∾ Baccalauréat STT 2005 ∾
L'intégrale de mars à novembre 2005

Pour un accès direct cliquez sur les liens bleus

Baccalauréat STT ACA-ACC Nouvelle–Calédonie
mars 2005

La calculatrice (conforme la circulaire N° 99-186 du 16-11-99) est autorisée.

EXERCICE 1 **8 points**

Le tableau suivant donne le nombre d'adhérents d'un club hippique de 1995 à 2004.

Année	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
Rang de l'année (x_i)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nombre d'adhérents (y_i)	53	66	80	75	75	95	97	97	110	112

1. Représenter le nuage de points M_i de coordonnées $\left(x_i,\ y_i\right)$ dans un repère orthogonal d'unités graphiques :
   - 1 cm pour 1 année sur l'axe des abscisses,
   - 1 cm pour 5 adhérents sur l'axe des ordonnées qui sera gradué à partir de 50.
2. Quel est le pourcentage d'augmentation du nombre d'adhérents entre 1997 et 2003 ?
3. **a.** Calculer les coordonnées du point moyen G associé aux points du nuage.
   b. Placer le point G sur le graphique.
4. On choisit pour ajustement affine la droite Δ d'équation $y = 6,48x + 50,36$.
   a. Construire la droite Δ.
   b. Montrer que G est sur la droite Δ.
   c. À l'aide du graphique, estimer le nombre d'adhérents que le centre peut espérer en 2010. Les traits utilisés pour la lecture devront figurer sur le graphique.
5. Utiliser l'équation de la droite Δ pour calculer à partir de quelle année le nombre d'adhérents deviendra supérieur ou égal à 200.

EXERCICE 2 **12 points**

Une entreprise qui fabrique des chaussures fait une étude sur une production journalière comprise entre 5 et 50 paires de chaussures.
Le coût de production, en euro, de x paires de chaussures est

$$C(x) = x^2 + 16x + 256.$$

Partie A

1. Calculer $C'(x)$ où C' désigne la dérivée de la fonction C. La fonction C' est la fonction coût marginal.
2. Tracer la représentation graphique $\mathscr{D}$ de la fonction C' dans le plan muni d'un repère orthogonal d'unités graphiques :
   - 2 cm pour 5 paires de chaussures sur l'axe des abscisses en commençant à la graduation 5.
   - 1 cm pour 5 euros sur l'axe des ordonnées qui sera gradué à partir de 20.

Partie B

1. Quel est le coût de production de 40 paires de chaussures ?
2. On désigne par $f(x)$ le coût unitaire moyen pour x paires de chaussures fabriquées.
   a. Calculer $f(40)$.
   b. Montrer que $f(x) = x + 16 + \dfrac{256}{x}$.
3. La fonction f est définie sur l'intervalle $[5\,;\,50]$. Calculer $f'(x)$ et démontrer que

$$f'(x) = \frac{(x-16)(x+16)}{x^2}.$$

4. a. Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[5\,;\,50]$.
   b. Dresser le tableau de variation de la fonction f.
5. Reproduire et compléter le tableau de valeurs suivant :

x	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
$f(x)$										71,1

   Les résultats seront arrondis au dixième.
6. Tracer la courbe représentative de f dans le repère précédent.
7. Combien de paires de chaussures l'entreprise doit-elle fabriquer pour que le coût unitaire moyen soit minimal ? Indiquer ce coût.
8. a. Vérifier que $f(16) = C'(16)$.
   b. Mettre en évidence cette égalité sur le graphique précédent.

Baccalauréat STT ACA-ACC Pondichéry
31 mars 2005

EXERCICE 1 **10 points**

Les parties 1 et 2 sont indépendantes

Partie 1

Dans une station balnéaire on a interrogé 600 touristes, français ou étrangers, sur leur séjour.
Tous ont répondu être, soit au camping, soit à l'hôtel, soit en location.
• 10 % des touristes sont logés à l'hôtel,
• 40 % des touristes étrangers sont dans un camping,
• 40 % des touristes étrangers ont choisi une location,
• il y a deux fois plus de touristes français en camping qu'en location.

1. **a.** Sachant que 48 touristes étrangers sont à l'hôtel, montrer que le nombre de touristes étrangers interrogés est 240. En déduire le nombre de touristes français interrogés.
   b. Montrer que le nombre de touristes français en location est 116.
   c. Montrer que le nombre de touristes en camping est 328.
   d. Reproduire et compléter le tableau suivant :

	Camping	Location	Hôtel	Total
Français				
Étrangers			48	
Total				600

2. Dans cette question, les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles.
   On choisit au hasard une personne parmi les 600 interrogées. On suppose que toutes les personnes ont la même probabilité d'être choisies.
   On considère les évènements :
   • A : « La personne interrogée est un touriste étranger ».
   • B : « La personne interrogée séjourne dans un camping ».
   a. Calculer les probabilités $p(\text{A})$ et $p(\text{B})$ des évènements A et B.
   b. Calculer la probabilité $p(\text{C})$ de l'évènement C : « La personne interrogée est un touriste étranger et séjourne dans un camping ».
   c. Calculer la probabilité $p(\text{A} \cup \text{B})$ de l'évènement $\text{A} \cup \text{B}$.
   d. On sait que la personne interrogée est en location. Calculer la probabilité qu'elle soit un touriste français.

Partie 2

Durant l'année 2004, le nombre de familles qui ont loué un emplacement au « camping de la plage » est 500.
Le directeur prévoit pour l'avenir me augmentation annuelle de 5 %.
On désigne par : u_0 le nombre de familles reçues par le camping en 2004 ($u_0 = 500$),
u_1 le nombre de familles reçues par le camping en 2005,
u_2 le nombre de familles reçues par le camping en 2006,
u_n le nombre de familles reçues par le camping en $2004 + n$.

1. Calculer u_1 et u_2.

2. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n.
   Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Préciser sa raison.
3. En supposant que la tendance se poursuive, combien de familles le directeur peut-il espérer pour l'année 2011 ?

EXERCICE 2 **10 points**

Une entreprise a conçu un logiciel de gestion de camping. Pour décider du prix de vente de ce logiciel, elle a effectué une enquête auprès de 100 campings susceptibles de l'acheter.
Le résultat est donné dans le tableau suivant, où x désigne le prix de vente proposé, en euros, et y le nombre de campings qui acceptent d'acheter le logiciel à ce prix.

x_i	600	650	700	750	800	850	900	990
y_i	76	70	65	61	55	49	45	39

1. **a.** Ainsi, par exemple, 39 campings achèteraient le logiciel s'il était vendu 990 euros.
   Quel serait, dans ce cas, le chiffre d'affaires ?
   b. Parmi les 8 prix proposés, quel est celui qui permettrait à l'entreprise de réaliser le meilleur chiffre d'affaires ?
   Dans les questions suivantes, on étudie une amélioration du résultat précédent.
2. **a.** Représenter, dans un repère orthogonal, le nuage de points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$.
   Unités graphiques :
   - axe des abscisses : 2 cm pour 100 euros et commencer les graduations à partir de 500,
   - axe des ordonnées : 2 cm pour 10 campings.

   b. On appelle G le point moyen associé au nuage de points.
   Calculer les coordonnées de G. Placer ce point sur le graphique.
   c. Déterminer une équation de la droite Δ passant par G de coefficient directeur $-0,1$.
   Construire cette droite sur le graphique.
3. On choisit la droite Δ comme droite d'ajustement du nuage.
   a. Pour un prix de vente du logiciel de x euros, quel serait le nombre y de logiciels que l'on peut espérer vendre ?
   b. En déduire que le chiffre d'affaires correspondant est $-0,1x^2+135,5x$.
4. On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[500\,;\ 1\,000]$ par :

$$f(x)=-0,1x^2+135,5x.$$

   a. Calculer $f'(x)$ où f' désigne la dérivée de la fonction f.
   b. Étudier le signe de $f'(x)$, puis construire le tableau de variations de f.
   c. Déterminer le nombre de logiciels à vendre et le prix de vente de ce logiciel afin d'obtenir le meilleur chiffre d'affaires. Donner également la valeur de ce chiffre d'affaires.

∽ Baccalauréat STT ACA - ACC Antilles-Guyane ∽
juin 2005

EXERCICE 1

Une entreprise fabrique des lits et des commodes. Sa production, sur les dix dernières années, est donnée par le tableau suivant :

Année x_i	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003
Production y_i de lits	1 550	1 650	1 600	1 750	1 700	1 750	1 650	1 850	1 700	1 800
Productions Y_i de commodes	1 150	1 300	1 350	1 350	1 225	1 350	1 500	1 500	1 650	1 500

On a représenté page suivante les points de coordonnées $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ dans un repère du plan avec le symbole + et les points de coordonnées $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ avec le symbole ×.

1. **a.** Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage de points$\left(x_i\ ;\ y_i\right)$. Placer le point G sur le graphique.

   b. Déterminer one équation de la droite $\mathscr{D}$ d'ajustement de ce nuage par la méthode des moindre carrés. On utilisera la calculatrice et on arrondira les coefficients de l'équation à l'unité par défaut.

   La droite est déjà tracée sur le graphique en annexe.

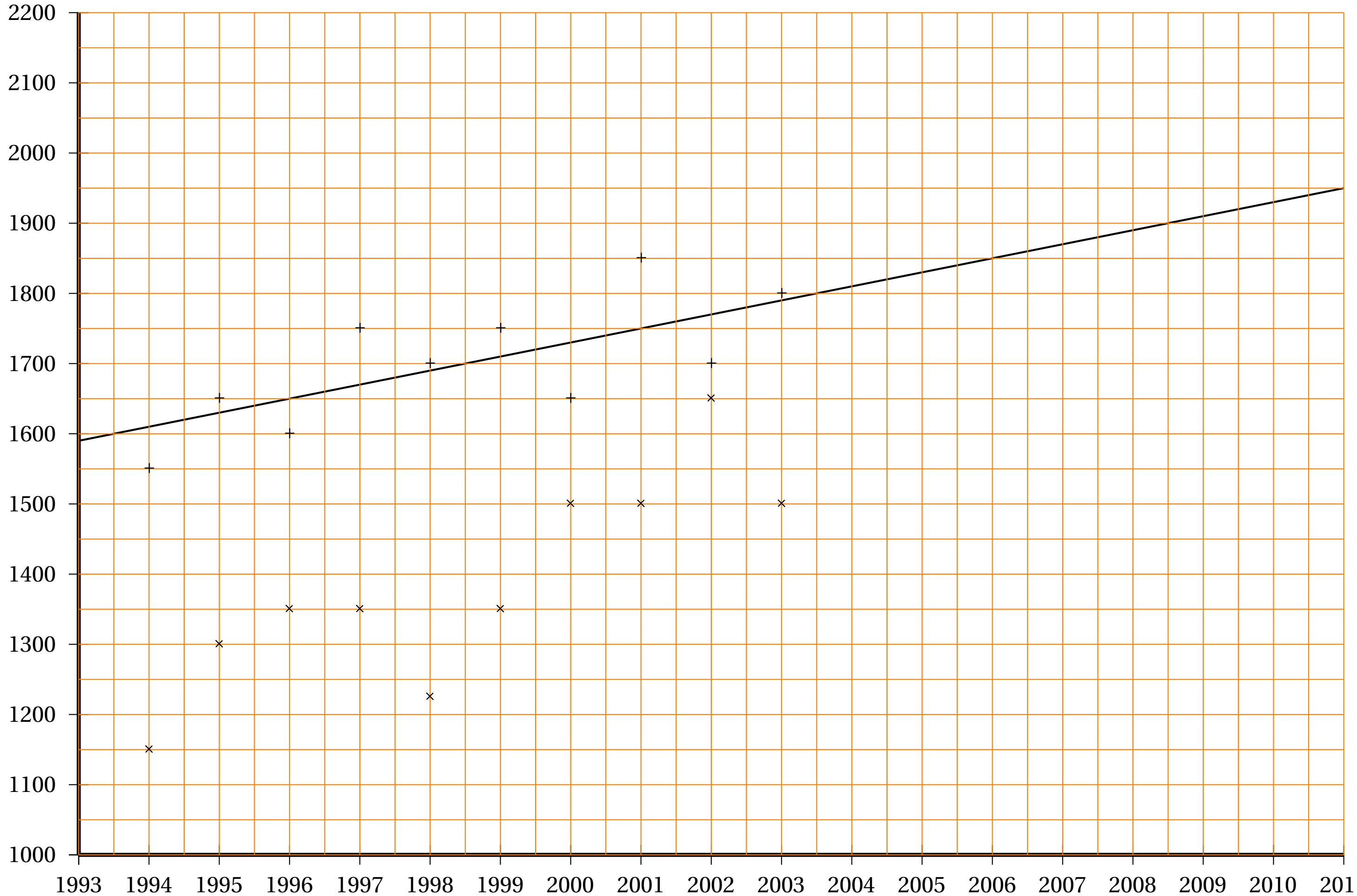
   c. On choisit $\mathscr{D}$ comme droite d'ajustement de la production de lits en fonction de l'année.

2. On choisit comme droite d'ajustement de la série (x_i, Y_i) la droite Δ d'équation $Y = 42x - 82\,489$.

   Tracer Δ. On justifiera la construction.

3. À partir des ajustements donnés aux questions précédentes, déterminer à partir de quelle année on peut estimer que la production de commodes sera supérieure ou égale à celle des lits.

   Retrouver ce résultat par le calcul.


