Baccalauréat L spécialité 2010

L'intégrale de juin à novembre 2010

Pour un accès direct cliquez sur les liens bleus

Baccalauréat TL spécialité Amérique du Nord 3 juin 2010

EXERCICE 1 **6 points**

Une chocolaterie fabrique chaque jour des bonbons au chocolat dont certains contiennent aussi des amandes. Sa production journalière se répartit ainsi :

- 50 % des bonbons sont au chocolat noir,
- 40 % des bonbons sont au chocolat au lait,
- 10 % des bonbons sont au chocolat blanc,
- 25 % des bonbons au chocolat noir contiennent des amandes,
- 50 % des bonbons au chocolat au lait contiennent des amandes,
- 5 % des bonbons au chocolat blanc contiennent des amandes.

Charlie prend au hasard un bonbon dans la production journalière.
On considère les évènements suivants :

N : « le bonbon choisi est au chocolat noir »,
L : « le bonbon choisi est au chocolat au lait »,
B : « le bonbon choisi est au chocolat blanc »,
A : « le bonbon contient des amandes ».

Les probabilités demandées seront données sous forme décimale en arrondissant éventuellement au millième. On pourra utiliser un arbre de probabilités. Dans ce cas. il conviendra de le représenter sur la copie.

1. Donner les probabilités P(N) et $P_N(A)$.Calculer $P_N\left(\overline{A}\right)$ et $P(N \cap A)$.
2. Charlie est allergique aux amandes et n'aime que le chocolat noir.
   Quelle est la probabilité que le bonbon choisi lui convienne ?
3. Démontrer que $P(A) = 0,33$.
4. Le bonbon choisi par Charlie ne contient pas d'amandes.
   Quelle est la probabilité qu'il soit au chocolat noir ?

EXERCICE 2 **6 points**

ABCDEFGH est un tronc de pyramide obtenu à partir d'un cube IJKDEFGH, les points A, B et C étant les symétriques respectifs du point D par rapport aux points I, J et K.

Partie A - Représentation en perspective parallèle

Sur la figure 1 donnée en annexe, on a représenté en perspective parallèle les sommets du cube IJKDEFGH.
Construire sur la figure 1, les points A, B et C et tracer les arêtes du tronc de pyramide ABCDEFGH.

Partie B - Représentation en perspective centrale

La figure 2 donnée en annexe amorce une représentation en perspective centrale de ce tronc de pyramide, sa face ABCD étant posée sur le sol. Les points A, B, C, D, E, F, G, H, I, J sont représentés par les points $a, b, c, d, e, f, g, h, i, j$.
On laissera apparents tous les traits de construction.

1. Construire le point de fuite principal ω et le point d.
2. Construire les points i et j.
3. Justifier que le quadrilatère $ijfe$ est un carré.
4. En déduire une construction des points e et f puis terminer la construction du tronc de pyramide.

EXERCICE 3 **8 points**

Les deux parties sont indépendantes

Une denrée alimentaire est placée dans un congélateur maintenu à la température de -30 degrés Celsius. Lorsque cette denrée reste placée dans le congélateur pendant une durée t, exprimée en heures. la température à cœur $C(t)$ de cette denrée, exprimée en degrés Celsius, est donnée par :

$$C(t) = a\mathrm{e}^{-kt} - 30$$

où a et k sont des constantes réelles.

Partie A - Détermination de a et k

1. Déterminer a sachant que $C(0) = 5$.
2. Calculer la valeur exacte de k sachant qu'au bout d'une heure, la température à cœur est égale à -23 degrés Celsius.

Partie B - Étude d'une fonction

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;\,3]$ par :

$$f(x) = 35\mathrm{e}^{-1,6x} - 30$$

1. La fonction dérivée de f est notée f'.
   a. Déterminer l'expression de $f'(x)$ en fonction de x sur l'intervalle $[0\,;\,3]$.
   b. Préciser le signe de $f'(x)$ et en déduire le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,3]$.
2. Reproduire et compléter le tableau de valeurs ci-dessous (les résultats seront arrondis au dixième).

x	0	0,25	0,5	0,75	1	1,5	2	2,5	3
$f(x)$									

3. Tracer la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthogonal en prenant 4 cm pour unité sur l'axe des abscisses et 0,5 cm pour unité sur l'axe des ordonnées.
4. En utilisant le graphique, déterminer graphiquement le temps nécessaire pour que la température atteigne -25 degrés Celsius.
5. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*
   Retrouver le résultat de la question **4.** par le calcul.

Annexe à rendre avec la copie

Figure 1

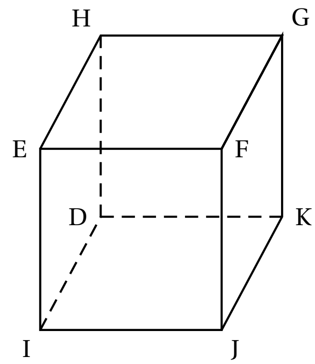
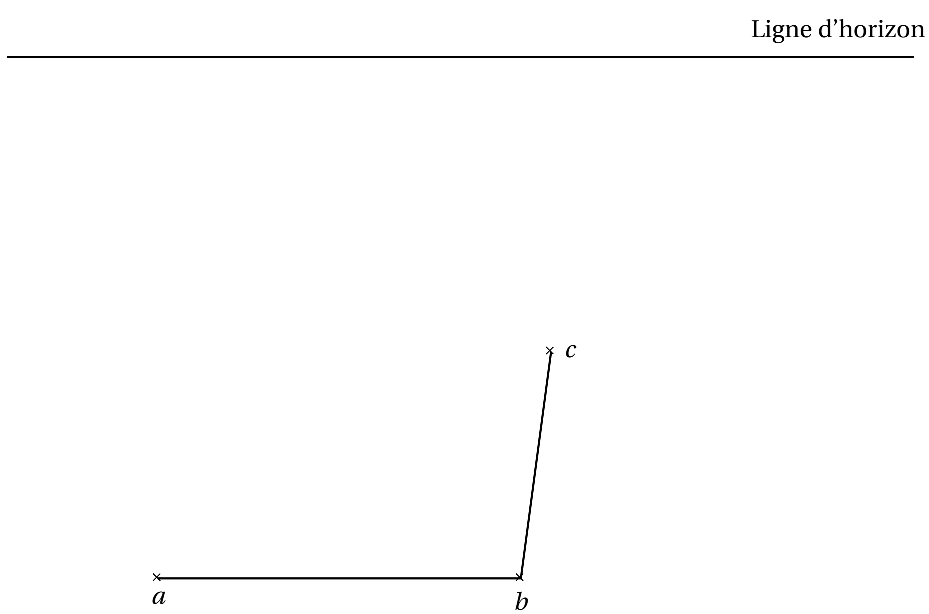


Figure 2



Baccalauréat L spécialité Antilles–Guyane
16 juin 2010

L'usage d'une calculatrice est autorisé 3 heures

Ce sujet nécessite une feuille de papier millimétré

EXERCICE 1 **6 points**

Une urne A contient 100 boules indiscernables au toucher : 90 rouges et 10 noires.
Une urne B contient également 100 boules indiscernables au toucher : 30 rouges et 70 noires.

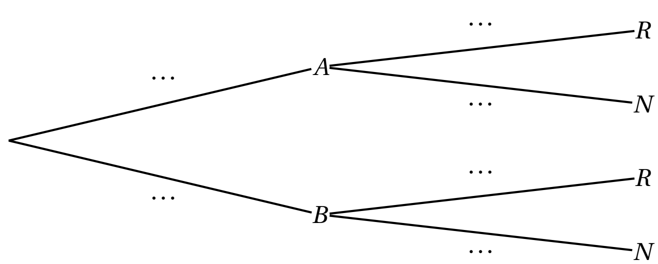
On réalise l'expérience suivante :
On lance un dé cubique équilibré, dont les faces sont numérotées de 1 à 6.

- si le numéro affiché par le dé est 1, on tire une boule dans l'urne A et on note sa couleur.
- Sinon, on tire une boule dans l'urne B et on note sa couleur.

On note :

- A l'évènement « tirer une boule dans l'urne A » ;
- B l'évènement « tirer une boule dans l'urne B » ;
- R l'évènement « tirer une boule rouge » ;
- N l'évènement « tirer une boule noire ».

1. Donner la probabilité $p(A)$ de l'évènement A.
2. Recopier et compléter l'arbre de probabilité ci-dessous.



3. Décrire l'évènement $A \cap R$ et calculer sa probabilité.
4. Montrer que $p(R) = 0{,}40$.
5. **a.** Sachant que la boule obtenue après tirage est rouge, calculer la probabilité qu'elle provienne de l'urne A.

   b. Les évènements A et R sont-ils indépendants ?
6. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

   On désire maintenant modifier la composition de l'urne B pour que, lorsqu'on réalise l'expérience décrite ci-dessus, on ait autant de chances d'obtenir une boule rouge qu'une boule noire.

   Proposer une composition de l'urne B qui convient. Expliquer la démarche de recherche.

EXERCICE 2 **4 points**

Soit (u_n) la suite définie pour tout nombre entier naturel n par :

$$\left\{\begin{array}{lcl} u_{n+1} & = & 0{,}9u_n + 90 \\ u_0 & = & 1\,000. \end{array}\right.$$

1. Calculer u_1 et u_2.

2. On considère la suite (v_n) définie pour tout nombre entier naturel n par :

$$v_n = u_n - 900.$$

  a. Calculer v_0 et v_1.
  b. Montrer que pour tout entier naturel n, $v_{n+1} = 0{,}9 v_n$.
  c. Quelle est la nature de la suite (v_n) ? Écrire v_n en fonction de n.

3. En déduire que pour tout nombre entier n, $u_n = 100 \times (0{,}9)^n + 900$.
4. Quelle est la limite de u_n lorsque n tend vers l'infini ?
5. À partir de quel nombre entier n a-t-on $u_n \leqslant 901$?

EXERCICE 3 **6 points**

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $I = [1~;~7]$ par

$$f(x) = \frac{x^2}{2} - 6x + 4 + 8\ln(x).$$

On note $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative.

1. Compléter le tableau de valeurs donné dans **l'annexe 1**. On donnera des valeurs approchées à 10^{-1} près.
2. a. On note f' la fonction dérivée de la fonction f. Calculer $f'(x)$, pour x dans l'intervalle I.
  b. Montrer que pour tout nombre réel x de l'intervalle I, $f'(x) = \dfrac{(x-2)(x-4)}{x}$.
  c. Étudier les variations de la fonction f sur l'intervalle I, puis dresser le tableau de variations de f.
3. Montrer que la courbe $\mathscr{C}_f$ admet deux tangentes parallèles à l'axe des abscisses.
4. a. Dans le repère fourni dans l'annexe 1, construire la courbe $\mathscr{C}_f$ et ses deux tangentes parallèles à l'axe des abscisses.
  b. Déterminer le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 0$ sur l'intervalle I.

EXERCICE 4 **4 points**

La *figure 1* représente le dessin en perspective cavalière d'un banc, dont l'assise rectangulaire $ABCD$ est composée de deux carrés de même taille : $AIJD$ et $BCJI$. Le point K désigne le centre du rectangle $ABCD$. Les quatre pieds $[AE]$, $[BF]$, $[CG]$ et $[DH]$ du banc ont tous la même longueur.

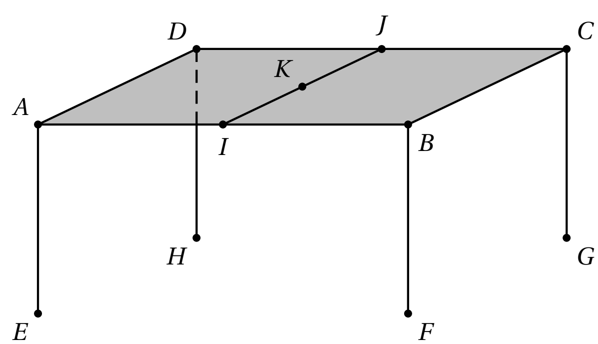


Figure 1

Dans toutes les constructions, laisser apparents les traits de construction. Repasser en gras la figure du banc.

