite de f lorsque t tend vers $+\infty$.
2. Calculer $f'(t)$, où f' désigne la fonction dérivée de f, et étudier son signe sur $[0~;~+\infty[$.
3. En déduire le tableau de variations de f.
4. On admet que la fonction f décrit l'évolution de la population bactérienne de la partie A de cet exercice.
   Résoudre l'équation $f(t) = 11$ et interpréter le résultat.

∽ Baccalauréat STL Antilles juin 2011 ∾
Chimie de laboratoire et de procédés industriels

EXERCICE 1 **5 points**

Cette partie est un questionnaire à choix multiples (QCM).
Pour chaque question, trois réponses sont proposées parmi lesquelles une seule est correcte.
Le candidat doit recopier sur sa copie la réponse qu'il estime correcte. Aucune justification n'est demandée.
Chaque bonne réponse rapporte un point.

1. On donne l'équation d'inconnue z dans $\mathbb{C}$: $z^2 - z + 1 = 0$.
Les solutions de cette équation sont :

$z = \cos\frac{5\pi}{3} + \text{i}\sin\frac{5\pi}{3}$ $z' = \cos\frac{\pi}{3} + \text{i}\sin\frac{\pi}{3}$	$z = \cos\frac{\pi}{6} - \text{i}\sin\frac{\pi}{3}$ $z' = \cos\frac{\pi}{6} + \text{i}\sin\frac{\pi}{3}$	$z = \cos\frac{2\pi}{3} - \text{i}\sin\frac{\pi}{3}$ $z' = \cos\frac{2\pi}{3} + \text{i}\sin\frac{\pi}{3}$

2. Une primitive F de f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{\text{e}^x}{\text{e}^x + 1}$ est :

$\frac{1}{2}\ln\left(\text{e}^x + 1\right)$	$\ln\left(\text{e}^x + 1\right)$	$\dfrac{1}{\text{e}^x + 1}$

3. Dans une entreprise, une machine fabrique des flacons en verre, de 500 mL. Un flacon peut présenter l'un des deux défauts suivants :
— défaut A : le volume n'est pas conforme
— défaut B : le verre est de mauvaise qualité
Sur un lot de 100 flacons, les informations suivantes sont données :

10 présentent au moins le défaut A
6 présentent au moins le défaut B
2 présentent les deux défauts simultanément.

a. On tire au hasard un flacon dans le lot. Chacun des flacons ayant la même probabilité d'être tiré. La probabilité qu'un flacon ne présente aucun défaut est :

0,86	0,84	0,18

b. Un flacon sans défaut rapporte 3 € à l'entreprise, un flacon avec un seul défaut coûte 1 € à l'entreprise et un flacon avec les deux défauts coûte 4 € à l'entreprise.
Soit X la variable aléatoire qui, à chaque flacon choisi au hasard dans le lot de 100, associe le gain (positif ou négatif) correspondant.
L'espérance mathématique $\text{E}(X)$ de la variable aléatoire X est :

0	2,38	-2

4. On donne l'équation différentielle (E) : $3y' = 2y$ où y est une fonction de la variable x, dérivable sur $\mathbb{R}$ et y' sa dérivée.
La solution f de (E) qui vérifie $f(0) = 3$ est définie par :

$f(x) = -3\text{e}^{\frac{2}{3}x}$	$f(x) = 3\text{e}^{-\frac{2}{3}x}$	$f(x) = 3\text{e}^{\frac{2}{3}x}$

EXERCICE 2 **5 points**

La désintégration du Thorium, corps radioactif, donne du Radium.
On désigne par N_0 le nombre d'atomes dans un échantillon de Thorium à l'instant $t = 0$, par N_1 le nombre d'atomes de Thorium un jour après, et, pour tout entier naturel k, par N_k le nombre d' atomes de Thorium k jours après.
On sait que le nombre d'atomes de Thorium diminue de 3,7 % par jour.

1. Exprimer N_1 en fonction de N_0 puis N_{k+1} en fonction de N_k.

2. En déduire la nature de la suite (N_k) en précisant sa raison et son premier terme.

3. Un échantillon contient 10^{20} atomes à l'instant $t = 0$.

a. En déduire que $N_k = 10^{20} \times 0,963^k$.

b. Déterminer le nombre d'atomes de Thorium dans cet échantillon au bout de 2 ans (on admettra qu'il y a 365 jours par an).

c. Au bout de combien de jours le nombre d'atomes sera-t-il égal à la moitié de sa valeur initiale ? (Cette durée s'appelle période ou demi-vie d'un corps radioactif).