2200
2100
2000
1900
1800
1700
1600
1500
1400
1300
1200
1100
1000
1993
1994
1995
1996
1997
1998
1999
2000
2001
2002
2003
2004
2005
2006
2007
2008
2009
2010
2011

EXERCICE 2

Une usine fabrique des ordinateurs. Lors du passage au contrôle qualité, on teste les ordinateurs pour savoir s'ils présentent un défaut. Les défauts ont été regroupes en deux catégories : les défauts de type 1 et les défauts de type 2.
Un ordinateur est dit défectueux lorsqu'il présente au moins un des deux types de défauts. On a réalisé une étude sur 900 ordinateurs et on a obtenu les résultats suivants :

- 5 % des ordinateurs présentent un défaut de type 1 ;
- 4 % des ordinateurs présentent un défaut de type 2 ; parmi ces derniers 25 :% présentent aussi un défaut de type 1.

1. Calculer la part, en pourcentage, des ordinateurs qui présentent les deux types de défauts.

2. Recopier et compléter le tableau suivant :

	présente un défaut de type 1	ne présente pas un défaut de type 1	Total
présente un défaut de type 2			
ne présente pas un défaut de type 2			
Total			900

Dans la suite, on donnera les différentes probabilités sors forme de fractions irréductibles.

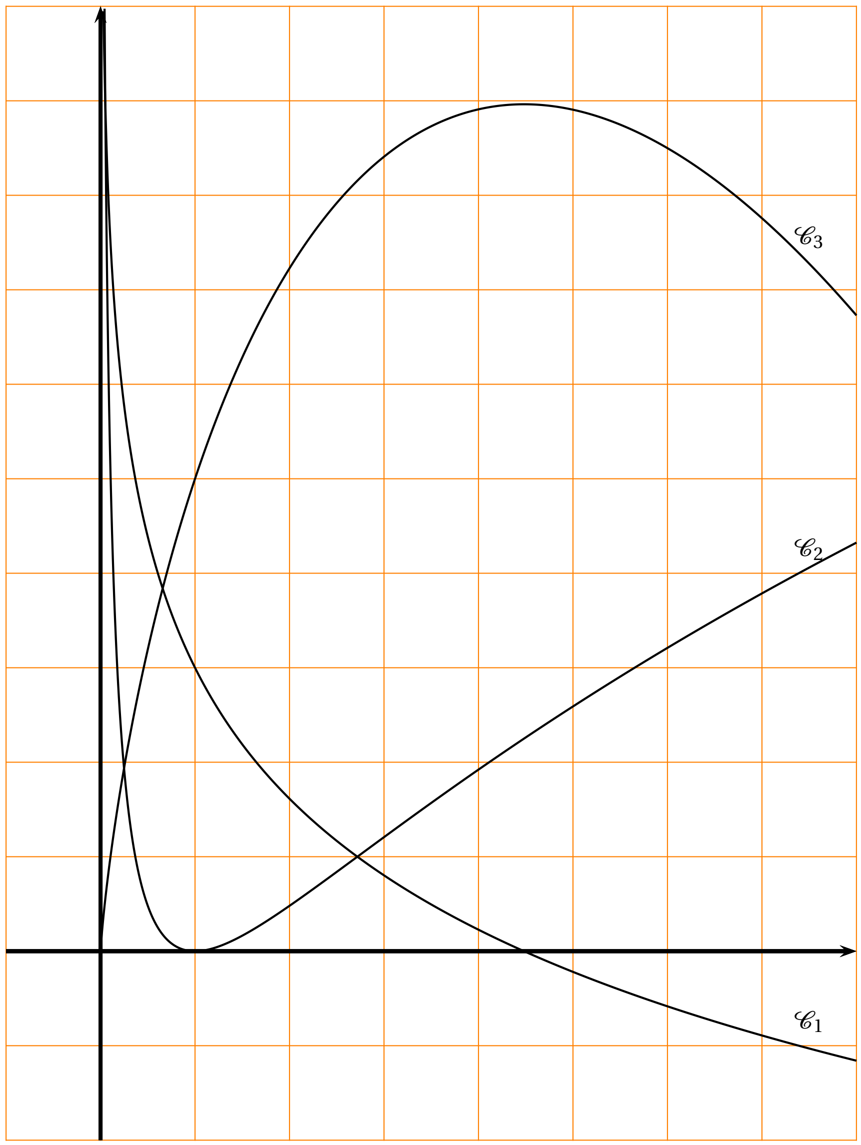
3. On choisit un ordinateur au hasard. Calculer la probabilité des évènements suivants :

- A « l'ordinateur présente un défaut de type 1 »
- B « L'ordinateur présente un défaut de type 2 »
- C « L'ordinateur présente un défaut de type 1 et un défaut de type 2. »
- D « L'ordinateur est défectueux ».

4. Déterminer les probabilités suivantes $p_{\text{D}}(\text{A})$ et $p_{\text{A}}(\text{D})$.

EXERCICE 2

Le but de ce problème est d'associer les courbes ci-dessous à certaines fonctions puis de les exploiter. Le document sera complété au fil des questions. L'intervalle d'étude est $[0\,;\,8]$.
Dans le repère orthonormal $\left(\text{O}\,;\,\vec{\imath},\,\vec{\jmath}\right)$ proposé, l'unité graphique est 1,5 cm. On donne les représentations graphiques de trois fonctions f, g et h.



Partie A

On sait que :

- la fonction f est définie sur l'intervalle $]0\,;\,8]$ par : $f(x) = (\ln x)^2$
- la fonction g est définie sur l'intervalle $]0\,;\,8]$ par : $g(x) = 3 - 2\ln x$;
- la fonction h est définie sur l'intervalle $]0\,;\,8]$ par : $h(x) = 5x - 2x\ln x$.

1. **a.** On désigne par f' et g' les fonctions dérivées respectives de f et de g sur l'intervalle $]0\,;\,8]$. Déterminer $f'(x)$ et $g'(x)$ pour x appartenant à l'intervalle $]0\,;\,8]$.

   b. Étudier les signes respectifs de $f'(x)$ et $g'(x)$ pour x appartenant à $]0\,;\,8]$.

   c. En déduire les variations respectives de f et de g sur $]0\,;\,8]$.

   d. Calculer $h(1)$.

2. Déduire des informations obtenues à la question 1, à quelle fonction(f, g ou h) on associe chacune des courbes $\mathscr{C}_1$, $\mathscr{C}_2$ et $\mathscr{C}_3$ de l'annexe.

3. Donner l'équation réduite de la tangente à la courbe $\mathscr{C}_1$ au point d'abscisse 2.
   Tracer cette droite sur le graphique fourni en annexe.

Partie B

1. Montrer que l'équation $f(x) = g(x)$ équivaut à :

$$(\ln x + 3) \times (\ln x - 1) = 0.$$

2. Résoudre l'équation $f(x) = g(x)$.
3. Interpréter graphiquement le résultat de la question 2.

Baccalauréat STT A.C.C. – A.C.A.
Métropole juin 2005

EXERCICE 1

Monsieur Dupré, PDG d'une société fabriquant du mobilier urbain, s'intéresse au coût unitaire de production, en euros, ainsi qu'au bénéfice réalisé pendant une semaine.
On considère qu'il fabrique par semaine x lots de mobilier urbain où x est un entier compris entre 0 et 100.

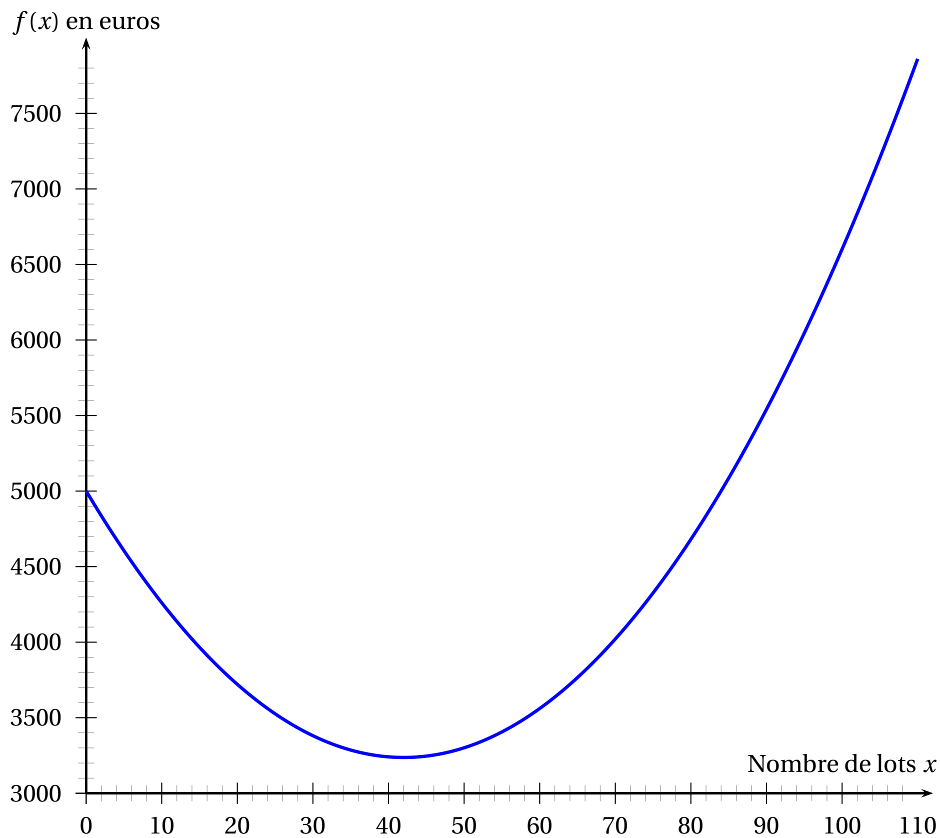
Partie A

La courbe donnée en annexe 1 représente le coût unitaire de production $f(x)$ en fonction du nombre x de lots fabriqués.
On fera figurer sur le graphique tous les tracés utiles.

1. Déterminer graphiquement le coût unitaire de production lorsque Monsieur Dupré fabrique 70 lots.
   Quelle autre quantité de lots fabriqués donne le même coût unitaire de production ?
2. Déterminer graphiquement la quantité de lots que l'entreprise doit produire pour que le coût unitaire soit minimal et préciser la valeur de ce coût.
3. On admet que $f(x)$ a pour expression $f(x) = x^2 + bx + 5000$.
   Déterminer le réel b sachant que le coût unitaire pour 100 lots est de 6 600 euros.

Partie B

1. Montrer que le coût de production $C(x)$ pour x lots produits est
$$C(x) = x^3 - 84x^2 + 5000x.$$
2. Chaque lot étant vendu 5 000 euros, justifier que le bénéfice, exprimé en euros, réalisé lorsque l'entreprise produit et vend x lots est donné par la fonction B définie par :
$$B(x) = -x^3 + 84x^2.$$
3. Vérifier que $B(x) = x^2(84 - x)$ et en déduire les valeurs de x pour lesquelles $B(x)$ est strictement négatif.
   Que va en déduire Monsieur Dupré pour sa production ?
4. **a.** Déterminer $B'(x)$ où B' désigne la fonction dérivée de la fonction B, puis montrer que $B'(x) = 3x(56 - x)$.
   b. Étudier le signe de $B'(x)$ pour tout x élément de $[0 ; 100]$ et dresser le tableau de variations de B sur $[0 ; 100]$.
   c. En déduire le nombre x_M de lots que l'entreprise doit produire et vendre pour réaliser un bénéfice maximal. Calculer ce bénéfice maximal B_M.



EXERCICE 2

Le tableau suivant donne la répartition en 2005 des 270 employés de l'entreprise de Monsieur Dupré suivant leur sexe et leur salaire mensuel en milliers d'euros. Pour simplifier, les salaires ont été regroupés en classe.

Sexe \ Salaire S	$1 \leqslant S < 2$	$2 \leqslant S < 3$	$3 \leqslant S < 4$
Femme	150	40	30
Homme	10	20	20

1. **a.** On considère au hasard une employée travaillant dans cette entreprise, toutes les employées ayant la même probabilité d'être choisies.

Quelle est la probabilité qu'elle ait un salaire compris entre 3 000 et 4 000 euros ? On arrondira le résultat au centième.

b. On considère un salarié de cette entreprise disposant d'un salaire supérieur ou égal à 3 000 euros. Quelle est la probabilité que ce salarié soit une femme ?

2. Pour les calculs de moyennes on prendra les centres des classes.

a. Vérifier que le salaire moyen des femmes est 1 955 euros (à un euro près).

b. Calculer (à un euro près) le salaire moyen des hommes et le salaire moyen dans l'entreprise.

3. On considère maintenant l'entreprise de Monsieur Duchamp.

Le tableau suivant donne la répartition en 2005 des 270 employés de l'entreprise de Monsieur Duchamp suivant leur sexe et leur salaire mensuel en milliers d'euros. Pour simplifier, les salaires ont été regroupés en classe.

Sexe \ Salaire S	$1 \leqslant S < 2$	$2 \leqslant S < 3$	$3 \leqslant S < 4$
Femme	15	3	2
Homme	130	70	50

a. Calculer la proportion (en pourcentage) des femmes dans chaque entreprise.

b. Les salaires moyens de l'entreprise de Monsieur Duchamp ont été calculés (il est inutile de les vérifier) :

- Le salaire moyen des femmes est 1 850 euros.
- Le salaire moyen des hommes est 2 180 euros.
- Le salaire moyen dans l'entreprise est 2 156 euros.

Monsieur Duchamp déclare à Monsieur Dupré : « En moyenne, mes salariés sont mieux payés que les vôtres ».