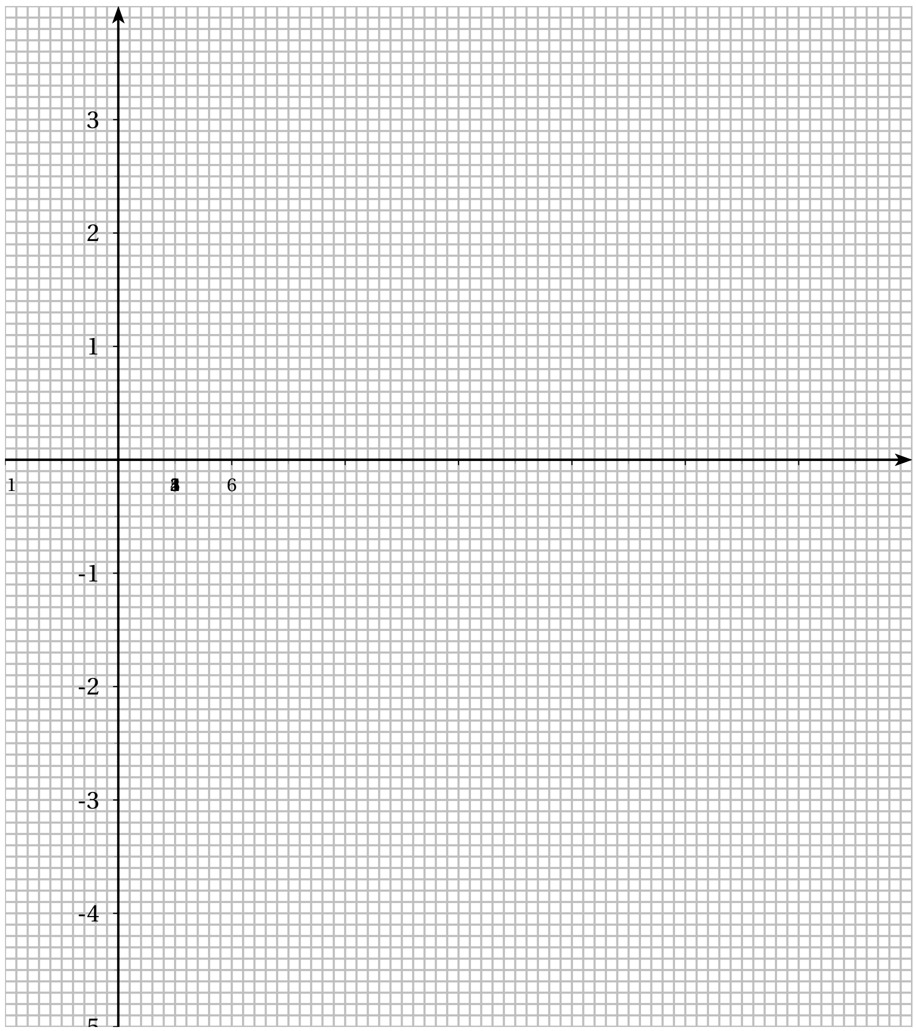
Les images de A, B, C, ... dans les représentations en perspective centrale sont notées avec des lettres minuscules : a, b, c, ...
$\mathcal{H}$ désigne la ligne d'horizon.

Les points I, B et F sont situés dans un plan frontal.
La *figure 2* de **l'annexe 2** représente le début du dessin de ce même banc dans une perspective centrale. Le point d_1 est l'un des points de distance de la perspective.

1. Construire le point de fuite principal. On le notera w.
2. Construire d_2, le deuxième point de distance et justifier la construction par une propriété des points de distance.
3. Construire l'image $abcd$ de l'assise $ABCD$ du banc.
4. Construire l'image k du point K puis terminer la construction de la représentation du banc.

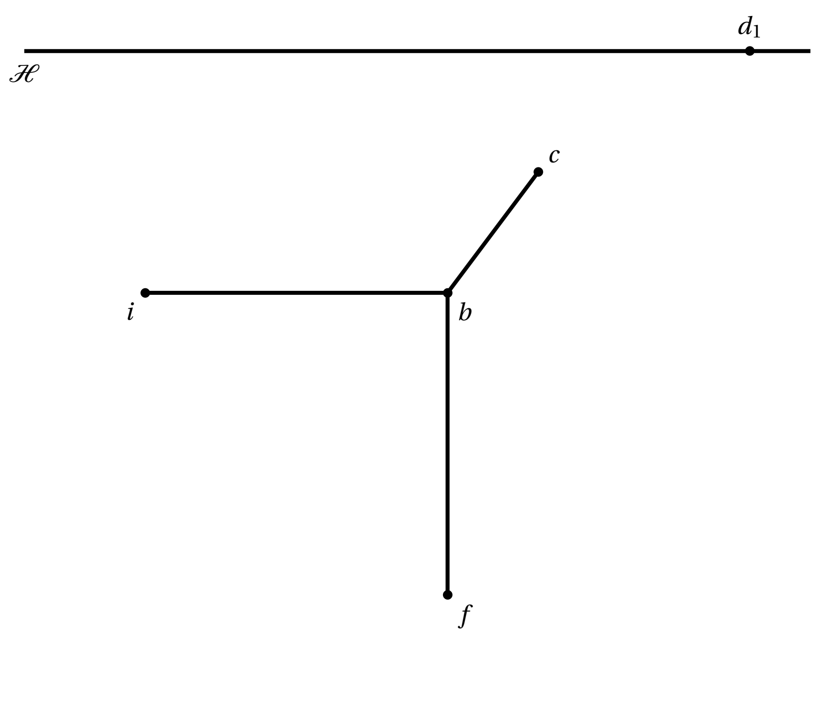
ANNEXE 1 (à rendre avec la copie)

x	1	2	3	4	5	6	7
$f(x)$ (à 10^{-1} près)			$-0,7$		$-0,6$	0,3	



ANNEXE 2 (à rendre avec la copie)

Figure 2



Baccalauréat L Enseignement de spécialité
Asie Juin 2010

EXERCICE 1 **5 points**

Il s'agit de remplir la grille suivante dont chaque case blanche doit contenir exactement un chiffre (entre 0 et 9).

1. Pour y parvenir, il faut déterminer les quatre nombres entiers correspondants aux définitions ci-dessous. **Chaque réponse devra être justifiée**.

	A	B	C	D
1				
2				
3				
4				

Ligne 1 : Somme des 50 premiers termes de la suite arithmétique (u_n) de premier terme $u_1 = 4,37$ et de raison $r = 0,74$.
Ligne 2 : Nombre compris entre 5700 et 7800 et congru à 0 modulo 1134.
Ligne 3 : Nombre affiché en sortie de l'algorithme ci-dessous si on le fait fonctionner pour $n = 3$.

Entrée	a, b, i et n sont des entiers
Initialisation	
	Donner à i la valeur 0
	Donner à a la valeur 0
	Donner à b la valeur 0
Traitement	
	Tant que $i < n$:
	donner à i la valeur $i + 1$;
	donner à a la valeur $46 + a$.
	donner à b la valeur $a + b$.
Sortie	Afficher b.

Ligne 4 : $\lim\limits_{n \to +\infty} -3(0,5)^n + 500$

2. **Élément de vérification**
On considère la fonction f définie sur$\mathbb{R}$ par $f(x) = \mathrm{e}^{2070x}$.
   a. Calculer $f'(x)$, où f' désigne la fonction dérivée de la fonction f.
   b. Calculer $f'(0)$.
   Le nombre de la colonne C est le nombre $f'(0)$.

EXERCICE 2 **5 points**

Les parties I et II peuvent être traitées indépendamment.

Partie I

Soit a et b deux nombres réels et f la fonction définie sur $]0\,;\,3]$ par $f(x) = -x^2 + a + b\ln x$.
Déterminer les réels a et b sachant que la courbe représentative de la fonction f passe par le point $A(1\,;\,1)$ et admet en ce point une tangente parallèle à l'axe des abscisses.

Partie II

On admet que pour le nombre réel x de l'intervalle $]0\,;\,3]$, on a : $f(x) = -x^2 + 2 + 2\ln(x)$

1. Rappeler la valeur de $\lim_{x\to 0} \ln(x)$ et en déduire $\lim_{x\to 0} f(x)$.
2. On note f' la fonction dérivée de la fonction f
   a. Calculer $f'(x)$ pour tout nombre réel x de l'intervalle $]0\,;3]$, puis vérifier que $f'(x) = \dfrac{2(1-x)(1+x)}{x}$.
   b. En déduire le tableau des variations de la fonction f.
3. On a représenté sur l'**annexe 1** la courbe $\mathscr{C}$ représentative de la fonction f dans le plan rapporté à un repère orthogonal.
   a. Le point $B(\sqrt{2}\,;\ln(2))$ appartient-il à la courbe $\mathscr{C}$? Justifier.
   b. À l'aide du graphique, déterminer le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 0$ dans l'intervalle $]0\,;3]$.
   c. À l'aide de la calculatrice, donner un encadrement d'amplitude 0,01 de la plus grande de ces solutions.

EXERCICE 3 — 5 points

Un compagnie d'assurance automobile fait un bilan des frais d'intervention parmi ses dossiers d'accidents de la circulation.
92 % des dossiers entraînent des frais de réparation matérielle et 23 % des frais de dommages corporels.
De plus, parmi les dossiers entraînant des frais de réparation matérielle, 12 % entraînent aussi des frais de dommages corporels.
On choisit au hasard un dossier. Tous les dossiers ont la même probabilité d'être tirés.
On note :
M l'événement : « le dossier choisi entraîne des frais de réparation matérielle ».
C l'événement : « le dossier choisi entraîne des frais de dommages corporels ».

1. En utilisant les notations M et C, exprimer les trois pourcentages de l'énoncé en termes de probabilité ; les résultats seront donnés sous forme décimale.
2. a. Montrer que la probabilité de l'événement $M \cap C$ est égale à 0,1104.
   b. Interpréter l'événement $M \cap \overline{C}$ puis calculer sa probabilité.
   c. Calculer la probabilité que le dossier choisi entraîne des frais de réparation matérielle sachant qu'il a entraîné des frais de dommages corporels.
3. *Dans cette question toute trace de recherche même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*
   L'assureur sait que 45 % des accidents sont dus à des excès de vitesse et que parmi ces dossiers avec excès de vitesse, 30 % ont entraîné des dommages corporels.
   On choisit au hasard un dossier. Sachant que l'accident correspondant entraîne des frais de dommages corporels, quelle est la probabilité que cet accident soit dû à un excès de vitesse ?
   Donner le résultat à 10^{-3} près.

EXERCICE 4 — 5 points

En Allemagne, au mois de novembre, la population célèbre traditionnellement la fête de la Saint-Martin. Cela se traduit par des cortèges nocturnes dans les rues accompagnés de chants. Pour cette occasion, chaque écolier fabrique une lanterne. La fête de la Saint-Martin est ainsi également appelée « Fête des Lanternes ».
Dans cet exercice, on va s'intéresser à la représentation des lanternes de deux écoliers : Marie et Daniel. Les dessins à compléter en annexe sont **à rendre avec la copie**.
On laissera apparents les traits de construction.

1. La *figure 1* représente la lanterne de Marie en perspective cavalière. Cette lanterne a la forme d'un parallélépipède rectangle $ABCDEFGH$ ouvert sur le dessus avec un fond $DCGH$ rigide et transparent : ses 4 faces latérales sont également transparentes et ses arêtes sont des tiges de bois rectilignes. Au centre de la face $DCGH$ est fixée une bougie dont la longueur est égale à la moitié de l'arête $[AD]$.

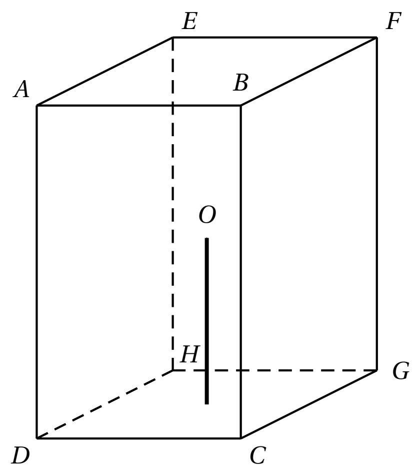


figure 1

On veut construire sur le **dessin n°1 de l'annexe 2** la représentation en perspective centrale de cette lanterne, la face $ABCD$ étant frontale. Les images de points A, B, C, $\cdots$ sont désignées par les lettres minuscules a, b, c, $\cdots$

On a tracé la ligne d'horizon $\mathcal{H}$, le point de fuite principal ω et un point de distance d_1.

a. Construire le deuxième point de distance d_2.

b. Compléter la représentation du pavé droit $ABCDEFGH$.

c. Terminer cette représentation en y construisant l'image de la bougie dans cette perspective centrale.