PROBLÈME **10 points**

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]-\infty~;~1]$ par

$$f(x) = 2\mathrm{e}^{x} - \mathrm{e}^{2x}$$

et $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$. On prendra pour unité graphique 5 cm.

1. Déterminer la limite de f lorsque x tend vers $-\infty$; interpréter géométriquement le résultat obtenu.

2. On admet que f est dérivable sur $]-\infty~;~1]$, on note f' sa dérivée.

a. Montrer que, pour tout x de $]-\infty~;~1]$, $f'(x) = 2\mathrm{e}^{x}\left(1-\mathrm{e}^{x}\right)$.

b. Résoudre sur $]-\infty~;~1]$ l'équation $f'(x) \geqslant 0$.

c. En déduire les variations de la fonction f sur $]-\infty~;~1]$.

d. Dresser le tableau de variation de la fonction f sur $]-\infty~;~1]$. Indiquer la limite en $-\infty$ ainsi que les valeurs exactes de $f(0)$ et $f(1)$.

3. Soit M le point d'intersection de la courbe $\mathscr{C}$ avec l'axe des abscisses.

a. Déterminer la valeur exacte de l'abscisse de M.

b. Déterminer une équation de la tangente T à la courbe $\mathscr{C}$ en M.

4. Construire T et $\mathscr{C}$.

a. Déterminer une primitive F de f sur $]-\infty~;~1]$.

b. Justifier graphiquement le signe de $f(x)$ sur $[0~;~\ln 2]$.

c. On considère le domaine D limité par la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x = \ln 2$.
Montrer que l'aire du domaine D est égale à 12,5 cm^2.

∽ Baccalauréat STL Métropole 17 juin 2011 ∾
Chimie de laboratoire et de procédés industriels

Durée de l'épreuve : 3 heures — Coefficient : 4

EXERCICE 1 — **6 points**

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormal direct $\left(\text{O}, \vec{u}, \vec{v}\right)$. On prendra pour unité graphique 2 cm.

Partie A

Pour tout nombre complexe z, on note $P(z)$ le nombre complexe défini par :

$$P(z) = z^3 - 8z^2 + 24z - 24.$$

1. Calculer $P(2)$.
2. Déterminer des nombres réels a et b tels que pour tout nombre complexe z, on ait

$$P(z) = (z-2)\left(z^2 + az + b\right).$$

3. Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes, l'équation

$$z^2 - 6z + 12 = 0.$$

4. En déduire les solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation :

$$P(z) = 0.$$

Partie B

On note A, B, C les points du plan complexe d'affixes respectives

$$z_{\text{A}} = 2 \quad ; \quad z_{\text{B}} = 3 + \text{i}\sqrt{3} \quad \text{et} \quad z_{\text{C}} = 3 - \text{i}\sqrt{3}.$$

1. Placer ces trois points dans le repère $\left(\text{O}, \vec{u}, \vec{v}\right)$.
2. **a.** Déterminer le module et un argument de z_{B}.
   b. En déduite le module et un argument de z_{C}.
3. Démontrer que le triangle OBC est équilatéral.
4. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même infructueuse sera prise en compte dans l'évaluation.*
   Les points A, B, C appartiennent à un même cercle. Donner son centre et son rayon.

EXERCICE 2 — **4 points**

Une entreprise produit et commercialise des articles destinés à l'industrie chimique.
Ces articles sont susceptibles de présenter au plus trois défauts.
On note X la variable aléatoire qui à tout article prélevé au hasard dans l'ensemble des articles produits, associe le nombre de défauts.

Partie A

La loi de probabilité de X est donnée par le tableau suivant :

k	0	1	2	3
$P(X = k)$	0,917	$\cdots$	0,016	0,005

1. Compléter ce tableau en déterminant la valeur de $P(X = 1)$.

2. **a.** Calculer l'espérance mathématique de X.

b. Calcule l'écart type de X.

Partie B

Le prix de vente d'un article est fixé à 350 €, son prix de fabrication est de 100 €.
Si l'article est défectueux, l'entreprise le répare avant sa mise sur le marché. Pour chaque défaut, le coût de réparation s'élève à 40 €.
Le bénéfice réalisé par l'entreprise sur la vente d'un article est alors égal au prix de vente de l'article diminué du prix de fabrication et de montant d'éventuelles réparations.