Monsieur Dupré répond : « Je ne suis pas d'accord. Dans mon entreprise, les femmes sont mieux payées que dans la vôtre et les hommes aussi sont mieux payés ».

Ces deux déclarations sont-elles exactes ? Justifier.

c. Comment peut s'expliquer le fait que ces deux déclarations semblent contradictoires ?

∽ Baccalauréat STT ACA - ACC La Réunion ∾ juin 2005

EXERCICE 1 **9 points**

Dans une entreprise de nettoyage industriel créée voici quatre ans, on a relevé l'ancienneté des 120 techniciens et techniciennes de surface y travaillant :

Ancienneté en mois	Nombre
[0 ; 6]	37
[6 ; 12]	23
[12 ; 24]	19
[24 ; 36]	6
[36 ; 48]	35

1. En considérant les intervalles d'ancienneté comme étant les classes d'une série statistique à une variable et le nombre d'employés comme étant leurs effectifs correspondants.

a. Calculer les centres de ces classes.

b. Calculer l'ancienneté moyenne en mois de ces 120 employés.

Dans toute la suite de cet exercice, les probabilités seront données à 10^{-2} *près.*

2. Un (ou une) employé(e) est choisi(e) au hasard.
Quelle est la probabilité qu'il ou qu'elle ait une ancienneté inférieure à un an ?

3. Chacune de ces 120 personnes a un contrat de travail.
Dans cette entreprise on rencontre 3 types de contrat de travail différents :
Le Contrat à Durée Déterminée (C. D. D)
Le Contrat à Durée Indéterminée à mi-temps (C. D. I./M. T.)
Le Contrat à Durée Indéterminee à temps complet (C. D. I./T. C.)
Les C. D. D. représentent 30 % de l'effectif total et 75 % des C. D. D. sont à des femmes.
Les C. D. I/T. C. représentent la moitié de l'effectif total et 60 % des C. D. I./T. C. sont à des hommes
Un seul homme a un C. D. I./M. T.

a. Recopier et compléter le tableau suivant

	C. D. D.	C. D. I./M. T.	C. D. I./T. C.	Total
Hommes				
Femmes				
Total				120

b. On choisit au hasard une personne parmi ces 120 employés.
On considère les évènements suivants :
A : « La personne a un C. D. D. » ;
B : « La personne est une femme » ;
C : « La personne a un C. D. D. ou est une femme ».
Calculer la probabilité de chacun des évènements A, B et C.

4. a. Parmi les hommes, quelle est la probabilité d'en choisir un ayant un C. D. I./T. C. ?

b. Parmi les femmes, quelle est la probabilité d'en choisir une ayant un C. D. I./T. C. ?

c. Que remarque-t-on ?

EXERCICE 2 **11 points**

Partie A

Pour participer à la finale du jeu « Super Game », organisée par un magasin de jeu vidéo, deux enfants, Ulysse et Victor, s'entraînent chaque jour, pendant les vacances. Pour être sélectionné, un joueur doit obtenir un minimum de 2 000 points avant la date de la finale et contacter l'organisateur qui l'inscrit alors sur la liste des participants au concours.
Le premier jour de son « entraînement », Ulysse, féru de jeu vidéo, obtient un très bon score de 1 500 points.
Victor, qui est plus jeune, marque 1 000 points. Au fur et à mesure des jours, Ulysse remarque que, quotidiennement, son score progresse de 3 % alors que celui de Victor augmente de 70 points.
On note u_0 et v_0 les scores obtenus respectivement par Ulysse et Victor le premier jour de leur entraînement, soit le 30 juin (on a donc $u_0 = 1500$ et $v_0 = 1000$).
De même, u_n et v_n correspondront aux scores obtenus le n juillet.

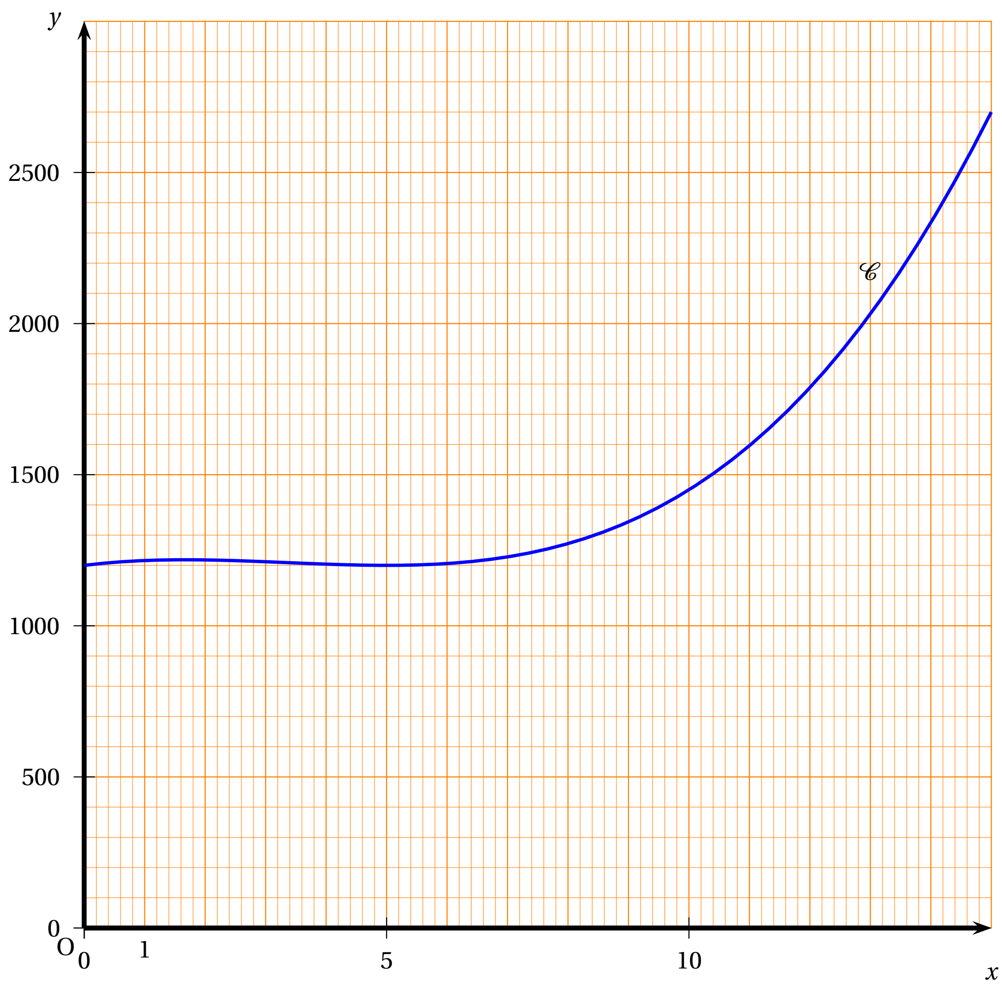
1. Calculer u_1, u_2 et u_3 en arrondissant le score au point supérieur.
2. Calculer v_1, v_2 et v_3.
3. Quelle est la nature de chacune des suites (u_n) et (v_n) ? Justifier.
4. La finale a lieu le 14 juillet. Qui sera sélectionné pour y participer ? Justifier la réponse par un calcul.
5. À l'aide de la calculatrice, pour chacun des enfants, déterminer la date à laquelle il aura atteint le score fatidique des 2 000 points.

Partie B

On considère la fonction f définie sur $[0 ; 15]$ par

$$f(x) = x^3 - 10x^2 + 25x + 1200.$$

1. **a.** On note f' la dérivée de la fonction f sur $[0 ; 15]$. Déterminer $f'(x)$.
   b. Montrer que $f'(x) = (3x - 5)(x - 5)$.
   c. Étudier le signe de f' et dresser le tableau de variations de la fonction f sur $[0 ; 15]$.
2. La courbe $\mathscr{C}$ jointe en annexe est la représentation graphique de la fonction f précédente.
   À l'aide de cette courbe, résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 2000$.
   On fera apparaître sur l'annexe, que l'on joindra à la copie, le tracé utilisé.
3. Un troisième joueur, Fabrice, s'est également entraîné à partir du 30 juin pour la finale du jeu « Super Game ». La fonction précédente correspond aux points obtenus par Fabrice, où x représente le nombre de jours écoulés depuis le 30 juin.
   a. Que représente $f(0)$?
   b. Utiliser le résultat de la **question 2.** pour déterminer si ce joueur sera sélectionné pour la finale du 14 juillet. À quelle date ?
   Qui, entre Ulysse, Victor et Fabrice sera sélectionné le premier ?



ANNEXE EXERCICE 2 Partie B

Baccalauréat STT ACC - ACA Polynésie
10 juin 2005

Coefficient 2 Durée 2 heures

La calculatrice est autorisée.

EXERCICE 1 **8 points**

Un disquaire propose dans un de ses rayons un choix entre 1 365 disques de catégories Rap, Soul ou Métal. Certains sont en langue française, les autres en langue anglaise.

- Les 259 disques de Rap français représentent 35 % des disques de langue française.
- 12 % des disques anglais sont des disques de catégorie Soul.
- On dénombre 214 disques français dans la catégorie Métal.
- Dans la catégorie Métal, on compte deux fois plus de disques en anglais qu'en français.

1. **a.** Montrer que le nombre de disques de langue française est 740.

b. Reproduire puis compléter le tableau suivant :

	Nombre de disques de catégorie Métal	Nombre de disques de catégorie Soul	Nombre de disques de catégorie Rap	Totaux
Nombre de disques en français	214		259	
Nombre de disques en anglais				
Totaux				1 365

Les probabilités demandées dans les questions suivantes seront données sous forme décimale arrondie au centième.

2. M. Martin désire offrir un disque pour l'anniversaire de son petit-fils. Pour cela il choisit un disque au hasard dans le rayon précédent du disquaire.

On appelle A et B les évènements suivants :

A : « Le disque choisi est de catégorie Rap »,

B : « Le disque choisi est en langue anglaise ».

a. Calculer la probabilité de l'évènement A, notée $p(\text{A})$.
Calculer ensuite la probabilité de l'évènement B, notée $p(\text{B})$.

b. Définir, à l'aide d'une phrase, l'évènement $\text{A} \cup \text{B}$.
Calculer la probabilité de cet évènement.

c. Déduire des questions précédentes la probabilité de l'évènement $\text{A} \cap \text{B}$.

3. M. Martin décide de choisir un disque parmi ceux de langue anglaise.
Quelle est alors la probabilité, notée $p(\text{C})$, de l'évènement C : « Le disque choisi est de catégorie Métal » ?

EXERCICE 2 **12 points**

Une entreprise fabrique et commercialise des appareils. On suppose que cette entreprise est capable de répondre â la demande des consommateurs. Le prix de vente d'un appareil, exprimé en milliers d'euros, est noté x.

Le nombre d'appareils demandés par les consommateurs et vendus peut être exprimé, en fonction du prix de vente unitaire x, par

$$d(x) = -40x + 220$$

pour x appartenant à l'intervalle $[1\,;\,5]$.

1. Calculer le nombre d'appareils vendus si le prix de vente unitaire est fixé à 1,2 millier d'euros.
Quel est alors le chiffre d'affaires réalisé (en milliers d'euros) ?
Remarque le chiffre d'affaires est le produit du nombre d'appareils vendus par le prix de vente unitaire.

2. On note $f(x)$ le chiffre d'affaires réalisé, en milliers d'euros, lorsque les appareils sont vendus au prix unitaire x.

a. Montrer, que pour tout x élément de l'intervalle $[1\,;\,5]$,
$f(x) = -40x^2 + 220x$.

b. Calculer $f'(x)$ où f' désigne la dérivée de la fonction f.

c. Étudier le signe de $f'(x)$.
En déduire le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[1\,;\,5]$.

d. Reproduire et compléter le tableau de valeurs suivant :

x	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
$f(x)$									

e. Représenter graphiquement la fonction f dans un repère orthogonal du plan.
Unités graphiques : axe des abscisses : 1 cm pour 0,5 millier d'euros ;
axe des ordonnées : 1 cm pour 20 milliers d'euros.

f. Pour quel prix de vente unitaire le chiffre d'affaires est-il maximal ?
Quel est, en millier d'euros, le montant de ce chiffre d'affaires maximal ?

3. Pour la fabrication de ces appareils, les coûts fixes s'élèvent à 75 milliers d'euros.
De plus, la fabrication de chaque appareil revient à 2 milliers d'euros.
On note $c(x)$ le coût total de fabrication des appareils vendus, (en milliers d'euros), pour un prix unitaire x (en milliers d'euros).

a. Montrer que $c(x) = 75 + 2d(x)$. En déduire que $c(x) = -80x + 515$.

b. Représenter graphiquement la fonction c dans le repère précédent. (On indiquera les coordonnées des points utilisés pour le tracé)

4. À l'aide du graphique, et en justifiant la réponse, déterminer l'ensemble des valeurs de x pour lesquelles l'entreprise réalise un bénéfice (valeurs arrondies à 0,1 millier d'euros).

Durée : 4 heures

Baccalauréat STT ACA-ACC Métropole–La Réunion septembre 2005

EXERCICE 1 **8 points**

Le tableau ci-dessous donne la CSP (catégorie socioprofessionnelle) de 6 022 fils en fonction de celle de leurs pères. Par exemple, on peut lire, **3** fils dont le père appartient à la CSP « Cadre supérieur et profession libérale » sont « Agriculteurs » d'autre part, **1 911** fils sont ouvriers.