2. Daniel a fabriqué une lanterne de forme cubique $A'B'C'D'E'F'G'H'$. De plus il a choisi de décorer uniquement les deux faces $A'B'C'D'$ et $B'F'G'C'$ en dessinant des carrés identiques dont chaque sommet est le milieu d'une arête et il n'a pas mis de bougie au fond de sa lanterne.
La **figure 2 de l'annexe 2** est une représentation en perspective cavalière de la lanterne de Daniel.

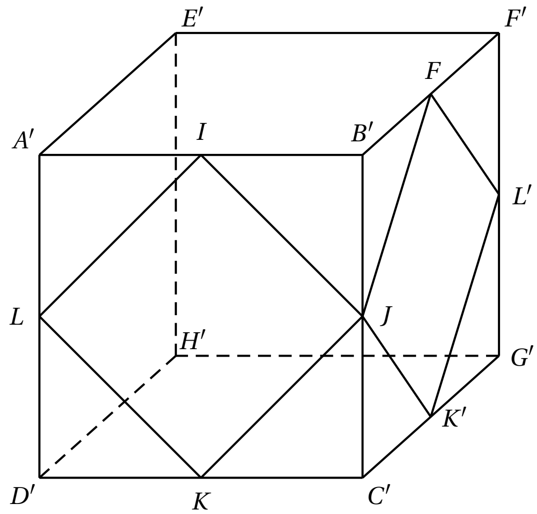
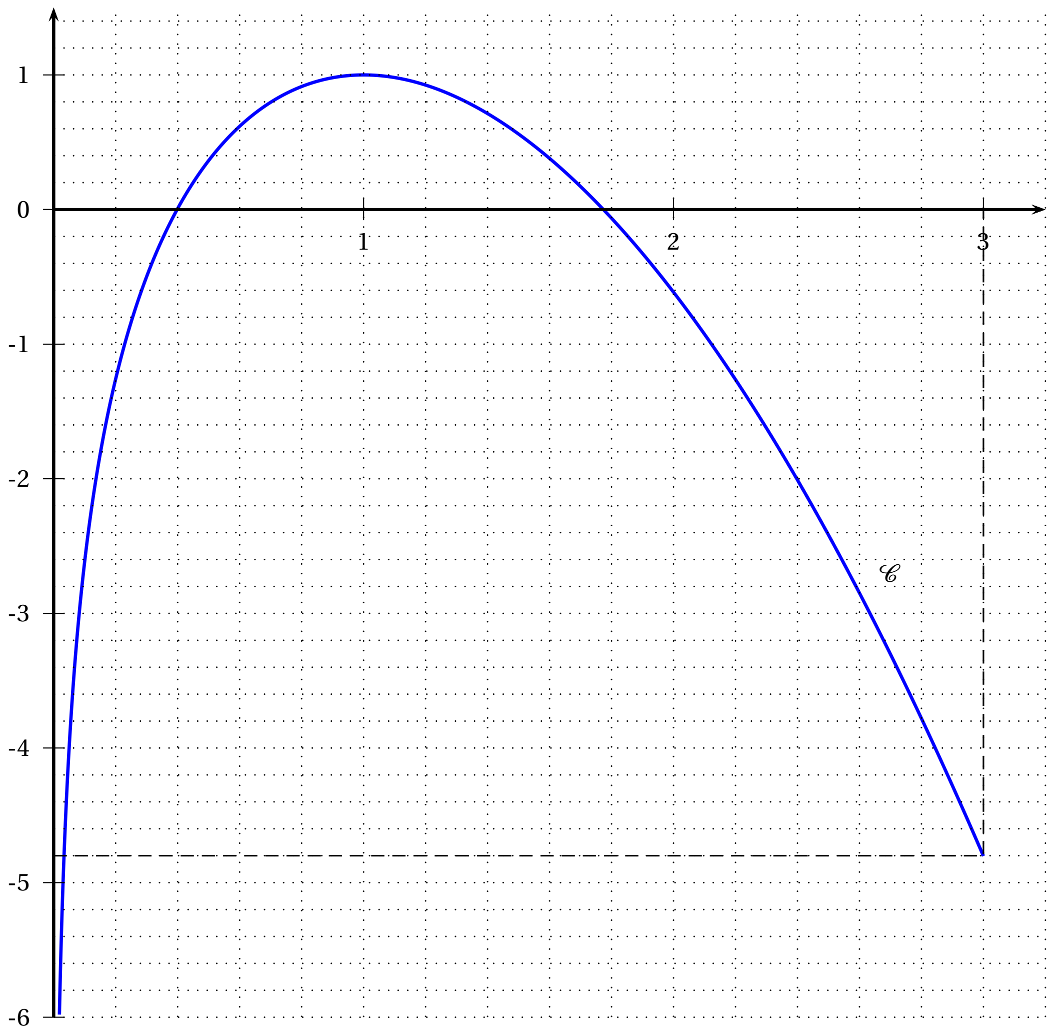


figure 2

Le **dessin n° 2 de l'annexe 2** est la représentation de la lanterne de Daniel en perspective centrale, l'arête $[B'C']$ étant dans le plan frontal. On a tracé la ligne d'horizon $\mathscr{H}$.

Compléter le **dessin n° 2 de l'annexe 2** par une représentation des décorations de Daniel.

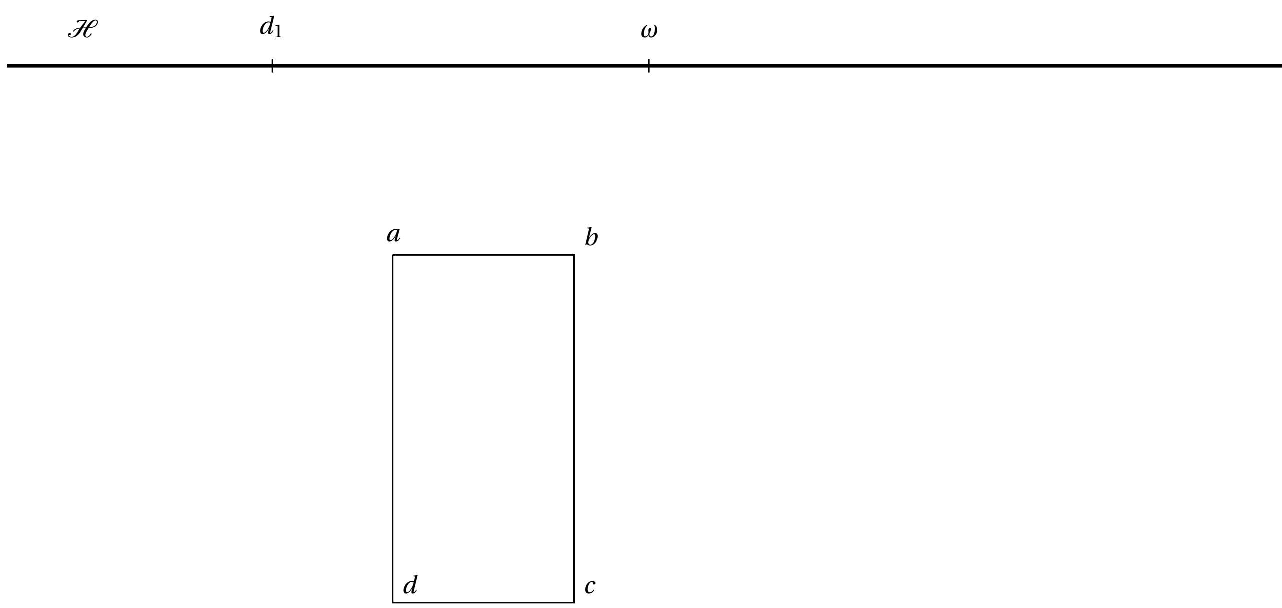
Exercice 2



ANNEXE 2 (à compléter et à rendre avec la copie)

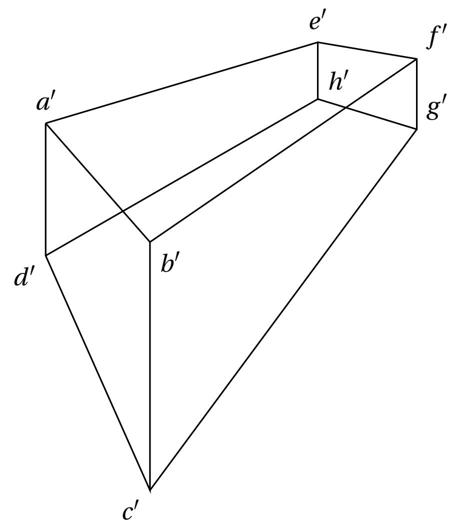
Exercice 4

dessin 1



dessin 2

$\mathscr{H}$



∾ TL spécialité Centres étrangers juin 2010 ∾

L'usage d'une calculatrice est autorisé 3 heures

Deux annexes sont à rendre avec la copie

EXERCICE 1 **4 points**

Partie A

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0~;~3]$ par

$$f(x) = x + 4\ln(3x+1) + 3.$$

1. On désigne par f' la fonction dérivée de f sur $[0\,;\,3]$.
   Montrer que, pour tout nombre x appartenant à $[0\,;\,3]$, $f'(x) = \dfrac{3x+13}{3x+1}$.
2. Étudier les variations de la fonction f sur $[0\,;\,3]$ et dresser son tableau de variation.

Partie B

Dans cette partie, on considère un enfant dont le poids à la naissance est 3 kg.
Pendant les trois premières années de la vie de l'enfant, on estime que son poids (en kg) est donné en fonction de son âge x (en année) par $f(x) = x + 4\ln(3x+1) + 3$.
La courbe représentative de la fonction f est donnée dans l'Annexe 1 à rendre avec la copie.

1. Calculer le poids de cet enfant à l'âge de 6 mois. On donnera une valeur arrondie au dixième.
2. Déterminer graphiquement, avec la précision permise par le graphique, l'âge correspondant à un poids de 12 kg. On laissera apparents les traits de construction utiles à la lecture.

EXERCICE 2 **5 points**

1. **a.** Montrer que, pour tout nombre entier naturel n, $10^n \equiv 1 \pmod{9}$.
   b. On considère quatre nombres entiers naturels a, b, c et d compris entre 0 et 9, a différent de 0. On pose $N = 1\,000a + 100b + 10c + d$.
   Montrer que $N \equiv a + b + c + d \pmod{9}$.

   Dans la suite, on admettra que le résultat que l'on vient de montrer pour un nombre à quatre chiffres est valable pour tout nombre entier naturel, quel que soit son nombre de chiffres. Autrement dit, tout nombre entier naturel N est congru modulo 9 à la somme de ses chiffres.
2. En utilisant le résultat précédent, déterminer les restes dans les divisions par 9 des nombres 321 765 et 415 283.
3. En déduire le reste dans la division par 9 du produit $321\,765 \times 415\,283$.
4. Jules a posé la multiplication $321\,765 \times 415\,283$ et a obtenu 133 623 534 485.
   Peut-on affirmer, sans effectuer l'opération, que le résultat n'est pas correct ? Justifier la réponse donnée.

EXERCICE 3 **4 points**

Le dessin donné dans la figure 1 de l'annexe 2 montre une partie du mur qui divisait Berlin. Le mur est vertical et de hauteur constante, il est bordé d'une allée horizontale et rectangulaire. La photo montre également l'ombre du mur, portée par le soleil sur le sol de l'allée. La ligne d'horizon est parallèle au bord inférieur du dessin.

1. Dessiner sur la figure 1 de l'annexe 2 les lignes de fuite du haut et du bas du mur puis la ligne d'horizon. Pour une meilleure lisibilité des tracés, on prolongera les lignes en dehors du cadre de la photo.
2. La figure 2 de l'annexe 2 est le début d'un dessin en perspective centrale de ce site. Le quadrilatère `abcd` est l'image du mur, le segment [`be`] est l'image de l'entrée de l'allée.
   - **a.** Justifier que les deux droites (`ab`) et (`cd`) ont le même point de fuite ω. Placer ce point sur le dessin.
   - **b.** Compléter le quadrilatère `abef` image de l'allée.
   - **c.** À l'entrée de l'allée est posé un bac à fleur parallélépipédique EGHIJKLM. La base EGHI repose sur le sol et la face EGKJ est frontale. Les images `e, g, h` et `k` des points E, G, H et K sont placées sur la figure 2. Compléter sur le dessin l'image `eghijklm` de ce bac.