On note Y la variable aléatoire qui à tout article prélevé au hasard dans l'ensemble des articles produits, associe le bénéfice (en €) réalisé par l'entreprise lors de la vente de cet article.

1. Indiquer les quatre valeurs prises par la variable aléatoire Y.

2. Dresser le tableau donnant la loi de probabilité de Y.

3. Déterminer l'espérance mathématique de Y.

4. Donner une estimation du bénéfice que l'entreprise peut espérer faire sur la vente de 10 000 articles.

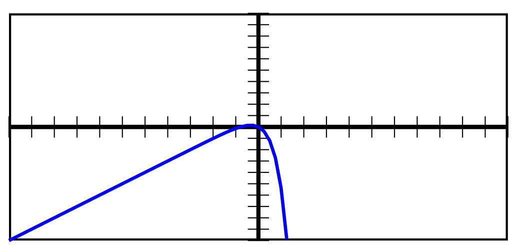
PROBLÈME **10 points**

On considère la fonction numérique f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 1 + x - \mathrm{e}^{2x}.$$

Partie A

Le graphique ci-contre est la courbe représentative de cette fonction telle que l'affiche une calculatrice.



1. Au vu de ce graphique, dresser un tableau de variations possible de f sur $\mathbb{R}$.

2. Conjecturer le signe de f sur $\mathbb{R}$.

Partie B

Les variations et le signe de f sur $\mathbb{R}$ sont-ils réellement ce qu'ils semblent être ? C'est à cette question que se propose de répondre la partie B.

1. On admet que f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et on désigne par f' la fonction dérivée de f. Déterminer l'expression de $f'(x)$.

2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $1 - 2\mathrm{e}^{2x} \geqslant 0$.
En déduire le signe de f' sur $\mathbb{R}$.

3. **a.** Déterminer la limite de f en $-\infty$.

b. Vérifier que pour tout réel x, $f(x) = 1 + \mathrm{e}^{x}\left(\dfrac{x}{\mathrm{e}^{x}} - \mathrm{e}^{x}\right)$. En déduire la limite de f en $+\infty$.

4. **a.** Dresser alors le tableau des variations de f sur $\mathbb{R}$. Déterminer la valeur exacte de son extremum.
   b. Justifier que l'équation $f(x) = 0$ admet dans l'intervalle $[-0,8\ ;\ 0,7]$ une unique solution α.
   c. Préciser la valeur exacte de $f(0)$ et une valeur approchée à 10^{-1} près de $f\left(-\dfrac{\ln 2}{2}\right)$.
   d. Déduire des questions précédentes le signe de $f(x)$.
5. Que peut-on dire de la conjecture envisagée à la fin de la partie A ?
6. Le plan est rapporté au repère orthonormal $\left(\mathrm{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$. On prendra pour unité graphique 4 cm.
   On note C la courbe représentative de f dans ce repère.
   Construire la portion de C correspondant à des abscisses x comprises entre $-1,5$ et $0,5$.

Partie C

On note P la partie du plan limitée par les droites d'équation $x = -\dfrac{1}{2}$ et $x = 0$ d'une part, l'axe des abscisses et la courbe C d'autre part.

1. Hachurer P sur le graphique réalisé à la question B. 6.
2. Démontrer que la fonction F définie par $F(x) = x + \dfrac{1}{2}x^2 - \dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{2x}$ est une primitive de f sur $\mathbb{R}$.
3. Démontrer que l'aire de P est égale à $\dfrac{4-\mathrm{e}}{8\mathrm{e}}$ unités d'aire.

Baccalauréat STL Métropole 13 septembre 2011
Chimie de laboratoire et de procédés industriels

Durée de l'épreuve : 3 heures — Coefficient : 4

EXERCICE 1 — **5 points**

1. Pour tout nombre complexe z, on pose $P(z) = z^3 - 64$.
   Déterminer des nombres réels a et b tels que, pour tout complexe z : $P(z) = (z-4)\left(z^2 + az + b\right)$.
2. Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation $P(z) = 0$.
3. On munit le plan complexe d'un repère orthonormal $\left(\mathrm{O}, \vec{u}, \vec{v}\right)$. On prendra pour unité graphique 1 cm.
   On considère les points A, B et C d'affixes respectives $z_{\mathrm{A}} = 4$, $z_{\mathrm{B}} = -2 + 2\mathrm{i}\sqrt{3}$ et $z_{\mathrm{C}} = -2 - 2\mathrm{i}\sqrt{3}$.
   a. Placer les points A, B et C dans le repère $\left(\mathrm{O}, \vec{u}, \vec{v}\right)$.
   b. Démontrer que les points A, B et C appartiennent à un même cercle de centre O.