		CSP du fils						
		Agriculteur	Artisan, commerçant, chef d'entreprise	Cadre supérieur et profession libérale	Profession intermédiaire	Employé	Ouvrier	Ensemble
CSP du père	Agriculteur	258	81	108	153	84	365	1049
	Artisan, commerçant, chef d'entreprise	14	246	180	168	56	167	831
	Cadre supérieur et profession libérale	3	54	266	104	42	34	503
	Profession intermédiaire	5	56	225	190	61	97	634
	Employé	1	49	148	215	74	180	667
	Ouvrier	19	204	228	568	251	1 068	2 338
	Ensemble	300	690	1 155	1 398	568	1 911	6 022

D'après source INSEE.

On exprimera les probabilités sous la forme d'un nombre décimal arrondi au centième.
Les deux parties sont indépendantes

Partie A

1. On choisit un fils au hasard parmi les 6 022. Chaque fils a la même probabilité d'être choisi.
   a. Quel est le nombre de fils agriculteurs dont le père est agriculteur ?
   b. Vérifier que le nombre de fils appartenant à la même CSP que le père est 2 102.
   En déduire la probabilité P_1 que la CSP du fils soit la même que celle du père.
2. On choisit un fils dont le père est agriculteur. Chaque fils a la même probabilité d'être choisi.
   a. Quelle est la probabilité P_2 qu'il soit agriculteur ?
   b. Commenter le résultat $P_2 < P_1$.
3. On choisit un fils agriculteur. Chaque fils a la même probabilité d'être choisi.

a. Quelle est la probabilité P_3 que son père soit agriculteur ?

b. Commenter ce résultat.

Partie B

On choisit un fils au hasard parmi les 6 022. Chaque fils a la même probabilité d'être choisi.
On considère les deux évènements :
A : « La CSP de son père est Profession intermédiaire ».
B : « La CSP du fils est Cadre supérieur et profession libérale ».

1. Traduire par une phrase les évènements $A \cap B$ et $A \cup B$.
2. Calculer les probabilités $P(A)$, $P(B)$ et $P(A \cap B)$. En déduire le calcul de $P(A \cup B)$.

EXERCICE 2 **12 points**

Une entreprise fabrique mensuellement une quantité de 0 à 80 tonnes de produit chimique.
Le coût de la fabrication de x tonnes, exprimé en centaines d'euro, est donné par la fonction C définie par :

$$C(x) = 0,01x^3 - 1,05x^2 + 37x + 40.$$

Chaque tonne est vendue 19 centaines d'euro.

1. Calculer, en euro, le coût de fabrication, la recette et le bénéfice correspondant à 40 tonnes.
2. Calculer $C'(x)$ pour x compris entre 0 et 80 (où C' est la fonction dérivée de la fonction C) et vérifier que $C'(x) = 0,03\left[(x-35)^2 + \dfrac{25}{3}\right]$.
   En déduire que la fonction C est croissante sur $[0\,;80]$.
3. **a.** Reproduire et compléter le tableau suivant :

x	0	10	20	30	40	50	60	70	80
$C(x)$		315							

   b. La recette est exprimée en centaines d'euro par la fonction R définie par $R(x) = 19x$.
   Tracer la représentation graphique de C et de R dans un même repère orthogonal.
   Unité sur l'axe des abscisses : 2 cm pour 10 tonnes.
   Unité sur l'axe des ordonnées : 1 cm pour 100 centaines d'euro.
4. Déterminer graphiquement à partir de quelle quantité l'entreprise réalise un bénéfice. Justifier en faisant apparaître sur le graphique tous les tracés utiles.
5. **a.** Montrer que le bénéfice mensuel en centaines d'euro, est donné par la fonction B définie par :

$$B(x) = -0,01x^3 + 1,05x^2 - 18x - 40.$$

   b. Montrer que $B'(x) = (-0,03x + 0,3)(x-60)$ où B' est la fonction dérivée de la fonction B.

   c. À l'aide d'un tableau de signes, étudier le signe de $B(x)$ sur $[0\ ;\ 80]$.

   d. En déduire le tableau de variations de la fonction B sur $[0\,;80]$.
6. **a.** Déduire de la question précédente, le nombre de tonnes que doit vendre l'entreprise pour que son bénéfice mensuel soit maximal. Justifier.
   Que vaut alors ce bénéfice en euro ?

   b. Comment retrouver ces deux résultats par lecture graphique ? Justifier la réponse en faisant apparaître sur le graphique tous les tracés utiles.

Baccalauréat STT ACA – ACC Antilles-Guyane
septembre 2005

EXERCICE 1

À l'occasion de la naissance de leur petit-fils, des grands-parents font un placement à intérêts composés sur un livret d'épargne. Le 1er janvier 2005, une somme de 3 000 euros est déposée. Le taux d'intérêt est de 2,5 % l'an.
Cette somme reste sur le livret d'épargne pendant de nombreuses années et on suppose que le taux d'intérêt reste fixe au cours des années.
On appelle C_0 le capital initial au 1er janvier 2005. Nous avons alors $C_0 = 3\,000$.

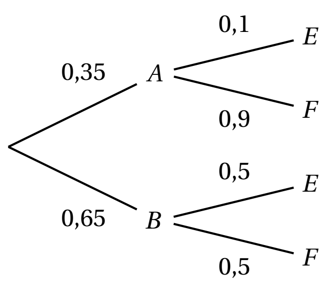
1. Calculer C_1 et C_2. On arrondira C_2 au centime d'euro près.
2. Exprimer le capital C_n acquis le 1er janvier de l'année $(2005 + n)$ en fonction de C_0 et de n.
3. Calculer au bout de combien d'année la partir fille disposera d'au moins 5 000 euros (on sera amené à résoudre une inéquation).

EXERCICE 2

Les arbres ci-dessous représentent des situations probabilistiques. Les nombres indiqués sur les différentes flèches sont des probabilités, et en deuxième niveau des probabilités conditionnelles. Ainsi pour l'arbre donné dans la question **1.** :
$p(A) = 0,35$ et $p_A(E) = 0,1$.

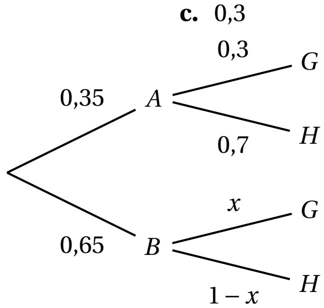
1. La probabilité de l'évènement E est égale à :

   a. 0,5 **b.** 0,1 **c.** 0,6 **d.** 0,36



2. Les évènements A et G étant supposés indépendants, x est égal à :

   a. 0,35 **b.** 0,1 **c.** 0,3 **d.** 0,36



PROBLÈME

La société Purlain fabrique des costumes noirs et des costumes gris. Sa production mensuelle est de 500 pièces, dont 60 % sont des costumes noirs. La production est malheureusement ponctuée de quelques défauts : 5 % des costumes ont un défaut et 20 % des costumes avec défaut sont gris.

1. Reproduire, puis compléter le tableau suivant :

	Costumes noirs	Costumes gris	Totaux
Costumes sans défaut			475
Costumes avec défaut		5	25
Totaux	300	200	500

2. L'entreprise souhaite augmenter sa production et étudie l'intérêt d'acheter de nouvelles machines.

On admettra que, si x est le nombre de costumes prévus dans la fabrication, le nombre de costumes obtenus avec défaut est donné approximativement par :

$$f(x) = 0{,}000\,2x^2 - 0{,}18x + 65,$$

avec x entier de l'intervalle $[500\,;\,1\,500]$.

3. **a.** Calculer $f'(x)$, ou f' désigne la fonction dérivée de f.

b. Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[500\,;\,1\,500]$, puis construire le tableau de variation de f.

4. Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant :

x	500	600	700	900	1 100	1 300	1 400	1 500
$f(x)$								

5. Tracer la courbe représentative de la fonction f dans le plan rapporté à un repère orthogonal.

On prendra pour unités graphiques : 1 cm pour 100 costumes en abscisse en commençant la graduation à 500, et 1 cm pour 20 costumes en ordonnée en commençant à 0.

6. L'entreprise considère que sa fabrication sera jugée valable si le pourcentage de costumes avec défaut n'excède pas 10 % de la production totale.

a. Justifier que le problème se ramène à la résolution de l'inéquation $f(x) \leqslant 0,1x$.

b. Tracer la droite d'équation $y = 0,1x$ dans le repère précédent, puis conclure à l'aide du graphique en faisant apparaître tous les tracés utiles.

Durée : 2 heures

Baccalauréat STT ACA – ACC Polynésie septembre 2005

EXERCICE 1 **12 points**

Les parties A et B sont indépendantes.

Partie A :

Au cours de six années consécutives, on a relevé le chiffre d'affaires d'une entreprise, exprimé en milliers d'euros :

Année	1998	1999	2000	2001	2002	2003
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6
Chiffre d'affaires y_i	115	133	150	167	180	200

1. Représenter, dans un repère orthogonal, le nuage de points M_i, de coordonnées $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ correspondant à cette série statistique. On prendra :
   — sur l'axe des abscisses, 2 cm pour une année,
   — sur l'axe des ordonnées, 1 cm pour 10 milliers d'euros. On commencera la graduation à 100 milliers d'euros.
2. Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage de points obtenu.
3. **a.** Déterminer une équation de la droite passant par les points M_1 et M_6.
   b. Montrer par le calcul que la droite (M_1M_6) passe par le point G.
4. On prend la droite (M_1M_6) comme droite d'ajustement.
   Déterminer par le calcul une prévision du chiffre d'affaires pour 2005. Vérifier ce résultat graphiquement en faisant apparaître les traits de constructions nécessaires.

Partie B :

Afin de mieux connaître sa clientèle, une station de sports d'hiver a effectué une enquête auprès de 250 skieurs.

1. Reproduire et compléter le tableau ci-dessous présentant la synthèse des réponses au sondage sachant que :
   - deux tiers des personnes qui viennent tous les week-ends possèdent leur matériel;
   - la moitié des personnes venant deux semaines par an possèdent également leur matériel;
   - 44 % des personnes interrogées louent sur place.

	Possède son matériel	Loue sur place	Loue ailleurs	Total
Vient 1 semaine par an	25			
Vient tous les week-ends			5	30
Vient 2 semaines par an		30		100
Total			45	250

2. On choisit au hasard un client parmi les 250 personnes interrogées, toutes ayant la même chance d'être choisies. On considère les évènements suivants :
   A « la personne vient aux sports d'hiver 2 semaines par an »,
   B « la personne loue son matériel sur place ».

a. Calculer les probabilités $p(\text{A})$ et $p(\text{B})$ des évènements A et B.

b. Calculer la probabilité $p(\text{A} \cap \text{B})$, puis en déduire la probabilité $p(\text{A} \cup \text{B})$.

Cette feuille est à rendre avec la copie

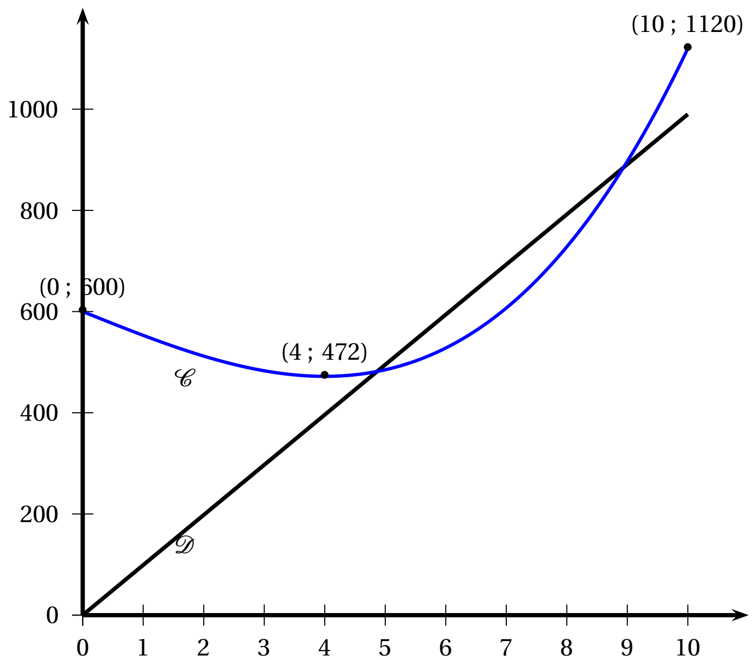
EXERCICE 2 — 8 points

Partie A :

La courbe $\mathscr{C}$ donnée ci-dessous, est la représentation graphique de la fonction f définie sur l'intervalle $[0 ; 10]$ par :

$$f(x) = x^3 - 48x + 600$$

dans un repère orthogonal dont la graduation est précisée sur les axes. La droite $\mathscr{D}$ a pour équation $y = 99x$.