EXERCICE 4 **7 points**

Les trois parties peuvent être traitées de façon indépendante
Partie A

On considère l'algorithme suivant :

Entrée	:	Saisir deux nombres entiers naturels non nuls m et n.
		Créer une liste vide L.
Initialisation	:	Affecter à i la valeur 1.
Traitement	:	Tant que $i \leqslant n+1$
		Affecter à r le reste de la division de m par n.
		Affecter à m la valeur de $10r$.
		Ajouter le quotient de la division de m par n à la fin de la liste L.
		Affecter à i la valeur $i+1$.
Sortie	:	Afficher la liste L.

1. Appliquer cet algorithme à $m = 13$ et $n = 7$.
   On reproduira sur la copie un tableau analogue à celui donné ci-dessous et on le complétera.

	r	m	Liste L	i
Initialisation		13		1
Fin étape 1				
Fin étape 2				
……				
……				

2. Écrire le début du développement décimal de $\dfrac{13}{7}$, obtenu à la calculatrice.
   Que représente la liste L pour le nombre $\dfrac{13}{7}$?
3. Le nombre $\dfrac{13}{7}$ est-il un nombre décimal ? Justifier la réponse donnée.

Partie B

1. On considère le nombre B dont l'écriture décimale illimitée est 0,375 375 375... où 375 est répété indéfiniment. Le nombre B est-il rationnel ? Justifier la réponse donnée.
2. On considère la suite (u_n) définie par son premier terme $u_1 = 0,375$ et, pour tout nombre entier naturel n, $u_{n+1} = 10^{-3} u_n$.

a. Quelle est la nature de la suite (u_n) ?

b. On considère, pour tout nombre entier naturel n, la somme S_n des n premiers termes de la suite (u_n). On a donc $S_n = u_1 + u_2 + \ldots\ldots + u_n$.
Exprimer S_n en fonction de n et déterminer la limite de la suite (S_n).

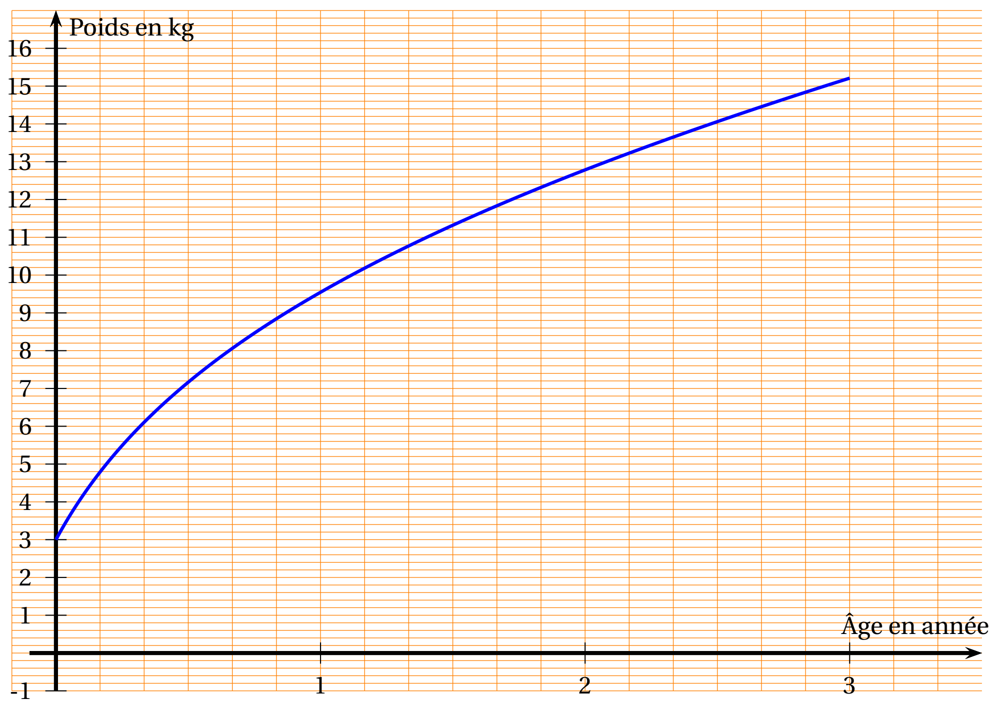
c. En déduire l'écriture du nombre B sous la forme d'une fraction irréductible.

Partie C

Dans cette partie, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

On considère le nombre C dont l'écriture décimale illimitée est 2,585 858... où 58 est répété indéfiniment. Écrire le nombre C sous la forme d'un quotient de deux nombres entiers.

Annexe 1 (à compléter et à rendre avec la copie)



Annexe 2 (à compléter et à rendre avec la copie)

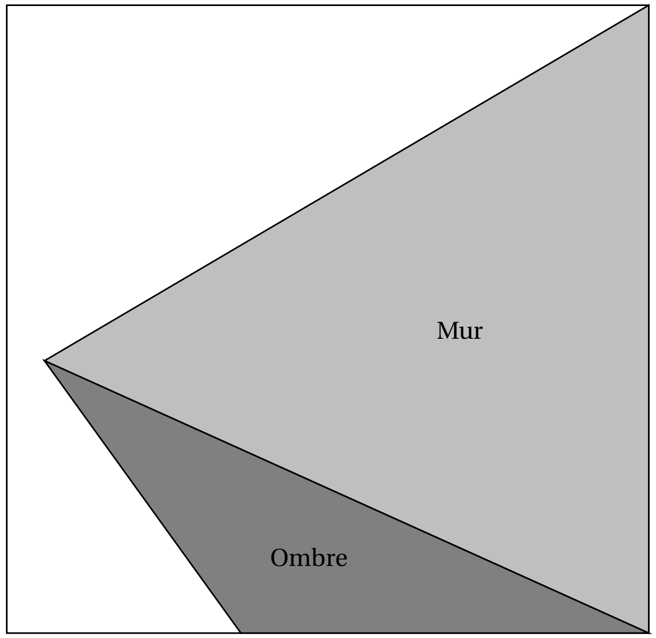
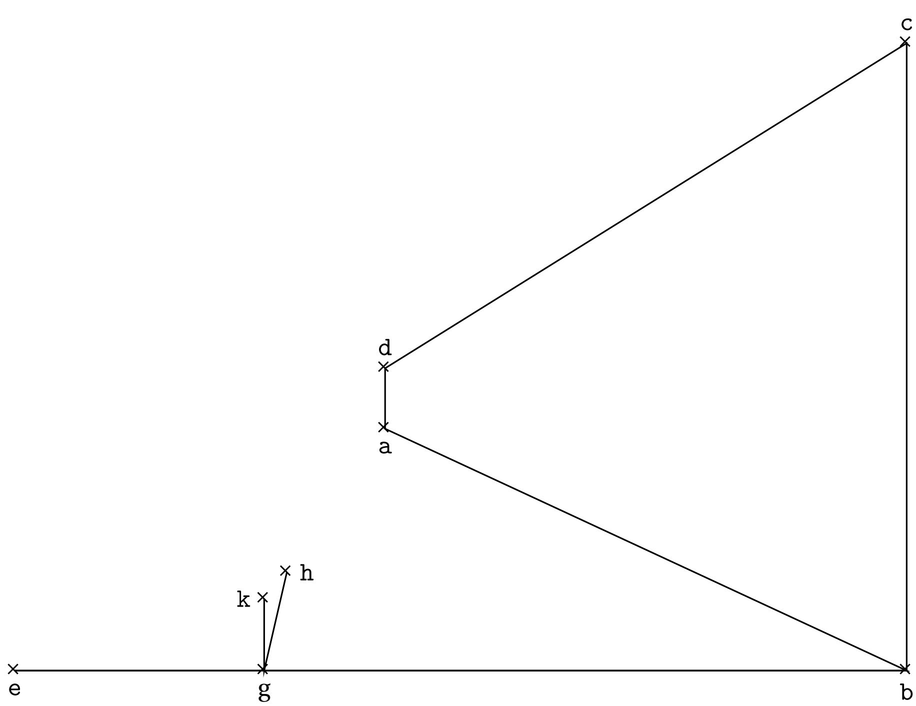


figure 1

figure 2



Baccalauréat L spécialité Liban 3 juin 2010

L'usage d'une calculatrice est autorisé 3 heures

EXERCICE 1 **5 points**

Dans cet exercice, pour chacune des questions, **une et une seule** des réponses proposées est exacte.
Aucune justification n'est attendue, il est seulement demandé de répondre en donnant le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse correcte.
Chaque bonne réponse rapporte 1 point. L'absence de réponse n'apporte ni n'enlève aucun point.

Questions	A	B	C
1. Le nombre de solutions réelles de l'équation $\left(e^x+1\right)\left(e^x-2\right)=0$ est :	0	1	2
2. L'ensemble des solutions dans $\mathbb{R}$ de l'inéquation $\left(e^x-1\right)(1-x)\geqslant 0$ est l'intervalle :	$[0\,;\,1]$	$]-\infty\,;\,1]$	$[1\,;\,+\infty[$
3. La fonction dérivée de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\left(x^2+1\right)e^x$ est telle que :	$f'(x)=2x+e^x$	$f'(x)=(x+1)^2e^x$	$f'(x)=2xe^x$
4. Pour tous les réels strictement positifs a et b, le réel $e^{\ln(a)+\ln(b)}$ est égal à :	ab	$a+b$	$\dfrac{a}{b}$
5. La suite définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n=2^n+2^{n+1}$ est :	Une suite arithmétique	Une suite géométrique	Une suite ni arithmétique, ni géométrique

EXERCICE 2 **5 points**

Lors d'une étude statistique sur les performances d'un joueur professionnel de basket, il a été établi que lorsqu'il joue à domicile (sur le terrain de son équipe), il marque le panier sur 68 % de ses tirs mais que lorsqu'il joue à l'extérieur (sur le terrain de l'équipe adverse), il ne marque le panier que sur 42 % de ses tirs.
De plus, lors d'une saison, il joue 60 % de ses matchs à domicile.

1. Ce joueur dispute un match à domicile. Il effectue successivement deux tirs. On admet que les résultats de ces deux tirs sont indépendants.

   a. Quelle est la probabilité p_1 que le joueur marque deux paniers ?

   b. Quelle est la probabilité p_2 que le joueur marque au moins un panier ?

2. On regarde un match à la télévision auquel participe ce joueur mais sans savoir s'il joue à domicile ou à l'extérieur. Il effectue un tir.
On note D l'évènement « Le joueur dispute son match à domicile » et M l'évènement « Le joueur marque le panier ».

   a. Donner la probabilité $p(D)$ de l'évènement D et la probabilité $p_D(M)$ de M sachant D.

   b. Calculer la probabilité $p(M\cap D)$ de l'évènement $M\cap D$.

   c. Démontrer que la probabilité de l'évènement M est $p(M)=0,576$.

   d. Le joueur marque le panier. Quelle est la probabilité qu'il joue à domicile ? On arrondira au millième.

EXERCICE 3 **5 points**

Alain et Alice ont l'habitude d'échanger entre eux des messages secrets. Afin que ces messages ne puissent être déchiffrés, ils décident de les coder.
Leurs messages ne sont écrits qu'en lettres majuscules, sans espace entre les mots.
À chaque lettre de l'alphabet, on fait correspondre un rang selon le tableau ci-dessous.