EXERCICE 2 — **4 points**

1. Résoudre l'équation différentielle $y'' + 4y = 0$, où y est une fonction de la variable x, définie et deux fois dérivable sur l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels.
2. Déterminer la solution f de l'équation différentielle précédente qui vérifie les conditions suivantes :

$$(0) = 1 \quad \text{et} \quad f'(0) = 2\sqrt{3}.$$

3. **a.** Vérifier que, pour tout nombre réel x, $f(x) = 2\cos\left(2x - \dfrac{\pi}{3}\right)$.
   b. Résoudre sur l'intervalle $[0\,;\,2\pi]$ l'équation $f(x) = \sqrt{3}$.

PROBLÈME — **11 points**

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = (2x - 5)\mathrm{e}^{x}.$$

On munit le plan d'un repère orthonormal $\left(\mathrm{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$. L'unité graphique est 1 cm. On appelle $(\mathscr{C})$ la courbe représentative de la fonction f.

1. Déterminer les coordonnées des points d'intersection A et B de la courbe $(\mathscr{C})$ respectivement avec l'axe des abscisses et l'axe des ordonnées.
2. Déterminer la limite de la fonction f en $+\infty$ puis sa limite en $-\infty$.
3. La fonction f est dérivable. On désigne par f' sa fonction dérivée.
   a. Montrer que, pour tout réel x, $f'(x) = (2x - 3)\mathrm{e}^{x}$.
   b. Étudier le signe de $f'(x)$ selon les valeurs de x.
   c. Dresser le tableau de variation de la fonction f. On fera figurer les limites trouvées précédemment et la valeur de l'extrémum de la fonction.
4. Déterminer une équation de la tangente T à la courbe $(\mathscr{C})$ au point B.
5. Représenter la courbe $(\mathscr{C})$, les points A et B et la droite T.

6. Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

 a. Déterminer des réels a et b de sorte que la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par $F(X) = (ax+b)\mathrm{e}^x$ soit une primitive de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

 b. Calculer l'aire de la partie du plan limitée par la courbe $(\mathscr{C})$, l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x = \dfrac{5}{2}$.

∽ Baccalauréat STL Métropole 21 juin 2011 ∾
Physique de laboratoire et de procédé industriels

Durée de l'épreuve : 4 heures Coefficient : 4

EXERCICE 1 **6 points**

Le plan complexe est rapporté au repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{u}, \vec{v}\right)$ direct d'unité graphique 1 cm.

Première partie

On considère le polynôme P défini pour tout nombre complexe z par :

$$P(z) = z^3 - z^2 + 2.$$

1. Montrer que -1 est une racine du polynôme P.
2. Déterminer les réels a, b et c tels que : $P(z) = (z+1)\left(az^2 + bz + c\right)$.
3. Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes l'équation $P(z) = 0$.

Deuxième partie

On appelle A, B, C et D les points d'affixes respectives :

$$z_{\text{A}} = -1 \quad ; \quad z_{\text{B}} = 1 + \text{i} \quad ; \quad z_{\text{C}} = 1 - \text{i} \quad \text{et} \quad z_{\text{D}} = 1 - 4\text{i}.$$

1. Placer les points A, B, C et D dans le repère $\left(\text{O}, \vec{u}, \vec{v}\right)$.
   a. Déterminer le module et un argument des nombres complexes z_{B} et z_{C}.
   b. Écrire z_{B} et z_{C} sous la forme $r\text{e}^{\text{i}\theta}$ où r est un réel strictement positif et θ est un réel compris entre $-\pi$ et π.
   c. Montrer que le point B est l'image du point C par une rotation de centre O dont on précisera l'angle.
2. **a.** Montrer que le triangle ABD est rectangle en A.
   b. En déduire l'affixe du centre du cercle circonscrit au triangle ABD.
   c. Déterminer l'affixe du point E tel que le quadrilatère ABED soit un rectangle.