Répondre par vrai ou faux aux questions suivantes (aucune justification n'est demandée et on inscrira V ou F dans chaque case)

☐	f est monotone sur $[0 ; 10]$	☐	$f'(x) > 0$ pour $x \in [0 ; 4[$
☐	$f'(x) = 3x^2 - 48$	☐	$f'(x) = 3(x-4)(x+4)$
☐	f'(4) = 0	☐	f a un minimum pour $x = 4$
☐	Pour tout $x \in [0 ; 10]$, $f(x) \geqslant 472$	☐	Pour tout $x \in [0 ; 10]$, $600 \leqslant f(x) \leqslant 1\,120$
☐	L'équation $f(x) = 99x$ admet deux solutions dans l'intervalle $[4 ; 10]$	☐	$f(x) < 99x$ pour $x \in]4 ; 9[$

Partie B :

Une entreprise produit des crayons de couleur en quantité journalière q (exprimée en milliers). Lorsque la quantité q est comprise entre 4 et 10, on admet que le coût de production journalier, exprimé en euro, est donné par :

$$C(q) = q^3 - 48q + 600.$$

L'entreprise vend chaque millier de crayons 99 euros, ce qui donne une recette journalière :

$$R(q) = 99q.$$

1. Montrer que le bénéfice journalier $B(q)$, exprimé en euros, est donné par :

$$B(q) = -q^3 + 147q - 600 \text{ avec } q \in [4\ ;\ 10].$$

2. Calculer $B'(q)$ où B' désigne la dérivée de la fonction B.
Vérifier que $B'(q) = -3(q-7)(q+7)$.

3. Étudier le signe de $B'(q)$ sur l'intervalle $[4\,;\,10]$. Dresser le tableau de variations de la fonction B.

4. En déduire le nombre de milliers de crayons à produire quotidiennement pour obtenir un bénéfice maximal. Quel est alors ce bénéfice maximal ?

∽ Baccalauréat STT ACC–ACA Nouvelle–Calédonie ∾ novembre 2005

EXERCICE 1 **8 points**

Le montant du PIB (Produit Intérieur Brut) par habitant de l'Union Européenne, exprimé en milliers de dollars, des années 1994 à 1999 est donné par le tableau suivant :

Année	1994	1995	1996	1997	1998	1999
Rang x_i	1	2	3	4	5	6
PIB par habitant y_i	18,3	19,4	20	20,6	21,5	22,5

(Source Alternatives Économiques – HS n° 50 – 4^e^ trimestre 2001)

1. Représenter, dans un repère orthogonal, le nuage de points de coordonnées $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ pour $1 \leqslant i \leqslant 6$.
   Unités graphiques :
   - axe des abscisses : 1 cm pour une unité ;
   - axe des ordonnées : 1 cm pour mille dollars en commençant la graduation à 10 000 dollars.
2. **a.** Déterminer les coordonnées du point moyen G de ce nuage.
   L'ordonnée de G sera arrondie au centième.
   b. On prend comme droite d'ajustement la droite $\mathcal{D}$ passant par G et de coefficient directeur $0,8$. Tracer la droite $\mathcal{D}$ dans le repère ci-dessus. En donner une équation.
3. **a.** Lire graphiquement l'année à partir de laquelle le PIB par habitant de l'Union Européenne dépassera 25 000 dollars. Justifier la réponse en faisant apparaître tous les tracés utiles sur le graphique.
   b. En utilisant l'ajustement affine obtenu en **2. b.**, calculer le PIB par habitant de l'Union Européenne en 2000 puis en 2003.
4. En 2003, le PIB par habitant de l'Union Européenne était de 23 052 dollars. (Sources : Alternatives économiques).
   Calculer, en pourcentage, l'erreur commise en adoptant l'estimation obtenue au **3 b**.

EXERCICE 2 **12 points**

Partie A :

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;20]$ par :

$$f(x) = -x^3 + 24x^2 - 84x - 100.$$

1. **a.** Calculer $f'(x)$ où f' désigne la dérivée de la fonction f.
   Vérifier que $f'(x) = -3(x-2)(x-14)$.
   b. Étudier le signe de $f'(x)$ à l'aide d'un tableau de signes.
   c. En déduire le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;20]$.
2. Reproduire et compléter le tableau de valeurs suivant :

x	0	1	1	3	5	6	10	12	14	16	19	20
$f(x)$		-161		-163		44					109	

3. Construire la courbe représentative $\mathscr{C}$ de la fonction f dans un repère orthogonal d'unités graphiques : 1 cm pour 2 unités en abscisse et 1 cm pour 100 unités en ordonnée.

Partie B :

Une entreprise de maroquinerie fabrique des sacs. Les coûts journaliers de fabrication sont de deux types :

- des charges fixes d'un montant de 100 euros.
- des charges de fabrication qui dépendent du nombre de sacs fabriqués ; ces charges s'élèvent à $n^2 - 24n + 194$ euros par sac fabriqué lorsque la production journalière est de n sacs.

1. Déterminer le coût total $C(n)$ exprimé en euros, de fabrication journalière de n sacs.

2. Chaque sac est vendu 110 euros. Déterminer la recette totale $R(n)$ exprimée en euros, pour la vente journalière de n sacs.

3. Exprimer le bénéfice $B(n)$ réalisé lors de la vente journalière de n sacs.

4. En utilisant les résultats de la première partie, déterminer le nombre de sacs que l'entreprise doit produire en une journée :

  a. Pour réaliser un bénéfice positif ;

  b. Pour réaliser un bénéfice maximum.
  À combien s'élève alors le bénéfice réalisé ?

Baccalauréat STT CG-IG Pondichéry
31 mars 2005

La calculatrice est autorisée.

EXERCICE 1 **5 points**

Les deux parties sont indépendantes

Partie A

On répondra sur la copie par VRAI ou FAUX aux affirmations suivantes, en notant le numéro de la question.
On ne demande pas de justification.
Barème :
$0,5$ *point par réponse juste et* $-0,25$ *par réponse inexacte. En cas de total négatif, celui-ci est ramené à* 0.

1. L'équation $(\ln x)^2 + \ln x = 4$ n'admet pas de solution dans l'intervalle $]0~;~+\infty[$.
2. $\ln\left(2^2\right) + \ln\sqrt{2} - \ln 16 = -\dfrac{3}{2}\ln 2$.
3. L'inéquation $1 - \ln x \geqslant 0$ admet pour ensemble de solutions l'intervalle
$[\text{e}~;~+\infty[$.

Partie B

À l'occasion de la naissance de leur petite-fille des grands-parents font un placement à intérêts composés sur un livret d'épargne. Le 1er janvier 2005 une somme de 3 000 euros est déposée. Le taux d'intérêt est de $2,5\,\%$ l'an.
Cette somme reste sur le livret d'épargne pendant de nombreuses années et on suppose que le taux d'intérêt reste fixe au cours des années.
On appelle C_0 le capital initial au 1er janvier 2005. Nous avons alors $C_0 = 3\,000$.

1. Calculer C_1 et C_2. On arrondira C_2 au centime d'euros près.
2. Exprimer le capital C_n acquis le 1er janvier de l'année $(2005 + n)$ en fonction de C_0 et de n.
3. Calculer au bout de combien d'années la petite fille disposera d'au moins 5 000 euros. (On sera amené à résoudre une inéquation.)

EXERCICE 2 **5 points**

Lors d'une course cycliste comportant deux étapes, 200 coureurs sont engagés au départ. Dans ce peloton, 15 % des coureurs dont 10 Français ont moins de 25 ans et participent au classement du meilleurjeune. L'organisation constate que 80 % du peloton est formé de coureurs étrangers.

1. Reproduire puis compléter le tableau suivant :

	Jeunes coureurs de moins de 25 ans	Coureurs de 25 ans ou plus	Total
Coureurs français			
Coureurs étrangers			
Total			200

2. À l'arrivée de la course, le peloton est réduit à 147 unités dont 25 jeunes de moins de 25 ans. Pour comparer les performances des jeunes coureurs par rapport à l'ensemble du peloton, calculer :
   — Le taux en pourcentage des abandons des jeunes coureurs entre le départ de la première étape et l'arrivée de la course.
   — Le taux en pourcentage des abandons des coureurs de 25 ans ou plus entre le départ de la première étape et l'arrivée de la course.

   Les résultats seront arrondis à l'entier le plus proche.

   Conclure.

3. Dans le cadre de la lutte antidopage, un coureur est tiré au hasard à l'arrivée de la première étape pour passer un contrôle. Aucun abandon n'a été enregistré lors de la première étape.

   a. Quelle est la probabilité que le coureur contrôlé soit :
   Un jeune ? Un jeune Français ?

   b. Calculer la probabilité que le coureur contrôlé soit un coureur étranger ou un coureur de 25 ans ou plus.

   c. Le coureur contrôlé est tiré parmi les jeunes coureurs de moins de 25 ans. Quelle est la probabilité que ce coureur soit français ?

PROBLÈME **10 points**

Les parties B et C peuvent être traitées de manière indépendante.

Partie A

On étudie le taux d'équipement en micro-ordinateurs connectés à internet des ménages français. Les résultats de cette étude sont donnés dans le tableau ci-dessous :

Année	2000	2001	2002	2003	2004
Rang x_i	0	1	2	3	4
Taux y_i en pourcentage	10	17	25	32	40

1. Construire, dans un repère orthogonal, le nuage de points de coordonnées $(x_i\ ;\ y_i)$ associé à cette série statistique. On prendra 2 cm pour unité sur l'axe des abscisses et 2 cm pour 10 % sur l'axe des ordonnées. L'origine du repère sera prise dans le coin gauche de la feuille de papier millimétré.

2. Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage de points obtenu puis le placer sur le graphique. En raison de l'allure du nuage de points, nous décidons d'effectuer deux ajustements successifs en vue de faire des prévisions.

Partie B : ajustement affine

On choisit pour ajustement affine du nuage de points la droite Δ d'équation
$y = 7,4x + 10$.

1. Tracer la droite Δ dans le repère précédent.

2. Montrer par le calcul que le point moyen G appartient à la droite Δ.

3. **a.** Évaluer graphiquement, en faisant apparaître tous les tracés utiles, l'année à partir de laquelle au moins 75 % des ménages seront équipés en micro-ordinateurs connectés à internet.

   b. Retrouver ce résultat par le calcul, en utilisant l'équation de la droite Δ.

Partie C : ajustement logistique

On choisit pour ajustement du nuage de points la courbe représentant sur le graphique précédent la fonction f définie sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{10}{0,1 + \text{e}^{-0,5x}}$$

1. Calculer la limite de f en $+\infty$. Interpréter graphiquement ce résultat.

2. Soit f' la fonction dérivée de f sur $[0~;~+\infty[$.

a. Montrer que $f'(x) = \dfrac{5\text{e}^{-0,5x}}{\left(0,1 + \text{e}^{-0,5x}\right)^2}$.

b. Déterminer le signe de f' sur $[0~;~+\infty[$ puis dresser le tableau des variations de f.

3. **a.** Après l'avoir recopié, compléter le tableau de valeurs ci-dessous en donnant les valeurs arrondies à 0,1 près.

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	5	6	7
$f(x)$												

b. Tracer la courbe représentative $\mathcal{C}$ de f sur le graphique précédent.

4. **a.** Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geqslant 75$.

b. On rappelle que, pour x entier représentant le rang de l'année, $f(x)$ représente le taux en pourcentage d'équipement en micro-ordinateurs connectés à internet des ménages français.

Interpréter le résultat du **4. a.**

Baccalauréat STT CG - IG Antilles juin 2005

Coefficient 2 Durée 2 heures

La calculatrice est autorisée.

EXERCICE 1 **5 points**

Pour chaque question, une seule des trois propositions est exacte.
Le candidat indiquera sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondante à la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.
Une réponse exacte rapporte 1 *point ; une réponse inexacte enlève* 0,5 *point ; l'absence de réponse est comptée* 0 *point.*
Si le total est négatif la note est ramenée à 0.

1. A et B désignent deux évènements associés à une expérience aléatoire.
   On sait que $p(A) = 0,25$, $p(B) = 0,6$ et $p(A \cup B) = 0,7$.
   $p(A \cap B)$ est alors égale à :

   A. 0,35 B. 0,85 C. 0,15

2. Si le prix d'un article passe de 10 € à 20 € le prix de cet article a augmenté de :

   A. 50 % B. 100 % C. 10 %

3. La suite (u_n) est une suite géométrique de raison $0,5$ et de premier terme $u_1 = 10$.
   Alors u_1 est égal à :

   A. 1,25 B. 12 C. 0,625

4. Pour tout réel x strictement positif, $\ln x < 1$ équivaut à :

   A. $0 < x < \text{e}$ B. $x > 1$ C. $0 < x < 1$

5. Soit f la fonction définie sur $[0\,;\,+\infty[$ par $f(x) = x - 1 + \text{e}^{-x}$. Le coefficient directeur de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 1 est :

   A. $1 - \text{e}$ B. $1 + \text{e}$ C. $1 - \dfrac{1}{\text{e}}$

EXERCICE 2 **5 points**

Une médiathèque dispose de 1 500 titres différents. Chaque titre est présenté soit sur un support CD, soit sur un support DVD. Les 1 500 titres sont classés en trois catégories : les nouveautés qui datent de moins de 3 mois, les titres récents qui ont entre 3 mois et un an, les titres anciens qui datent de plus de un an.
De plus, parmi les 1 500 titres proposés, il y a :

- 10 % de nouveautés ;
- 25 %de DVD ;
- 10 % de DVD anciens ;
- 500 titres récents ;
- 70 % des nouveautés qui sont des CD.

1. Reproduire et compléter ce tableau d'effectifs :

	DVD	CD	Totaux
Nouveautés			
Titres récents			
Titres anciens			
Totaux			

Dans toute la suite de l'exercice toutes les probabilités seront données sous forme décimale arrondie à 10^{-2} *près.*

2. On choisit un titre au hasard dans la médiathèque.

a. Quelle est la probabilité des évènements suivants :
- E : « Ce titre est un titre récent » ;
- F : « Ce titre est un CD » ;
- G : « Ce titre est un CD récent » ;
- H : « Ce titre n'est pas une nouveauté » ?

b. Quelle est la probabilité de l'évènement : « Ce titre est un titre récent ou un CD » ?