Lettre	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
Rang	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Lettre	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
Rang	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25

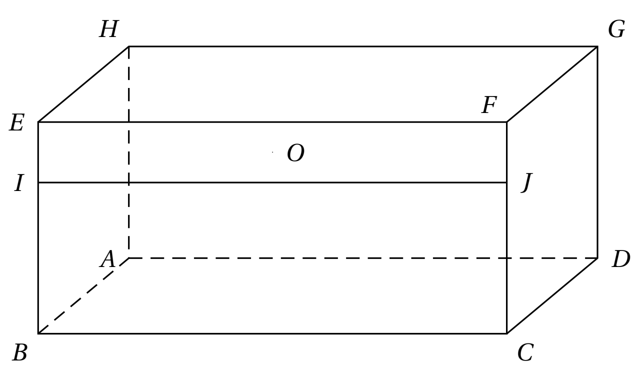
La lettre de rang x est codée par la lettre de rang r, où r est le reste de la division euclidienne de $3x+20$ par 26.
Par exemple, la lettre T a pour rang 19. Le reste de la division euclidienne de $3\times 19+20=77$ par 26 est 25, qui est le rang de la lettre Z. Ainsi T est codée par Z.

1. Vérifier que la lettre M est codée par la lettre E.
2. Coder le message suivant : « MATHS ».
3. On veut déterminer la lettre codée par B. On appelle x son rang.
   Montrer que $3x \equiv 7 \quad [\text{mod } 26]$ et conclure.
4. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*
   Recopier le tableau ci-dessous et le compléter pour décoder le message « JUASBG » en expliquant la démarche :

Lettre	F			I		
Rang	5			8		
Rang lettre codée	9	20	0	18	1	6
Lettre codée	J	U	A	S	B	G

EXERCICE 4 **5 points**

La figure ci-dessous est la représentation en perspective parallèle d'un élément de cuisine ayant la forme d'un pavé $ABCDEFGH$. Le rectangle $EJJF$ qui représente un tiroir est tel que $EI=\dfrac{1}{4}EB$. Le point O, centre du rectangle $EIJF$ représente la poignée du tiroir.



On complètera les figures données en annexe et on laissera apparents tous les traits de construction.

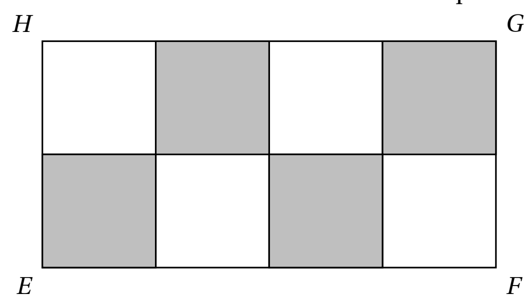
1. La figure 1 donnée en annexe amorce une représentation en perspective centrale du meuble. La face $ABCD$ est horizontale et l'arête $[BE]$ est dans un plan frontal.
   Les points $A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, O$ sont respectivement représentés par les points $a,\ b,\ e,\ d,\ e,\ j,\ g,\ h,\ i,\ j,\ o$. La droite Δ est la ligne d'horizon.

a. Construire les points de fuite f_1 et f_2 des droites (ab) et (bc).

b. Construire les points d, e, f, g, h.

c. Placer les points i, j, o.

2. La face EFGH de ce meuble est un plan de travail que l'on souhaite carreler avec des carreaux carrés de deux couleurs comme indiqué ci-dessous.



Sur la figure 2 de l'annexe, on a commencé la représentation en perspective centrale de ce plan de travail en supposant que $[EF]$ est dans un plan frontal. La droite Δ est la ligne d'horizon.

Représenter le carrelage et griser les carreaux foncés.

Annexe à rendre avec la copie

Figure 1

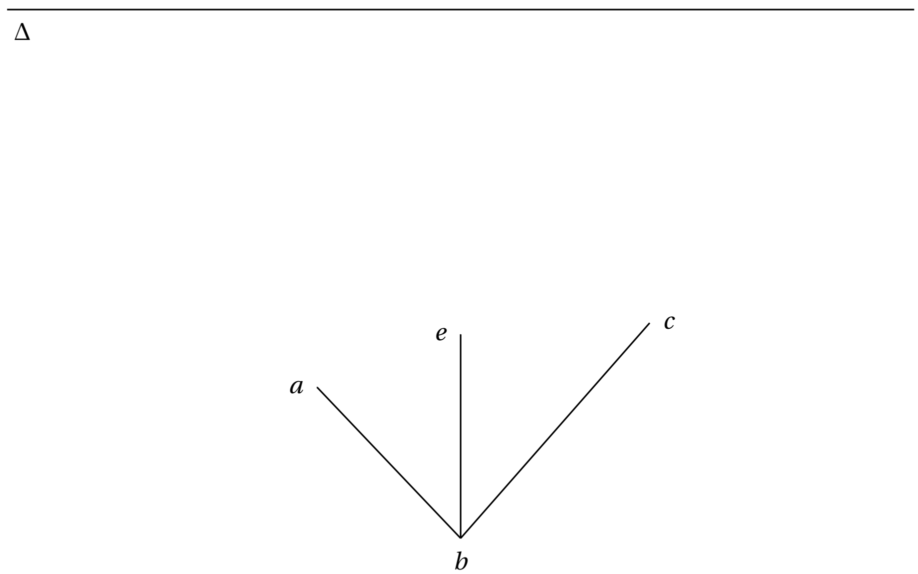
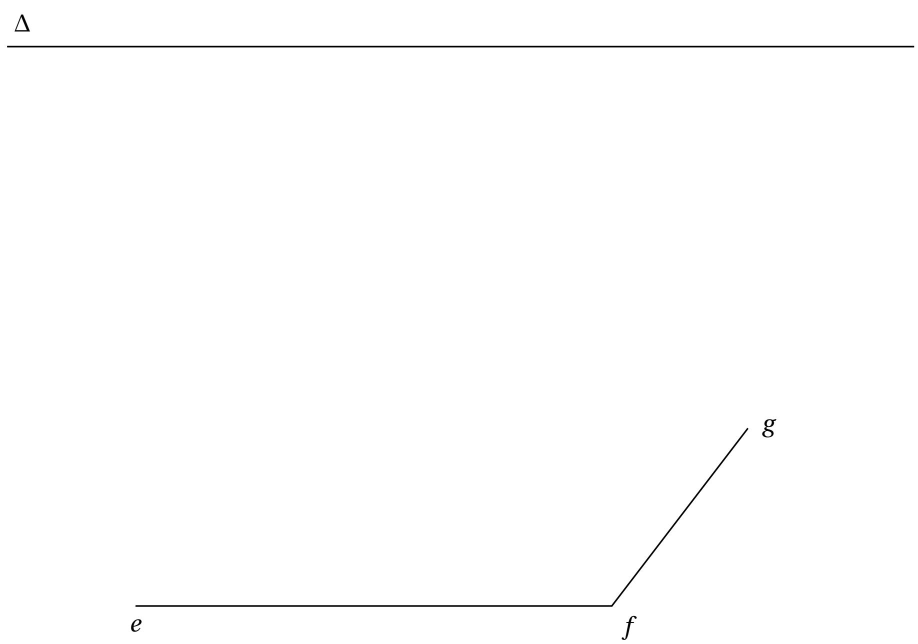


Figure 2



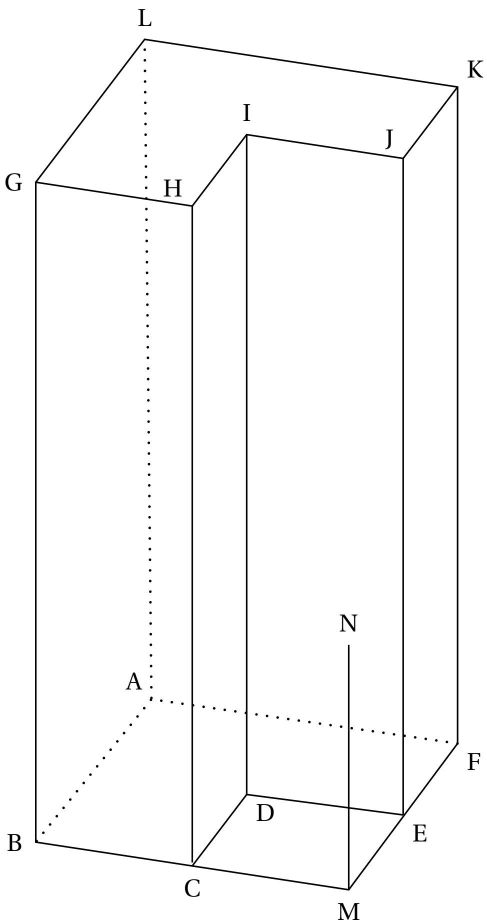
Baccalauréat L spécialité Métropole–La Réunion 23 juin 2010

L'usage d'une calculatrice est autorisé 3 heures

Deux annexes sont à rendre avec la copie

EXERCICE 1 **5 points**

Un immeuble a la forme du solide ABCDEFGHIJKL dont une représentation en perspective parallèle est donnée ci-dessous.



Une esplanade, qui a la forme du carré CDEM, jouxte cet immeuble.

À un coin de cette esplanade se trouve un mât vertical représenté par [MN].

ABMF est un carré de centre D.

Les points E et C sont les milieux respectifs des segments [MF] et [MB].

Trois dessins sont donnés en annexe. Ils sont à compléter et à rendre avec la copie, en laissant apparents les traits de construction.

1. On place un projecteur, qui est donc une source de lumière ponctuelle, au point H. Le dessin donné en **annexe 1** est une représentation de l'immeuble en perspective parallèle.
   a. Sur ce dessin représenter l'ombre du mât sur le sol.
   b. On note P le milieu du mât. Construire l'ombre p du point P.
2. À une certaine heure, les rayons du soleil sont parallèles à la droite (GC). Le dessin donné en **annexe 2** est encore une représentation de l'immeuble en perspective parallèle.
   a. Sur ce dessin représenter l'ombre au soleil du mât sur le sol à cette heure.
   b. L'ombre au soleil du milieu du mât est-elle le milieu de l'ombre du mât ? Justifier.

3. En **annexe 3** on a amorcé une représentation en perspective centrale de cet immeuble.
On suppose que la face BCHG est située dans un plan frontal.
Les points `b, g, k, f` et `m` sont les images des points B, G, K, F et M dans cette perspective. La droite (δ) est la ligne d'horizon.

a. Construire les images `c, d` et `e` des points C, D et E (l'ordre de construction n'est pas imposé).

b. Compléter la représentation en perspective centrale de l'immeuble. *On ne représentera ni le mât ni les arêtes cachées.*

EXERCICE 2 **6 points**

Soit la suite U de terme général U_n définie par $\mathrm{U}_0 = 0$ et, pour tout entier naturel n, par :

$$\mathrm{U}_{n+1} = \mathrm{U}_n + 2(n+1).$$

1. Montrer que $\mathrm{U}_1 = 2$ et que $\mathrm{U}_2 = 6$. Calculer U_3.

2. Chacune des trois propositions suivantes est-elle vraie ou fausse ?
Justifier les réponses.
Proposition 1 : « La suite U est arithmétique. »
Proposition 2 : « Il existe au moins une valeur de n pour laquelle $\mathrm{U}_n = n^2 + 1$. »
Proposition 3 : « Pour toutes les valeurs de n, on a $\mathrm{U}_n = n^2 + 1$. »

3. On considère l'algorithme suivant :

Entrée :	N un entier naturel non nul
Initialisation :	P = 0
Traitement :	Pour K allant de 0 à N :
	Affecter à P la valeur P + K
	Afficher P
Fin de l'algorithme	

a. Faire fonctionner cet algorithme avec N = 3.
Obtient-on à l'affichage les valeurs des quatre premiers termes de la suite U ?

b. Modifier cet algorithme de manière à obtenir à l'affichage les valeurs des N premiers termes de la suite U.

4. **a.** Montrer que, pour tout entier naturel k, $\left(k^2 + k\right) + 2(k+1) = (k+1)^2 + k + 1$.

b. Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel n, $\mathrm{U}_n = n^2 + n$.

EXERCICE 3 **4 points**

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[1 ; 15]$ par

$$f(x) = 2 + 3\ln x.$$

On appelle $(\mathscr{C})$ la courbe représentative de f dans un repère orthogonal.
On note f' la fonction dérivée de f.