EXERCICE 2 **4 points**

On estime qu'une batterie de téléphone portable perd, à chaque charge, 0,2 % de sa capacité. La capacité initiale de la batterie, notée C_0, est de 800 mAh (milliampères-heure). Pour tout entier naturel n, on note C_n la capacité restante après la n-ième charge.

1. Donner les valeurs de C_1, C_2 et C_3 arrondies à l'unité près.
   a. Justifier que pour tout entier naturel n, $C_{n+1} = 0,998C_n$.
   b. En déduire la nature de la suite (C_n). On donnera son premier terme et sa raison.
2. Exprimer C_n en fonction de n.
3. Calculer la valeur arrondie à l'unité près de la capacité restante de la batterie après 100 charges.

4. On considère que la batterie est hors d'usage lorsque sa capacité est inférieure à 10 mAh. Déterminer à partir de combien de charges la batterie est hors d'usage.

PROBLÈME **10 points**

La deuxième partie peut être traitée indépendamment de la première partie.

Première partie : résolution d'une équation différentielle

Dans cette partie, on se propose de déterminer une solution particulière de l'équation différentielle

$$(\text{E}) : \quad y' + y = 2x - \frac{3}{2}$$

où y représente une fonction de la variable x, définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.

1. Résoudre l'équation différentielle $(\text{E}_0) : \quad y' + y = 0.$ 7
2. Vérifier que la fonction u définie sur $\mathbb{R}$ par : $u(x) = 2x - \dfrac{7}{2}$ est une solution de l'équation différentielle (E).
3. Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $h(x) = C\text{e}^{-x} + u(x)$ où C est un réel quelconque et u la fonction définie à la question 2.
   a. Vérifier que la fonction h est solution de l'équation (E).
   b. Déterminer le nombre réel C tel que $h(0) = -\dfrac{1}{2}$.

Deuxième partie : étude de la fonction *f*

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 3\text{e}^{-x} + 2x - \frac{7}{2}$$

et on appelle $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthogonal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ d'unités 2 cm en abscisses et 1 cm en ordonnées.

1. **a.** Déterminer la limite de f en $+\infty$.
   b. Justifier que pour tout nombre réel x, $f(x) = \text{e}^{-x}\left(2x\text{e}^{x} - \dfrac{7}{2}\text{e}^{x} + 3\right)$, puis en déduire la limite de f en $-\infty$.
   c. Montrer que la droite $\mathscr{D}$ d'équation $y = 2x - \dfrac{7}{2}$ est asymptote oblique à la courbe $\mathscr{C}$. Préciser la position de $\mathscr{C}$ par rapport à la droite $\mathscr{T}$.
2. Étudier le sens de variation de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
3. Déterminer une équation de la tangente $\mathscr{T}$ à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 0.
4. Tracer les droites $\mathscr{D}$ et $\mathscr{T}$, puis la courbe $\mathscr{C}$ dans le repère $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.

Troisième partie : calcul d'une aire

On appelle $\mathscr{E}$ la partie du plan délimitée par la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 2$ et $x = 4$.

1. Donner une estimation de l'ordre de grandeur en cm^2 de l'aire de la partie $\mathscr{E}$ en calculant l'aire d'un trapèze [1] que l'on précisera.

2. Calculer la valeur exacte de l'aire de la partie $\mathscr{E}$ en unités d'aire. Donner sa valeur arrondie en cm^2 à $0,01\ \text{cm}^2$ près.

1. On rappelle que l'aire d'un trapèze est donnée par la formule $\dfrac{B+b}{2} \times h$, où B, b et h sont les longueurs respectives de la grande base, de la petite base et de la hauteur.

∽ Baccalauréat STL Métropole 13 septembre 2011 ∾
Physique de laboratoire et de procédés industriels

Durée de l'épreuve : 4 heures Coefficient : 4

EXERCICE 1 **6 points**

On note i le complexe de module 1 et d'argument $\dfrac{\pi}{2}$.

Le plan est rapporté au repère orthonormal $\left(\text{O}, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}\right)$ d'unité graphique 1 cm.

1. Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes l'équation suivante :

$$z^2 - 4z\sqrt{3} + 16 = 0.$$

Les solutions seront données sous forme algébrique.