3. Un titre est choisi au hasard parmi les anciens. Quelle est la probabilité que ce soit un DVD ?

PROBLÈME **10 points**

Partie A

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x + \frac{4}{1+\text{e}^x}.$$

On désigne par $\mathcal{C}$ la courbe représentative de f dans un repère orthonormal $\left(\text{O}\,;\,\vec{\imath},\,\vec{\jmath}\right)$ d'unité graphique 2 cm.

1. Déterminer les limites en $+\infty$ et $-\infty$ de la fonction f.

2. a. On désigne par f' la fonction dérivée de f.

Montrer que, pour tout réel x, $f'(x) = \left(\dfrac{1-\text{e}^x}{1+\text{e}^x}\right)^2$.

b. En déduire le sens de variations de f sur $\mathbb{R}$ et dresser le tableau de variations de f.

3. a. Montrer que la droite $\mathcal{D}$ d'équation $y = x$ est asymptote à $\mathcal{C}$ en $+\infty$.
Étudier la position de $\mathcal{C}$ par rapport à $\mathcal{D}$.

b. On admet que la droite $\mathcal{D}'$ d'équation $y = x+4$ est asymptote à $\mathcal{C}$ en $-\infty$.
Étudier la position de $\mathcal{C}$ par rapport à $\mathcal{D}'$.

c. Sur le graphique fourni en annexe, préciser les droites $\mathcal{D}$ et $\mathcal{D}'$ et tracer la courbe $\mathcal{C}$.

Partie B

1. Montrer que, pour tout réel x, $f'x) = x + 4 - \dfrac{4\text{e}^x}{1+\text{e}^x}$.

2. En déduire que la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par :

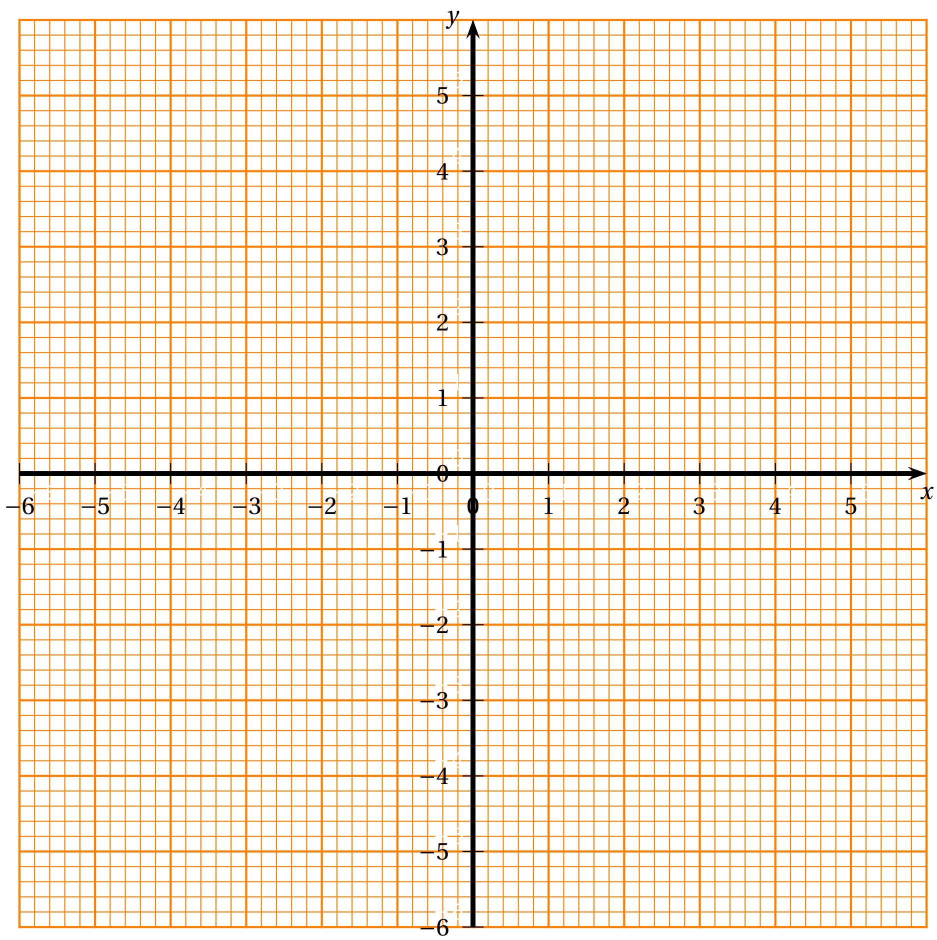
$$F(x) = \frac{x^2}{2} + 4x - 4\ln\left(1+\text{e}^x\right)$$

est une primitive sur $\mathbb{R}$ de f.

3. **a.** Calculer $f(-1)$. En déduire le signe de f sur l'intervalle $[-1 ; 1]$.

b. Calculer la valeur exacte de l'aire, en cm^2, du domaine du plan compris entre $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x = -1$ et $x = 1$.

ANNEXE



Baccalauréat STT C.G-I.G. Métropole juin 2005

EXERCICE 1

Dans un pays tropical, une région agricole compte 100 000 agriculteurs qui produisent soit du coton, soit du café, soit des fruits et légumes selon la répartition suivante :
• 42 % des agriculteurs produisent du coton ;
• 19 % produisent du café ;
• 39 % produisent des fruits et légumes.
De plus :
• 75 % des agriculteurs travaillent pour l'exportation, les autres pour la consommation locale ;
• 86 % des producteurs de coton et tous les producteurs de café travaillent pour l'exportation.

1. Recopier et compléter le tableau suivant :

Production / Destination	Coton	Café	Fruits, légumes	Total
Exportation				
Consommation locale				
Total				

Les probabilités seront données sous forme décimale, arrondies si nécessaire à 10^{-4}.

2. On choisit au hasard un agriculteur de cette région et on considère les évènements :
   C : « il produit du coton » ;
   E : « il travaille pour l'exportation ».
   a. Traduire par une phrase les évènements $C \cap E$, $C \cup E$ et $A = \overline{C \cup E}$.
   b. Calculer les probabilités $P(C)$, $P(E)$, $P(C \cap E)$, $P(C \cup E)$ et $P(A)$.
3. On choisit au hasard un agriculteur travaillant pour l'exportation.
   Quelle est la probabilité qu'il produise du café ?

EXERCICE 2

Le plan est muni d'un repère orthonormal $\left(O~;~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$.
On considère la figure représentée en annexe 1 et on appelle $\mathcal{D}$ la partie hachurée, bords compris.
On admettra que :
la droite (CD) a pour équation $y = 40 - x$, et que la droite (AD) a pour équation $y = -\dfrac{5}{3}x + 50$.
Une entreprise veut faire transporter par bateaux au moins 300 véhicules et 400 tonnes de matériel.
Le transporteur maritime auquel elle s'adresse dispose :
• de 30 bateaux de type A, susceptibles chacun de transporter 10 véhicules et 10 tonnes de matériel ;
• de 35 bateaux de type B, susceptibles chacun de transporter 6 véhicules et 10 tonnes de matériel.
On note x le nombre de bateaux de type A et y le nombre de bateaux de type B à affréter pour effectuer ce transport.

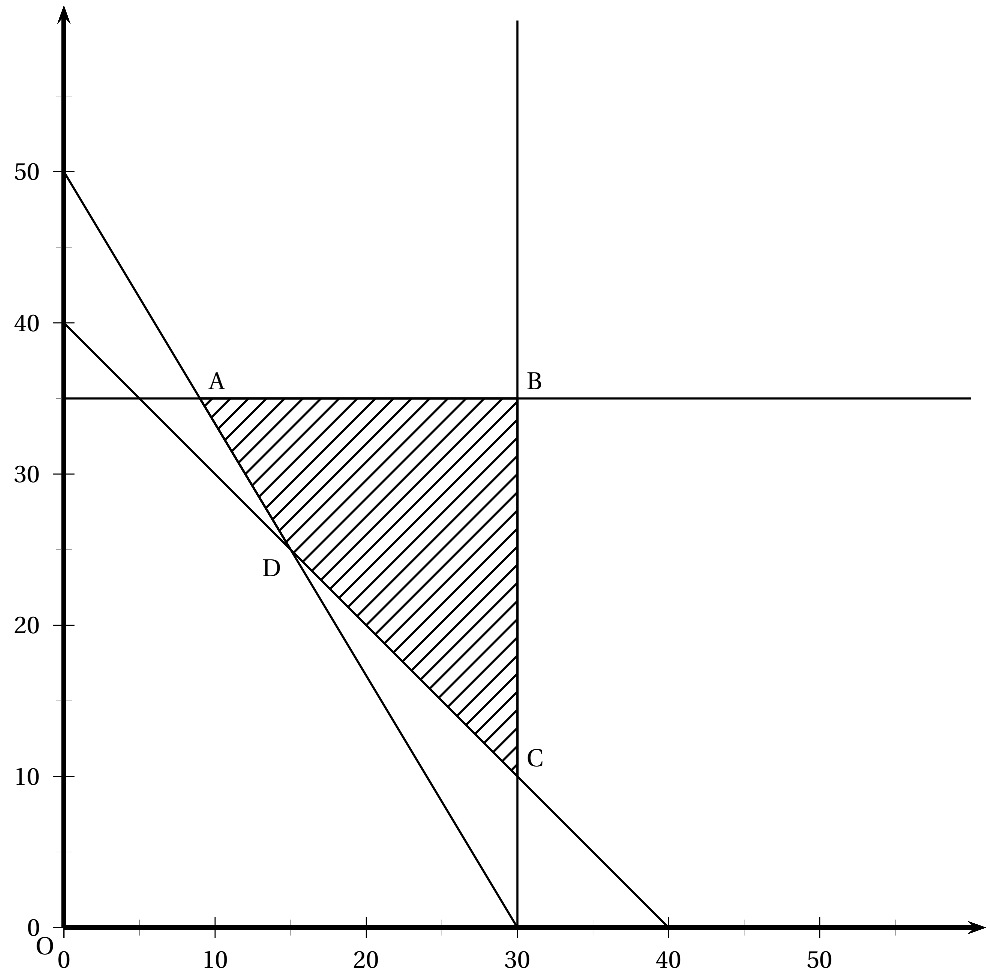
1. **a.** Traduire les informations ci-dessus par un système d'inéquations.
   b. Montrer que ce système caractérise la partie $\mathcal{D}$.
2. Le coût d'affrètement d'un bateau de type A est de 10 000 € et celui d'un bateau de type B de 7 500 €.
   Soit C le coût total d'affrètement de x bateaux A et y bateaux B.
   a. Exprimer C en fonction de x et de y.
   b. Déterminer une équation de la droite (d) correspondant à un coût total de 450 000 € et représenter (d) dans la figure tracée sur **l'annexe 1**.

c. Déterminer graphiquement le couple d'entiers $(x~;~y)$ qui permet d'assurer le transport pour un coût minimum et calculer ce coût. On justifiera la démarche.

ANNEXE 1

Les points A, B, C, D, ont pour coordonnées :

A(9 ; 35) ; B(30 ; 35) ; C(30 ; 10) ; D(15 ; 25)



PROBLÈME

Le plan est rapporté à un repère orthonormal d'unité 2 cm sur chaque axe.
La courbe $(\mathcal{C})$ donnée en annexe 2 représente une fonction f définie sur $]0~;~+\infty[$.
Le point A a pour coordonnées (1 ; 2).
La droite (T) est tangente en A à $(\mathcal{C})$; elle passe par le point de coordonnées (0 ; 6).
Le point B a pour abscisse e^2.
La tangente à $(\mathcal{C})$ en B est parallèle à $(\mathrm{O}x)$, cette tangente n'est pas tracée sur le dessin.

Partie A : Étude de la fonction f

La fonction f représentée par $(\mathcal{C})$ est définie sur $]0~;~+\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{2-2\ln x}{x}.$$

1. Calculer l'abscisse du point d'intersection de $(\mathscr{C})$ avec (Ox).
2. **a.** En remarquant que $f(x) = 2 \times \dfrac{1}{x} - 2 \times \dfrac{\ln x}{x}$, calculer la limite de f en $+\infty$.

   b. Que peut-on en déduire pour la courbe $(\mathscr{C})$?
3. En remarquant que $f(x) = \dfrac{1}{x}(2 - 2\ln x)$, calculer la limite de f en 0.

   Que peut-on en déduire pour la courbe $(\mathscr{C})$?

   a. Montrer que $f'(x) = \dfrac{2\ln x - 4}{x^2}$.

   b. Résoudre : $2\ln x - 4 \geqslant 0$.

   En déduire le signe de $f'(x)$ sur $]0 ; +\infty[$ et le tableau de variations de f.

   c. Donner l'ordonnée exacte du point B (détailler les calculs).

Partie B : Calcul d'aire

1. On considère les fonctions G et g définies respectivement sur $]0~;~+\infty[$ par

$$D(x) = (\ln x)^2 \quad \text{et} \quad g(x) = \frac{2\ln x}{x}$$

   a. Montrer que G est une primitive de g sur $]0~;~+\infty[$.