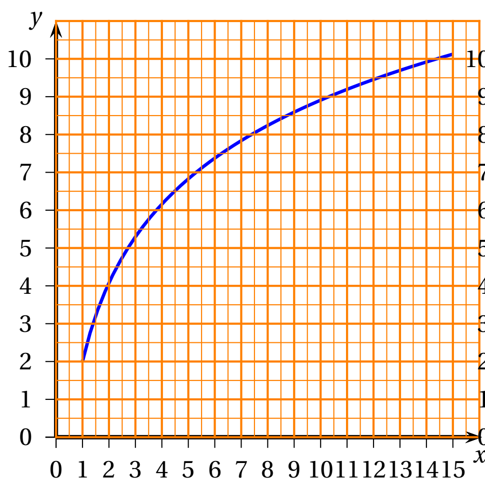
1. Calculer $f'(x)$, pour tout nombre réel x de l'intervalle $[1 ; 15]$.

2. Déterminer le coefficient directeur de la tangente à la courbe $(\mathscr{C})$ en son point d'abscisse 1.

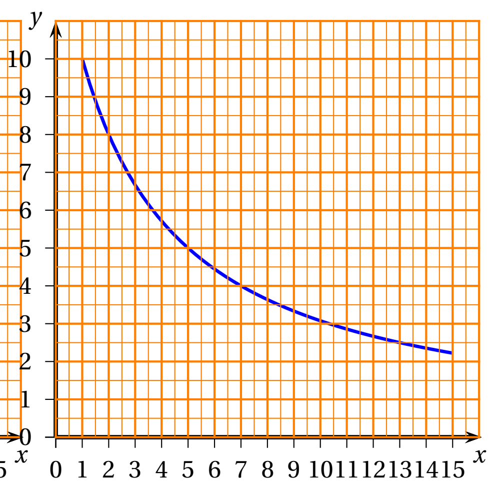
3. Résoudre l'équation $f(x) = 8$.

4. Parmi les trois représentations graphiques données ci-dessous, une seule représente la fonction f.
Préciser quelle est cette représentation et justifier l'élimination de chacune des deux autres.

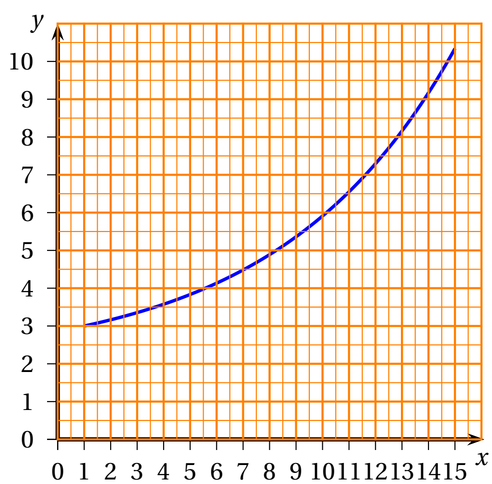
n° 1



n° 2



n° 3



EXERCICE 4 — 5 points

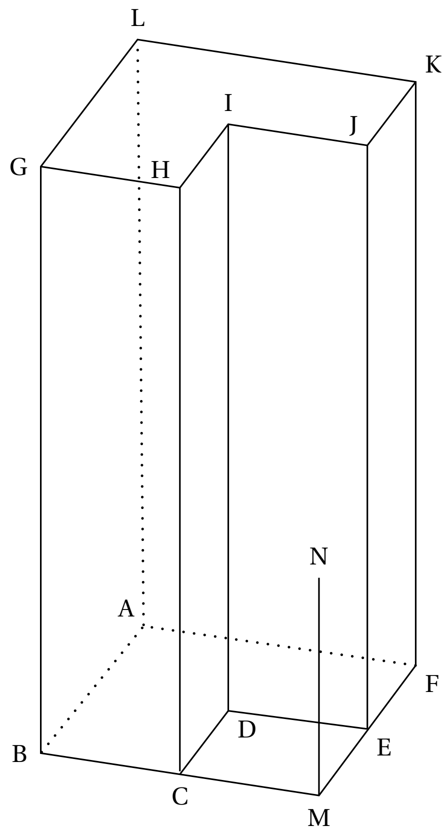
1. Justifier que $10^3 \equiv -1 (\text{modulo } 13)$.
2. **a.** En déduire le reste de la division euclidienne de 10^6 par 13.
   b. Montrer que $10^9 \equiv -1 (\text{modulo } 13)$ et que $10^{12} \equiv 1 (\text{modulo } 13)$.
3. Soit l'entier N = 5 292 729 824 628.
   a. En remarquant qu'une autre écriture de N est :

$$\text{N} = 5 \times 10^{12} + 292 \times 10^9 + 729 \times 10^6 + 824 \times 10^3 + 628$$

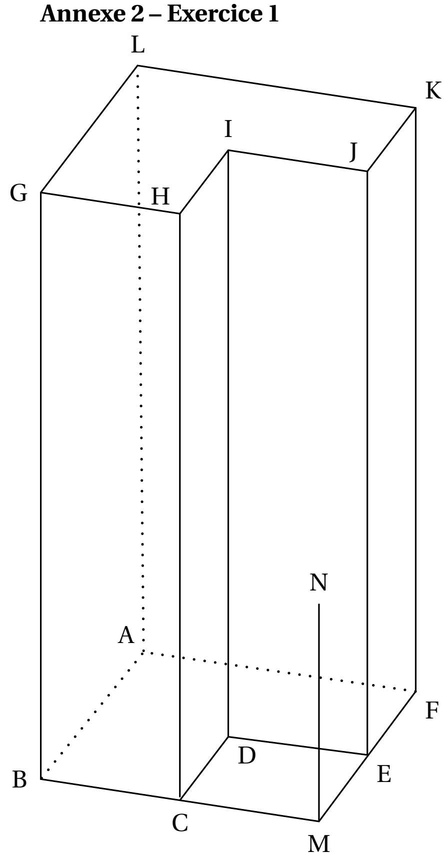
   démontrer que N est congru à 246 modulo 13.
   b. N est-il divisible par 13 ?
   c. *Dans cette question toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*
   Démontrer que le nombre $10^{2010} + 12$ est divisible par 13.

ANNEXES (à compléter et à rendre avec la copie)

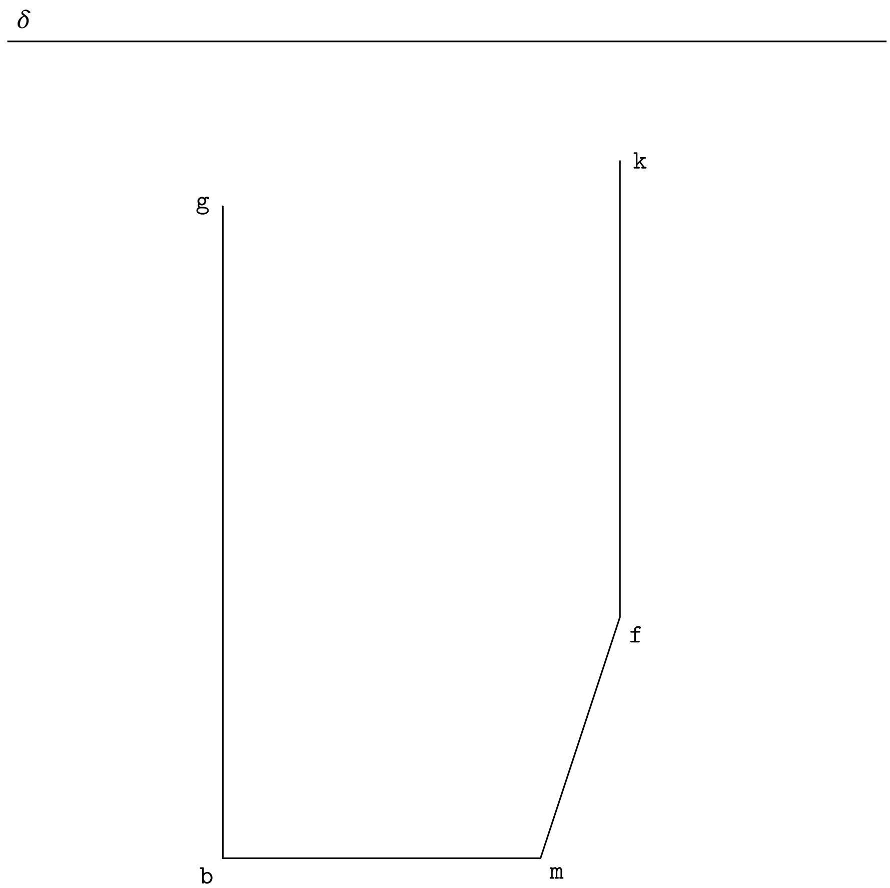
Annexe 1 – Exercice 1



Annexe 2 – Exercice 1



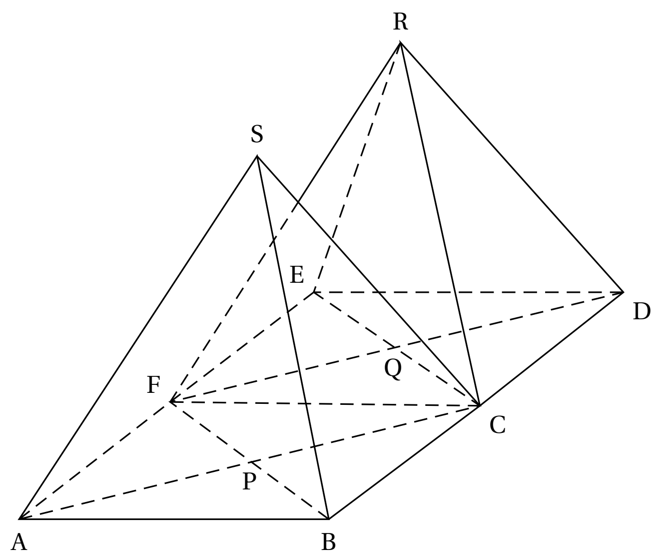
Annexe 3 – Exercice 1



Baccalauréat TL-Enseignement de spécialité
Polynésie juin 2010

EXERCICE 1 **5 points**

On a représenté ci-dessous en perspective parallèle deux pyramides régulières à base carrée SABCF et RFCDE, de même hauteur SP et RQ, où P est le centre du carré ABCF et Q le centre du carré CDEF.
Le plan horizontal contient les six points A, B, C, D, E et F.
Les points A et B sont dans un plan frontal.



On veut reproduire cette figure en perspective centrale sur la feuille de l'annexe 1, à rendre avec la copie.
On laissera apparents tous les traits de construction

Dans la perspective centrale, on convient de noter avec une lettre minuscule les images des points. Ainsi `a` est l'image de A, `b` est l'image de B, etc.
Sur la feuille de l'annexe 1, on a tracé la ligne d' horizon, notée (h), les segments [`ab`] et [`bc`] ainsi que le point `s`.

1. Placer le point de fuite `m` de la droite (BC) et le point de fuite `n` de la droite (AC).
2. Construire l'image `f` du point F. Donner deux propriétés de la perspective centrale qui justifient la construction du point `f`.
3. Construire les points `d` et `e` images respectives des points D et E.
4. Quel est le point de fuite de la droite (SR) ? On ne demande pas de justification.
5. Terminer la construction des deux pyramides.

EXERCICE 2 **5 points**

On considère les fonctions u et v définies sur l'intervalle $[0 ; 2]$ par :

$$u(x) = 10\text{e}^{-2x} \quad \text{et} \quad v(x) = 0,1\text{e}^{2x}.$$

On étudie la fonction f définie sur l'intervalle $[0 ; 2]$ par $f(x) = u(x) + v(x)$.
Soient $\mathscr{C}_u$, $\mathscr{C}_v$ et $\mathscr{C}_f$ les courbes représentant respectivement les fonctions u, v et f dans un repère orthogonal $(\text{O}x, \text{O}y)$.

1. **a.** Calculer la fonction dérivée f' de f.

   b. Vérifier que, pour tout nombre réel x de $[0\,;\,2]$, $f'(x) = 2(v(x) - u(x))$.

   c. En déduire que les inéquations $f'(x) > 0$ et $v(x) > u(x)$ ont même ensemble de solutions.

   Les courbes $\mathscr{C}_u$ et $\mathscr{C}_v$ sont tracées sur la feuille de l'annexe 2. On note α l'abscisse du point d'intersection des deux courbes $\mathscr{C}_u$ et $\mathscr{C}_v$.

2. Dans cette question, on résout graphiquement l'inéquation $v(x) > u(x)$.

   a. Ajouter sur le graphique le nom des courbes.

   b. Déterminer graphiquement, avec la précision permise par le graphique, une valeur approchée du nombre α.

   c. Résoudre graphiquement, avec la précision permise par le graphique, l'inéquation $v(x) > u(x)$.