2. On considère les points A, B et C d'affixes respectives

$$z_{\text{A}} = 2\sqrt{3} + 2\text{i}, \quad z_{\text{B}} = 2\sqrt{3} - 2\text{i}, \quad z_{\text{C}} = 6\text{e}^{\text{i}\frac{2\pi}{3}}$$

   a. Déterminer les formes exponentielles des nombres complexes z_{A} et z_{B} c'est-à-dire leur écriture sous la forme $r\text{e}^{\text{i}\theta}$ avec r nombre réel strictement positif et θ un nombre réel appartenant à l'intervalle $]-\pi\ ;\ \pi]$.

   b. Déterminer la forme algébrique du nombre complexe z_{C}.

   c. Construire avec précision les points A, B et C.

   d. Calculer les longueurs OA, OC et AC. En déduire la nature du triangle OAC.

3. On considère la rotation de centre O et d'angle $\dfrac{\pi}{4}$. On définit le point D comme l'image du point A par cette rotation.

   a. Calculer la forme algébrique de l'affixe de D notée z_{D}.

   b. À l'aide de la question 2. a., déterminer la forme exponentielle de z_{D}.

   c. Déduire de ce qui précède les valeurs exactes de $\cos\left(\dfrac{5\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\dfrac{5\pi}{12}\right)$.

EXERCICE 2 **5 points**

On considère l'équation différentielle (E) suivante :

$$y'' + 4y = 0,$$

où y est une fonction définie sur $\mathbb{R}$ et y'' sa dérivée seconde.

1. Donner la solution générale de (E).
2. Déterminer la solution particulière, notée f, de (E) telle que

$$f\left(\frac{\pi}{6}\right) = 2\sqrt{3} \quad \text{et } f'\left(\frac{\pi}{6}\right) = -4, \text{ où } f' \text{ est la dérivée de la fonction } f.$$

3. Vérifier que f peut s'écrire sous la forme : $f(t) = 4\cos\left(2t - \dfrac{\pi}{6}\right)$.
4. Calculer la valeur moyenne de f sur l'intervalle $[0\ ;\ \pi]$.

PROBLÈME **9 points**

Le plan est muni d'un repère orthonormé $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ d'unité graphique 2 cm.

Partie A Étude d'une fonction auxiliaire

On considère la fonction g définie sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$ par

$$g(x) = 1 - 2x - 2\ln x.$$

1. Calculer la fonction g', dérivée de la fonction g sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$ et dresser le tableau de variation de la fonction g sur cet intervalle (les limites ne sont pas demandées).
2. En déduire que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α sur l'intervalle $\left]\dfrac{1}{2}~;~1\right[$.

   Donner un encadrement de α d'amplitude 10^{-2}.
3. En déduire le signe de g sur $]0~;~+\infty[$.

Partie B Étude de la fonction *f*

On considère la fonction f définie sur $]0~;~+\infty[$ par

$$f(x) = \frac{2x + \ln x}{x^2} + 3$$

On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans le repère $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.

1. **a.** Déterminer la limite de la fonction f en 0.

   b. Vérifier que pour tout réel x strictement positif, on a $f(x) = \dfrac{\ln x}{x^2} + \dfrac{2}{x} + 3$.

   En déduire la limite de la fonction f en $+\infty$.

   c. Interpréter graphiquement les résultats des limites précédentes.
2. Déterminer la fonction f', dérivée de la fonction f sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$ et montrer que pour tout x strictement positif : $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^3}$.
3. En déduire le tableau de variations de f sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$.
4. Déterminer une équation de la tangente $\mathscr{D}$ à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 1.
5. Représenter la courbe $\mathscr{C}$ et la tangente $\mathscr{D}$ dans le repère orthonormé $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.

Partie C Calcul d'aire

1. On note $\mathscr{E}$ le domaine délimité par la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = \mathrm{e}$. Hachurer le domaine $\mathscr{E}$ sur le graphique.
2. Montrer que la fonction H définie sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$ par $H(x) = \dfrac{-\ln x - 1}{x}$ est une primitive de la fonction $x \longmapsto \dfrac{\ln x}{x^2}$ sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$.
3. On admet que la fonction f est positive sur l'intervalle $[1~;~\mathrm{e}]$.

   Montrer que la valeur exacte de l'aire du domaine $\mathscr{E}$ est $3\mathrm{e} - \dfrac{2}{\mathrm{e}}$ unités d'aire.