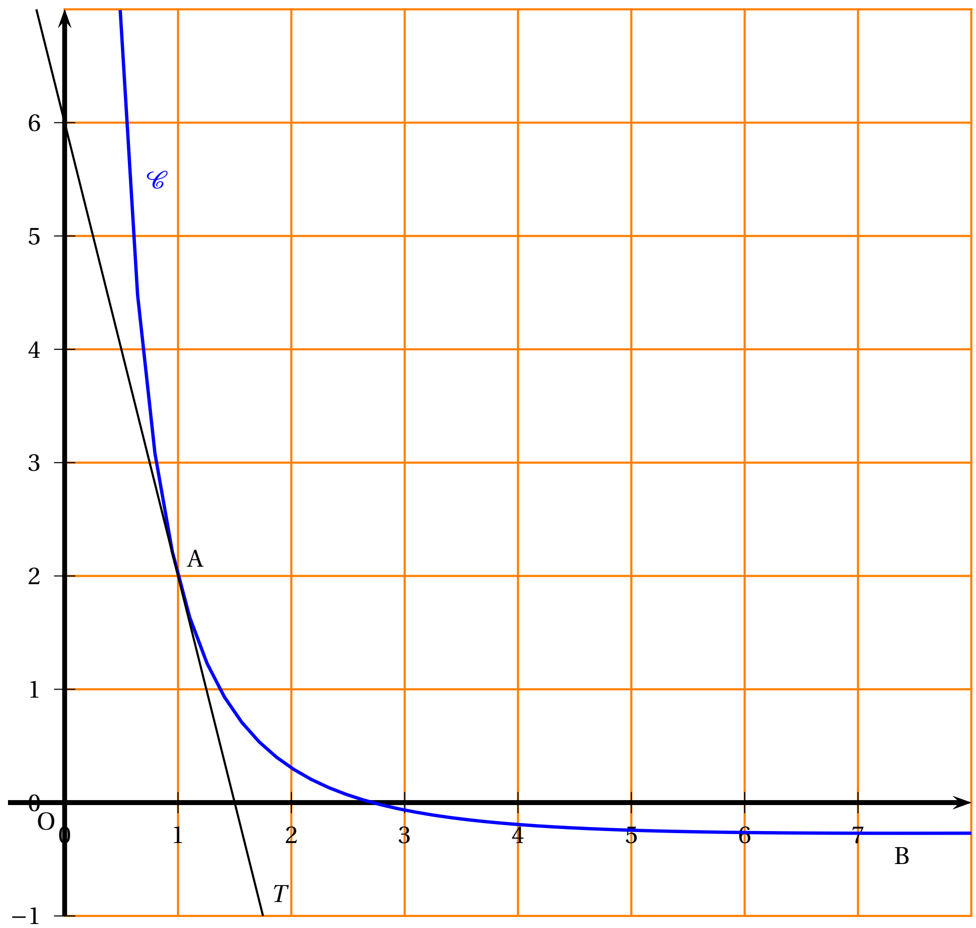
   b. Vérifier que $f(x) = \dfrac{2}{x} - g(x)$; en déduire une primitive F de f sur $]0~;~+\infty[$.
2. On pose : $\mathscr{A} = \displaystyle\int_1^{\mathrm{e}} f(x)\,\mathrm{d}x$.

   a. $\mathscr{A}$ est l'aire, en unités d'aire, d'un domaine $(\mathscr{D})$: hachurer $(\mathscr{D})$ sur le graphique.

   b. Calculer la valeur exacte de $\mathscr{A}$.

   c. En déduire l'aire en cm^2 du domaine $(\mathscr{D})$.

Annexe 2



∽ Baccalauréat STT C.G. – I.G. La Réunion ∾ juin 2005

Fournir du papier millimétré au candidat.
L'usage des calculatrices et du formulaire officiel est autorisé.

EXERCICE 1 **5 points**

Une entreprise de menuiserie fabrique des étagères. Elle propose trois hauteurs différentes (120 cm, 180 cm, 200 cm), deux largeurs différentes (60 cm, 80 cm), et trois coloris différents (acajou, chêne foncé et pin). Elle peut ainsi, par exemple, fabriquer une étagère de 200 cm de haut, 60 cm de large, coloris chêne foncé.

1. Déterminer le nombre de variétés d'étagères différentes à fabriquer (on pourra utiliser un arbre).

2. Une chaîne de magasins souhaite travailler avec cette entreprise et décide de contrôler la qualité de fabrication en choisissant une étagère au hasard. Le stock contient le même nombre de chaque variété d'étagères.

Calculer la probabilité des évènements suivants (on donnera les résultats sous forme de fraction irréductible)

A « l'étagère est coloris acajou » ;

B « l'étagère mesure moins de 190 cm de haut » ;

C « l'étagère est coloris pin ou mesure 60 cm de large ».

3. L'étagère contrôlée fait 200 cm de haut. Quelle est la probabilité qu'elle fasse 80 cm de large ?

EXERCICE 2 **6 points**

Un jardinier souhaite aménager un parterre.
Deux jardineries proposent :
— l'une, le lot A constitué de 5 tulipes, 3 muscaris, 2 narcisses pour une somme de 1,90 € ;
— l'autre, le lot B constitué de 6 tulipes, 1 muscari, 3 narcisses pour une somme de 0,90 €.
Le jardinier veut planter entre 165 et 180 tulipes et au moins 60 muscaris.
Le but de cet exercice est de déterminer le nombre x de lots A et le nombre y de lots B que le jardinier doit acheter pour que la dépense soit minimale.

1. Expliquer pourquoi les contraintes auxquelles doivent satisfaire les nombres x et y se traduisent par le système d'inéquations :

$$\left\{\begin{array}{lcl} x & \geqslant & 0\\ y & \geqslant & 0\\ 5x+6y & \geqslant & 165\\ 5x+6y & \leqslant & 180\\ 3x+y & \geqslant & 60 \end{array}\right.$$

2. À tout couple $(x\,;\,y)$ de nombres réels, on associe le point M de coordonnées $(x\,;\,y)$ dans un repère orthonormal (on choisira 1 cm pour deux unités).

Déterminer graphiquement l'ensemble des points M du plan dont les coordonnées vérifient le système précédent (on hachurera la zone qui ne convient pas).

3. **a.** Exprimer en fonction de x et de y la dépense D occasionnée par l'achat de x lots A et y lots B.

b. Tracer dans le repère précédent la droite correspondant à une dépense de 34,20 €.

c. Déterminer graphiquement le nombre de lots à commander dans chaque jardinerie pour que la dépense soit minimale, en précisant la méthode utilisée.

d. Quelle est alors la dépense en euros ?

PROBLÈME **9 points**

Partie A

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$g(x) = x\text{e}^x - \text{e}^x + 1.$$

1. Déterminer la fonction dérivée g' de la fonction g.
2. Étudier le sens de variation de la fonction g sur $]-\infty\,;\,+\infty[$.
3. Calculer $g(0)$ et en déduire que, pour tout $x \in \mathbb{R},\ g(x) \geqslant 0$.

Partie B

Soit f la fonction définie sur $]-\infty\,;\,+\infty[$ par

$$f(x) = x\text{e}^x - 2\text{e}^x + x.$$

1. Déterminer la limite de f en $-\infty$.
2. Après avoir vérifié que pour tout réel x on a $f(x) = \text{e}^x(x-2) + x$, déterminer la limite de f en $+\infty$.
3. Montrer que, pour tout nombre réel x, $f'(x) = g(x)$.
4. Construire le tableau de variations de la fonction f sur $]-\infty\,;\,+\infty[$.

Partie C

On note $(\mathscr{C})$ la représentation graphique de la fonction f dans le plan muni d'un repère orthonormal d'unité graphique 1 cm.

1. **a.** Prouver que la droite (D), dont une équation est $y = x$, est asymptote à la courbe $(\mathscr{C})$ en $-\infty$.

   b. Montrer que la droite (D) coupe la courbe $(\mathscr{C})$ au point d'abscisse $x = 2$.
2. Construire la droite (D), la courbe $(\mathscr{C})$, et la tangente à $(\mathscr{C})$ au point d'abscisse 0.
3. Soit $\mathscr{W}$ le domaine délimité par la courbe $(\mathscr{C})$, l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x = 2$ et $x = 3$. On admettra que sur l'intervalle $[2\,;\,3]$ la courbe $(\mathscr{C})$ est située au-dessus de l'axe des abscisses.

   a. Soit F lafonction définie sur $]-\infty\,;\,+\infty[$ par

   $$F(x) = (x-3)\text{e}^x + \frac{1}{2}x^2.$$

   Montrer que F est une primitive de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

   b. Calculer la valeur exacte, en cm^2, de l'aire du domaine $\mathscr{W}$. En déduire l'arrondi au centième de cette aire exprimée en cm^2.

∽ Baccalauréat STT C.G.-I.G. Polynésie ∾
10 juin 2005

Coefficient 4 Durée : 3 heures

La calculatrice est autorisée.

EXERCICE 1 **5 points**

Tous les ans, lors de la journée du Patrimoine, un musée d'art contemporain accueille gratuitement les visiteurs. On note dans le tableau suivant l'évolution du nombre de visiteurs depuis 6 ans.

1er Tableau

Années	1999	2000	2001	2002	2003	2004
x_i : rang de l'année	1	2	3	4	5	6
v_i : nombre de visiteurs	164	270	330	493	545	812

Au vu de la forme du nuage de points associé à la série statistique $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$, l'ajustement linéaire ne semble pas judicieux.
On décide de poser $y_i = \ln(v_i)$ pour chaque valeur de i. On obtient le tableau suivant :

2^{e} tableau

Années	1999	2000	2001	2002	2003	2004
x_i : rang de l'année	1	2	3	4	5	6
y_i : $y_i = \ln(v_i)$	5,1	5,6	5,8	6,2	6,3	6,7

1. Dans un repère orthogonal, représenter le nuage des points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ issus du 2^{e} tableau, où :
   - 2 cm représentent une année sur l'axe des abscisses ;
   - 4 cm représentent une unité sur l'axe des ordonnées (commencer à graduer à partir de 5).
2. Soit G le point moyen du nuage. On considère la droite Δ d'équation $y = 0,3x + 4,9$ dans le repère.
   a. Calculer les coordonnées de G.
   b. Tracer la droite Δ.
   c. Montrer que la droite Δ passe par le point G ainsi que par certains points du nuage qu'on déterminera.
3. Le directeur désirerait avoir une estimation du nombre de visiteurs pour l'année 2005.
   On considère que la droite Δ réalise un ajustement affine du nuage de points issus du second tableau.
   a. À l'aide de l'équation de la droite Δ, calculer la valeur de y_i, pour l'année 2005.
   Puis, vérifier graphiquement la valeur trouvée (faire apparaître les traits de construction).
   b. En déduire le nombre de visiteurs v_i estimé pour l'année 2005 arrondi au visiteur près.

EXERCICE 2 **5 points**

On dispose d'une urne contenant 3 boules indiscernables au toucher, de couleur rouge, bleue et jaune et de 3 boîtes de couleur rouge, bleue et jaune.
La boîte rouge contient 1 ticket avec la mention « gain de 100 euros » et 3 tickets avec la mention « perdu ».
La boîte bleue contient 2 tickets avec le mention « gain de 20 euros », 1 ticket avec la mention « gain de 5 euros » et 1 ticket avec la mention « perdu ».

La boîte jaune contient 1 ticket avec la mention « gain de 15 euros », 1 ticket avec la mention « gain de 10 euros », 2 tickets avec la mention « gain de 1 euro ».
Tous les tickets sont indiscernables au toucher.
Un candidat choisit au hasard une boule dans l'urne puis il prend un ticket au hasard dans la boîte ayant la même couleur que la boule tirée. Il gagne la somme d'argent indiquée sur le ticket.

1. Représenter la situation à l'aide d'un arbre.

2. On considère les évènements suivants :
A : « le candidat a gagné 100 euros ».
B : « le candidat a pris un ticket dans la boîte jaune ».
C : « le candidat a gagné une somme supérieure à 9 euros ».
Les résultats numériques des questions qui suivent seront donnés sous forme de fraction.

a. Calculer les probabilités $p(\text{A})$, $p(\text{B})$ et $p(\text{C})$.

b. Calculer la probabilité $p(\text{C} \cap \text{B})$ puis la probabilité de $p(\text{C} \cup \text{B})$.

c. Les évènements A et B sont-ils incompatibles ? Justifier.

PROBLÈME **10 points**

L'objectif de ce problème est de mettre en œuvre les principales techniques d'analyse relatives aux études de fonctions étudiées dans la classe.
On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \left(4 - x^2\right) \text{e}^{-0,5x}$$

dont la représentation graphique $\mathscr{C}$ est donnée en annexe.

Partie A Étude graphique

En utilisant l'annexe, pour chacune des questions figurant dans le tableau ci-dessous, reporter sur la copie la lettre correspondant à la réponse exacte (aucune justification n'est demandée).

n°	Questions	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1	f est positive sur :	$]-2,1\ ;\ -2] \cup [2\ ;\ 10[$	$[-2\ ;\ 2]$	$[0\ ;\ 5]$
2	$f'(0) =$	-2	2	$-0,5$
3	$f(0) =$	0	4	-2 et 2
4	Solution(s) de l'équation $f(x) = 0$	4	-2 et 2	aucune

Partie B Étude de la fonction

1. Étude des limites

a. Déterminer la limite de f en $-\infty$.

b. En utilisant le résultat : $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} \frac{\text{e}^{0,5x}}{x^2} = +\infty$, déterminer la limite de f en $+\infty$, puis interpréter graphiquement le résultat.