3. Donner le tableau de variation de la fonction f.

4. Compléter le graphique de l'annexe 2 en traçant la courbe $\mathscr{C}_f$.

EXERCICE 3 **5 points**

Dans cet exercice, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation

Trois amis Alain, Bernard et Corinne vont dîner à l'« Auberge de Bernoulli ». L'aubergiste propose de tirer au sort la personne qui payera le dîner. Il leur présente un sachet opaque qui contient quatre boules, dont trois blanches et une noire. Le premier des trois amis qui tire la boule noire paie tous les repas. Si aucun des trois ne tire la boule noire, l'aubergiste offre le dîner. Les trois amis veulent comparer deux méthodes différentes de tirer les boules.

Dans cet exercice, on notera :

- A l'évènement « Alain tire une boule noire »,
- B l'évènement « Bernard tire une boule noire »,
- C l'évènement « Corinne tire une boule noire »,
- $\overline{A}$, $\overline{B}$ et $\overline{C}$ les évènements contraires des précédents.

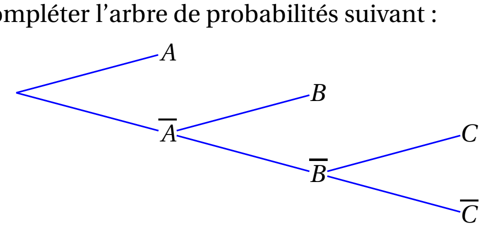
Tous les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles

1. **Première méthode**

   Alain, Bernard et Corinne doivent tirer au hasard et l'un après l'autre, dans l'ordre alphabétique de leur prénom, **une boule puis la remettre dans le sachet**. Lorsque la boule noire est tirée, on arrête les tirages.

   a. Calculer la probabilité de l'évènement A, notée $p(A)$, et la probabilité conditionnelle de l'évènement B sachant que $\overline{A}$ est réalisé, notée $p_{\overline{A}}(B)$.

   b. Recopier et compléter l'arbre de probabilités suivant :



   c. Calculer $p(B)$ et $p(C)$.

   d. Quelle est la probabilité de l'évènement « l'aubergiste offre le dîner » ?

2. **Deuxième méthode**

   Alain, Bernard et Corinne doivent tirer au hasard et l'un après l'autre, dans l'ordre alphabétique de leur prénom, **une boule sans la remettre dans le sachet**. Lorsque la boule noire est tirée, on arrête les tirages.

a. Calculer les probabilités des évènements A, B et C.
Calculer la probabilité de l'évènement « l'aubergiste offre le diner ».

3. Expliquer pourquoi Corinne préfère la première méthode.
Quelle est la méthode la plus favorable à l'aubergiste ?

EXERCICE 4 — 5 points

Partie A

On considère l'algorithme suivant :

Initialisation	:	Affecter à N la valeur 0.
		Affecter à U la valeur 10.
Traitement	:	Tant que $U \leqslant 100$
		│ Affecter à N la valeur N + 1.
		│ Affecter à U la valeur 2U - 5.
Sortie	:	Afficher N.

Faire fonctionner cet algorithme en complétant certaines des cases du tableau de l'annexe 2.

Partie B

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 10$ et, pour tout nombre entier naturel n, $u_{n+1} = 2u_n - 5$.

1. Calculer u_1 et u_2.

2. On veut démontrer, pour tout nombre entier naturel n, l'égalité (E_n) :

$$u_n = 5 \times 2^n + 5$$

a. Soit k un nombre entier naturel. Montrer que si l'égalité (E_k) est vraie, alors l'égalité (E_{k+1}) est vraie.

b. Que reste-t-il à vérifier pour démontrer que, pour tout nombre entier naturel n, $u_n = 5 \times 2^n + 5$?

Partie C

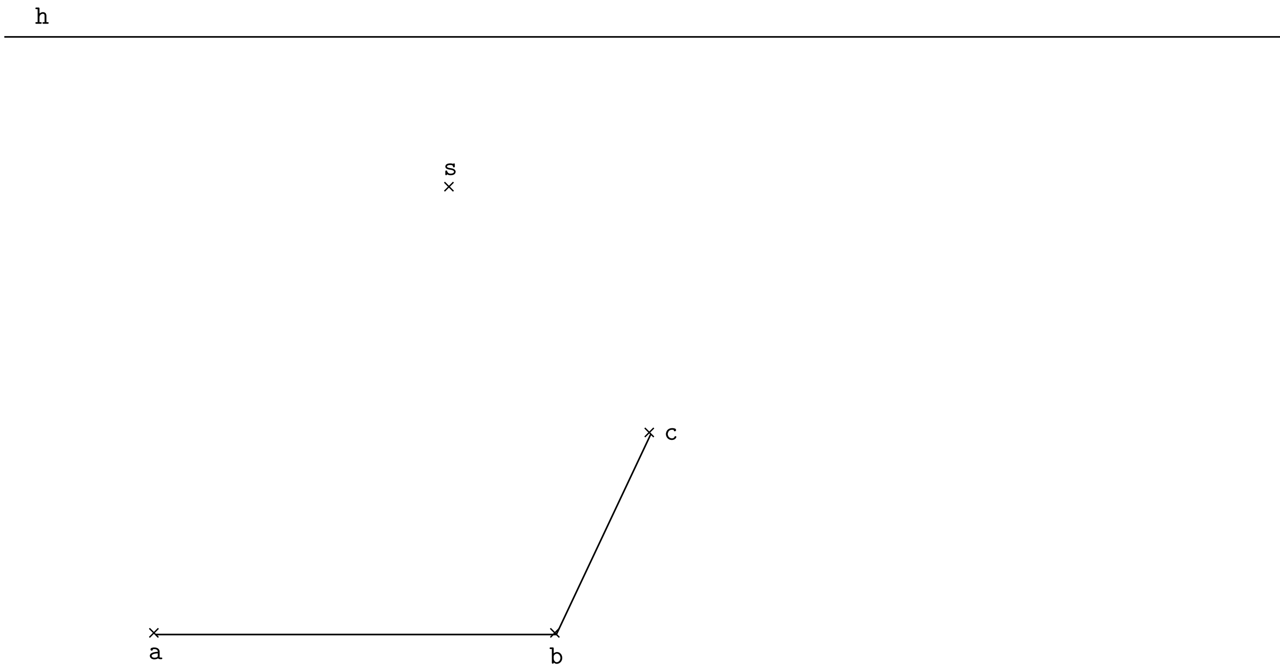
On cherche la plus petite valeur n_0 de n telle que $u_n > 1\,000$.

1. Expliquer comment modifier l'algorithme de la partie A pour obtenir cette valeur n_0.

2. Déterminer cette valeur n_0.

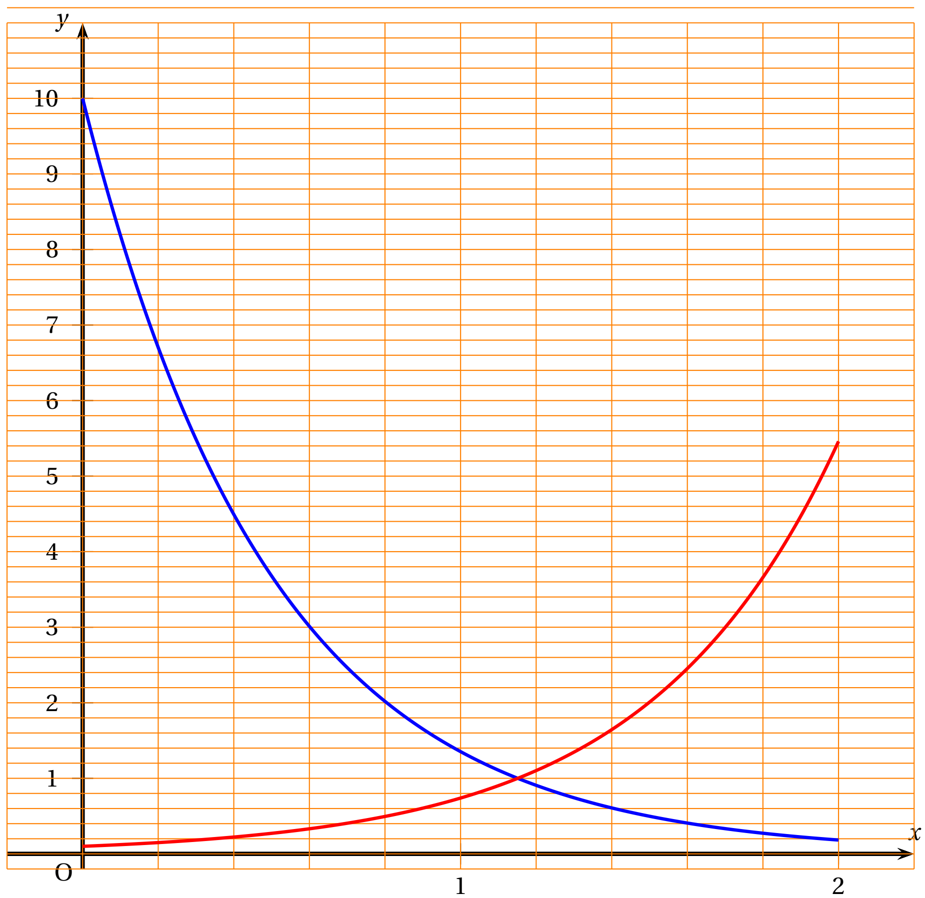
Annexe 1 (à rendre avec la copie :

Exercice 1



Annexe 2 (à rendre avec la copie)

Exercice 2



Exercice 4

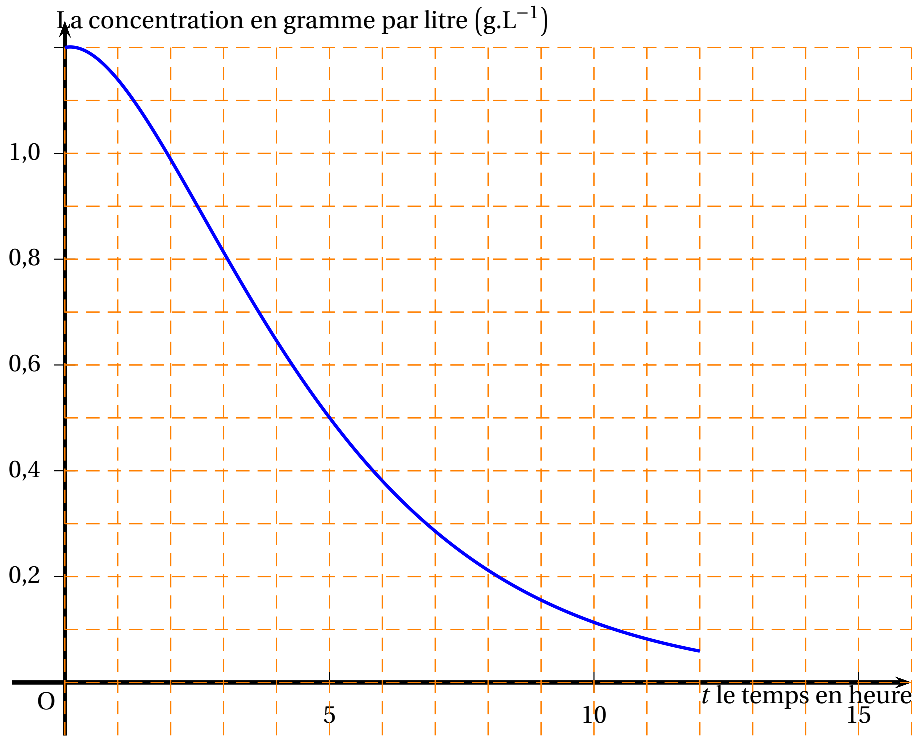
initialisation												
	N											
	U											
traitement		étape 1	étape 2	étape 3	…	…	…	…	…	…	…	
	N											
	U											
sortie												

∽ Baccalauréat L spécialité Métropole–La Réunion ∽
17 septembre 2010

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Un groupe de chercheurs étudie l'élimination d'un médicament dans le sang. Pour cela, on a injecté ce médicament par intraveineuse à un patient volontaire. On a fait une première mesure à un instant que l'on appelle instant initial. À partir de cet instant initial on a mesuré pendant 24 heures la concentration en gramme par litre $\left(\text{g.L}^{-1}\right)$ de médicament restant dans le sang du patient. Pour les 12 premières heures, on a ainsi obtenu la courbe suivante :



1. On répondra aux questions du 1. par simple lecture graphique.
   - **a.** Quelle est, en $\left(\text{g.L}^{-1}\right)$, la concentration du produit dans le sang du patient à l'instant initial ?
   - **b.** Que devient cette concentration au bout de 2 heures ?
   - **c.** Pour que la personne ait le droit de conduire, il faut que la concentration de médicament dans le sang soit inférieure à $0,4$ $\left(\text{g.L}^{-1}\right)$. À partir de combien de temps après l'instant initial la personne peut-elle alors prendre le volant ?
2. On admet que l'on peut modéliser cette situation par la fonction f. Si t mesure le temps en heure, la concentration $f(t)$ à l'instant t est donnée par la formule :

$$f(t) = (0,5t + 1,2)\mathrm{e}^{-0,4t}, \text{ pour tout } t \text{ élément de } [0\,;\,24].$$

   - **a.** En utilisant ce modèle, retrouver les résultats des deux questions 1. a. et 1. b.
   - **b.** On appelle f' la fonction dérivée de f.
     Vérifier que, pour tout t de $[0\,;24]$, $f'(t) = (-0,2t + 0,02)\mathrm{e}^{-0,4t}$.

c. La fonction f est-elle décroissante sur $[0\,;\,24]$? Justifier.

d. En utilisant ce modèle et à l'aide de la calculatrice, déterminer à partir de combien d'heures après l'instant initial, la concentration devient inférieure à $0,06\ \left(\text{g.L}^{-1}\right)$.