2. Dérivée et tangente
On note f' la fonction dérivée de f sur $\mathbb{R}$.

a. Montrer que, pour tout x appartenant à $\mathbb{R}$: $f'(x) = \text{e}^{-0,5x}\left(0,5x^2 - 2x - 2\right)$.

b. Déterminer les racines x_1 et x_2 du trinôme $0,5x^2 - 2x - 2$.

c. Que peut-on dire des tangentes à la courbe aux points d'abscisse x_1 et x_2 ?

d. Tracer ces deux tangentes sur le document annexe.

3. Calcul d'aire

a. Pour tout réel x,on pose : $F(x) = \left(2x^2 + 8x + 8\right) \mathrm{e}^{-0,5x}$.
Montrer que F est une primitive de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

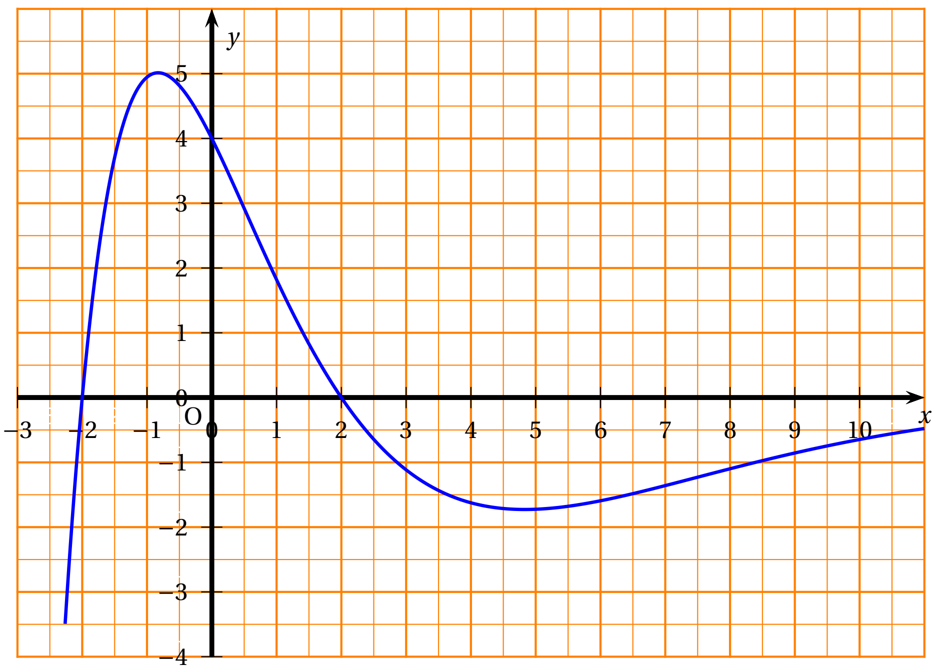
b. Déterminer graphiquement le signe de la fonction f sur l'intervalle $[-2\ ;\ 2]$.

c. Mettre en évidence sur le graphique donné en annexe la partie $\mathscr{A}$ du plan limitée par la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses, la droite d'équation $x = -2$ et l'axe des ordonnées.

d. Calculer la mesure, en unité d'aires, de l'aire de $\mathscr{A}$.

ANNEXE PROBLÈME
À rendre obligatoirement avec la copie

n°	QUESTION	RÉPONSE DU CANDIDAT (A, B ou C)
1	f est positive sur :	
2	$f'(0) =$	
3	$f(0) =$	
4	Solution(s) de l'équation $f(x) = 0$	



Durée : 3 heures

∾ Baccalauréat STT CG-IG Polynésie ∾ septembre 2005

EXERCICE 1 **5 points**

Une entreprise produisant des micro-ordinateurs a étudié l'évolution de la proportion des ordinateurs portables dans le total de ses ventes d'ordinateurs.
Le tableau suivant donne, pour les années indiquées, le nombre x d'années écoulées depuis 1998 ainsi que le pourcentage y de portables parmi les micro-ordinateurs vendus.

Année	1999	2000	2001	2002	2003	2004
x	1	2	3	4	5	6
y	16	17,6	20,4	21,7	22,9	25,3

1. Dans un repère orthonorma) $\left(\text{O}\,;\,\vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ d'unité graphique 1 cm, représenter le nuage des points M de coordonnées $(x\,;\,y)$.
On graduera l'axe des ordonnées à partir de 13.
2. Soit G le point moyen du nuage.
   a. Calculer les coordonnées du point G et placer G sur le graphique.
   b. On appelle (Δ) la droite passant par le point G et par le point A$(1\,;\,16{,}4)$.
   Tracer la droite (Δ) sur le graphique précédent.
   c. Montrer que la droite (Δ) a pour équation $y = 1{,}7x + 14{,}7$.
3. On admet que la droite (Δ) réalise un ajustement affine du nuage représenté.
Calculer â l'aide de l'équation de la droite (Δ) une estimation :
   a. du pourcentage d'ordinateurs portables vendus en 2005;
   b. de l'année où le pourcentage de vente des ordinateurs portables atteindrait 30 %.
4. Retrouver graphiquement les résultats de la question **3.** en faisant apparaître tous les tracés nécessaires sur le graphique.

EXERCICE 2 **5 points**

Un centre sportif souhaitant organiser les horaires des cours pour la prochaine saison fait une enquête auprès de ses membres. Pour les activités escrime, gymnastique et tir à l'arc, sur 200 réponses, le centre a obtenu les résultats suivants :

- 60 % des personnes préfèrent venir en semaine (du lundi au vendredi), les autres préfèrent venir le week-end;
- 96 font de la gymnastique et les trois quarts d'entre eux préfèrent venir en semaine;
- 28 % pratiquent l'escrime et la moitié d'entre eux désirent venir en semaine.

1. Recopier et compléter le tableau suivant (aucune justification n'est demandée) :

	Escrime	Gymnastique	Tir à l'arc	Total
Week-end				
Semaine				
Total				200

Les résultats numériques obtenus aux questions suivantes seront donnés sous forme décimale.

2. On choisit au hasard une réponse parmi les 200 ; calculer la probabilité des évènements suivants :
A : « la réponse choisie est celle d'une personne qui veut faire de la gymnastique » ;
B : « la réponse choisie est celle d'une personne qui préfère venir le week-end » ;
C : « la réponse choisie est celle d'une personne qui désire faire du tir à l'arc en semaine ».

3. Définir par une phrase les évènements $\overline{\text{A}}$, $\text{A} \cap \text{B}$ et $\text{A} \cup \text{B}$ puis calculer leur probabilité.

4. On choisit maintenant au hasard une réponse parmi ceux qui préfèrent venir en semaine.
Quelle est la probabilité pour que la réponse soit celle d'une personne voulant faire de la gymnastique ?

PROBLÈME **10 points**

On considère la fonction numérique f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \frac{6\text{e}^x - 9}{\text{e}^{2x}}.$$

Soit $\mathcal{C}$ sa représentation graphique dans le plan muni d'un repère orthonormal $\left(\text{O} ; \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, unité graphique : 4 cm.

Partie A Étude de la fonction

1. **a.** Calculer la limite de f lorsque x tend vers $-\infty$.

b. Vérifier que pour tout x réel $f(x) = 6\text{e}^{-x} - 9\text{e}^{-2x}$.
En déduire la limite de f lorsque x tend vers $+\infty$.

c. Interpréter graphiquement le résultat précédent.

2. On désigne par f' la dérivée de la fonction f.

a. Calculer $f'(x)$. Montrer que $f'(x) = \dfrac{18 - 6\text{e}^x}{\text{e}^{2x}}$.

b. Déterminer le signe de $f'(x)$.

c. En déduire les variations de f et dresser son tableau de variations.
Indiquer la valeur exacte des extremums éventuels ainsi que les limites.

3. On appelle A le point d'intersection de la courbe $\mathcal{C}$ avec l'axe des abscisses et B le point d'intersection avec l'axe des ordonnées.

a. Déterminer les coordonnées des points A et B.

b. Déterminer une équation de la tangente $\mathcal{T}$ à la courbe au point A.

c. Tracer la courbe $\mathcal{C}$ et la tangente $\mathcal{T}$,dans le repère $\left(\text{O} ; \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.

Partie B Calcul d'aire

On considère la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$F(x) = \frac{9}{2}\text{e}^{-2x} - 6\text{e}^{-x}.$$

1. Montrer que F est une primitive de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

2. Déterminer graphiquement le signe de $f(x)$ sur l'intervalle $[1 ; 2]$.

3. Déterminer la valeur exacte, en unités d'aire, de la mesure de l'aire $\mathcal{A}$ de la partie du plan limitée par la courbe $\mathcal{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = 1$ et $x = 2$.

Durée : 3 heures

Baccalauréat STT novembre 2005
Comptabilité et Gestion - Informatique et Gestion
Nouvelle-Calédonie

EXERCICE 1 **4 points**

Soient deux dés cubiques notés D_1 et D_2 dont toutes les faces ont la même probabilité d'apparition.
Le dé D_1 a une face numérotée 1 et cinq faces numérotées 2.
Le dé D_2 a deux faces numérotées 1, une face numérotée 2 et trois faces numérotées 3.
On jette le dé D_1 puis le dé D_2 et on regarde le chiffre obtenu par chacun d'eux.
On appelle évènement élémentaire tout couple (a, b) de deux chiffres, où a est le chiffre apparu sur le dé D_1 et b le chiffre apparu sur le dé D_2.

1. Dresser un tableau à double entrée faisant apparaître les 36 couples possibles.
2. Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :
   a. A : « deux faces portent le même numéro » ;
   b. B : « deux faces portent des numéros différents » ;
   c. C : « au moins une face porte le numéro 1 » ;
   d. E : « une des faces et une seule porte le numéro 3 ».
3. Calculer la probabilité des évènements $(C \cap E)$ et $(C \cup E)$.

EXERCICE 2 **5 points**

Le plan est rapporté à un repère orthonormal $\left(O ; \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ d'unité graphique 0,5 cm. On donne deux droites (D_1) et (D_2) d'équations respectives $x + 2y = 30$ et $2x + y = 30$

1. Déterminer par le calcul les coordonnées du point I, intersection de ces deux droites.
2. Déterminer graphiquement l'ensemble des points M du plan dont les coordonnées $(x ; y)$ vérifient le système :

$$\left\{\begin{array}{l} x \geqslant 0 \\ y \geqslant 0 \\ x + 2y \geqslant 30 \\ 2x + y \geqslant 30 \end{array}\right.$$

   On hachurera la partie du plan qui ne convient pas.
3. Un cyclo-club désire acheter au moins un cuissard et au moins un coupe-vent pour équiper chacun de ses 60 adhérents.
   Le trésorier du club contacte deux fournisseurs.
   Le premier propose un lot A composé de 2 cuissards et 4 coupe-vent, au prix de 80 € ;
   Le second propose un lot B de 4 cuissards et 2 coupe-vent, au prix de 90 €.
   On désigne par x le nombre de lots A et y le nombre de lots B commandés par le trésorier.
   a. Justifier que le système de la question **2.** est un système d'inéquations traduisant les contraintes d'achat.
   b. Exprimer en fonction de x et de y la dépense d occasionnée par l'achat de x lots A et y lots B.
   c. Tracer la droite (Δ) d'équation $80x + 90y = 1\,800$ dans le repère $\left(O ; \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.

d. En expliquant la méthode utilisée, déterminer graphiquement les valeurs de x et de y qui occasionnent la dépense minimale. Calculer alors cette dépense.

e. En déduire la somme restant à la charge du club dans le meilleur des cas si chaque adhérent verse 10 €.

PROBLÈME **11 points**

Soit f la fonction définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ par

$$f(x) = 1 + \frac{\ln x}{x}.$$

On note $(\mathcal{C})$ la courbe représentative de f dans le plan rapporté à un repère orthonormal $\left(\text{O}\ ;\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ d'unité graphique 2 cm.

Partie A :

1. **a.** Déterminer les limites de f en 0 et en $+\infty$.

b. En déduire que la courbe $(\mathcal{C})$ admet deux asymptotes et donner leur équation.

2. Soit f' la dérivée de f sur $]0\ ;\ +\infty[$.

a. Calculer $f'(x)$.

b. Étudier le signe de $f'(x)$.

c. Donner le tableau de variations de f sur $]0\ ;\ +\infty[$.

3. **a.** Déterminer une équation de la tangente (T) à $(\mathcal{C})$ au point A d'abscisse 1.

b. Déterminer une équation de la tangente (T') à $(\mathcal{C})$ au point B d'abscisse e.

4. **a.** Reproduire et compléter le tableau suivant en donnant, pour chaque valeur de x, une valeur décimale approchée à 10^{-2} près de $f(x)$:

x	0,3	0,4	0,5	0,7	1	2	e	4
$f(x)$								

b. Construire (T) et (T'), les deux asymptotes puis la courbe $(\mathcal{C})$.

Partie B :

1. **a.** Soit h la fonction définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ par $h(x) = 0,5[\ln x]^2$.

Montrer que h est une primitive de la fonction g définie par $g(x) = \dfrac{\ln x}{x}$ sur $]0\ ;\ +\infty[$.

b. En déduire une primitive de f sur $]0\ ;\ +\infty[$.

2. **a.** Calculer en cm^2, l'aire D du domaine plan limité par la courbe $(\mathcal{C})$, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = 1$ et $x = \text{e}$.

b. Calculer en cm^2, l'aire du domaine plan délimité par les droites d'équations $x = 1$, $x = \text{e}$, $y = 1$ et l'axe des abscisses.

c. En déduire, en cm^2, l'aire du domaine plan limité par la courbe $(\mathcal{C})$ et les droites d'équation $y = 1$, $x = 1$ et $x = \text{e}$.