EXERCICE 2 — 4 points

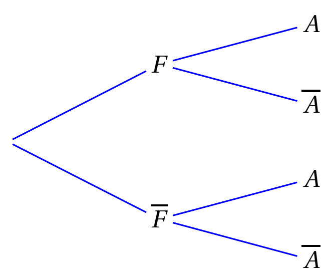
Commun à tous les candidats

On s'est aperçu que 35 % des personnes qui entraient dans un magasin de chaussures étaient des hommes. D'autre part, parmi les personnes qui entrent dans ce magasin, 40 % des femmes et 55 % des hommes ont fait au moins un achat.

On interroge au hasard une personne à la sortie du magasin.

On note A l'évènement : « la personne interrogée a fait au moins un achat » et $\overline{A}$ l'évènement contraire de A.
On note F l'évènement : « la personne interrogée est une femme » et $\overline{F}$ évènement contraire de F.

1. Reproduire et compléter sur la copie l'arbre de probabilité donné ci-dessous.



2. Déterminer la valeur de $p(A)$.
3. Sachant qu'elle n'a fait aucun achat, quelle est la probabilité que la personne interrogée soit un homme ?
On arrondira au centième.

EXERCICE 3 — 5 points

Commun à tous les candidats

On considère la suite v de terme général v_n définie par :

$$v_0 = 1\,000 \text{ et, pour tout entier naturel } n,\ v_{n+1} = v_n \times 1,005 + 30.$$

On considère l'algorithme suivant :

Entrées	:	Deux nombres entiers S et N
Traitement	:	Pour K allant de 1 à N
		Donner à S la valeur S $\times 1,005$
Afficher	:	S

Partie A :

1. Calculer v_1 et donner une valeur arrondie au millième de v_4.
2. Faire fonctionner cet algorithme pour S = 1 000 et N = 4. Dans l'affichage final arrondir le résultat au millième.
3. Transformer l'algorithme proposé afin qu'il affiche en sortie finale v_4.

Partie B :

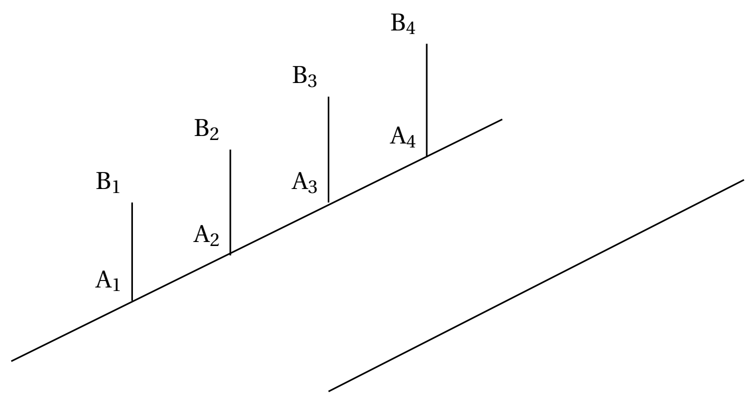
On place 1 000 € sur un livret qui rapporte 0,5 % par mois à intérêts composés. Chaque fin de mois, on y verse la somme de 30 €. Ce livret est bloqué pour 5 ans ce qui signifie que, sur cette période, il est donc impossible de retirer de l'argent.

1. Vérifier qu'à la fin du premier mois, la somme présente sur le livret est égale à 1 035 €.
2. Donner un algorithme qui permet d'afficher en sortie finale la somme présente sur ce livret au bout d'une année.
   On ne demande pas de calculer cette somme.

EXERCICE 4 **6 points**
Commun à tous les candidats

Deux dessins sont donnés en annexe. Ils sont à compléter et à rendre avec la copie. On laissera apparents les traits de construction. Aucune autre justification n'est demandée.

Des piquets de même hauteur et régulièrement espacés sont plantés sur l'un des bords d'une route rectiligne. Dans le dessin ci-dessous, on a représenté ces piquets en perspective parallèle par les segments $[A_1B_1]$, $[A_2B_2]$, $[A_3B_3]$ et $[A_4B_4]$.



Partie A :

Un lampadaire représenté par le segment [LS] est disposé sur l'autre bord de la route conformément au dessin en perspective parallèle donné en **annexe 1**.

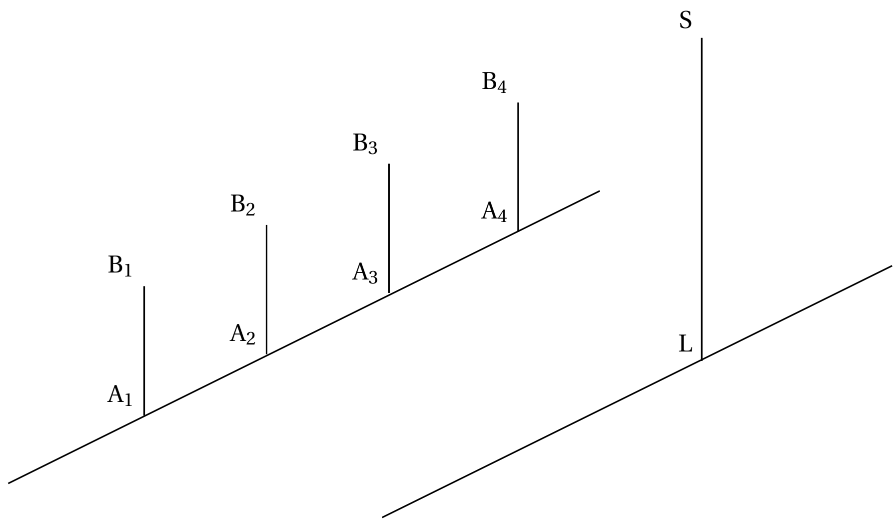
Tracer en **annexe 1** l'ombre sur le sol de chacun des quatre piquets du lampadaire. La source lumineuse est située au point S. On repassera les ombres des piquets en couleur.

Partie B :

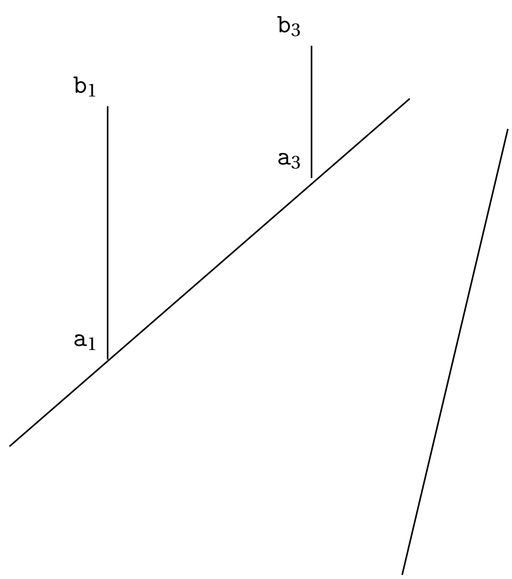
On dessine la même route en perspective centrale sur le dessin donné en **annexe 2**, les plans frontaux étant perpendiculaires à la route. On a représenté le premier et le troisième piquet par les segments $[\mathtt{a}_1\mathtt{b}_1]$ et $[\mathtt{a}_3\mathtt{b}_3]$. Les points $\mathtt{a}_1$, $\mathtt{b}_1$, $\mathtt{a}_3$ et $\mathtt{b}_3$ sont les images respectives par la perspective centrale des points A_1, B_1, A_3 et B_3.

1. Placer le point de fuite principal F.
2. Tracer la ligne d'horizon (δ).
3. Dessiner en **annexe 2** les images des deuxième et quatrième piquets.

Annexe 1 (à compléter et à rendre avec la copie)
Exercice 4



Annexe 2 (à compléter et à rendre avec la copie)
Exercice 4



∽ Baccalauréat L Nouvelle-Calédonie ∾
Épreuve de spécialité - novembre 2010
Durée : 3 heures

EXERCICE 1 **7 points**

Un Centre Culturel propose, pour l'année, différentes sortes de spectacles :

- 24 spectacles de théâtre,
- 12 spectacles de musique,
- 4 spectacles de danse.

Afin de recevoir davantage de public pour certaines manifestations, 25 % des spectacles de théâtre, 50 % des spectacles de musique et un seul spectacle de danse ont lieu sous chapiteau. Les autres spectacles ont lieu dans le Centre Culturel.
Une personne choisit au hasard un spectacle parmi les 40 spectacles programmés.

On note T l'événement « Le spectacle choisi est un spectacle de théâtre ».
On note M l'événement « Le spectacle choisi est un spectacle de musique ».
On note D l'événement « Le spectacle choisi est un spectacle de danse ».
On note P l'événement « Le spectacle choisi a lieu sous chapiteau ».

Partie 1

Compléter l'arbre de probabilité illustrant cette situation sur la feuille annexe 1 à remettre avec la copie.

Partie 2

*Pour chacune des propositions suivantes, une seule des réponses **A, B** ou **C** est exacte. Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée. Une réponse exacte rapporte* 1 *point. Une réponse fausse n'enlève aucun point. L'absence de réponse ne rapporte aucun point et n'en enlève aucun.*

1. La probabilité que la personne choisisse un spectacle de musique est :

   A : $\dfrac{1}{3}$ B : 0,3 C : $\dfrac{1}{40}$

2. La personne ayant choisi un spectacle de théâtre, la probabilité de ne pas être sous chapiteau est :

   A : 0,75 B : $\dfrac{1}{4}$ C : $\dfrac{18}{40}$

3. La probabilité que la personne choisisse un spectacle de musique sous chapiteau est :

   A : 0,5 B : $\dfrac{3}{20}$ C : 0,12

4. La probabilité d'avoir choisi un spectacle sous chapiteau est :

   A : $\dfrac{76}{100}$ B : 0,33 C : $\dfrac{13}{40}$

5. Le spectacle ayant lieu sous chapiteau, la probabilité d'avoir choisi un spectacle de musique est

   A : $\dfrac{6}{13}$ B : 0,5 C : $\dfrac{13}{40}$

EXERCICE 2 **6 points**

Pierre affirme : « Pour tout entier naturel n, les nombres $n^2 - 1$ et $n^3 - n$ sont multiples de 3 ».
Jules dit « quel que soit l'entier naturel n, $2n^2 + n + 1$ n'est pas divisible par 3 ».

1. Pierre et Jules réalisent le tableau suivant que **vous recopierez et compléterez sur votre copie :**

n	n^2	n^3	$n^2 - 1$	$n^3 - n$	$2n^2+n+1$
1					
4					
5					
10					

2. La seule lecture du tableau précédent permet-elle de dire :
   a. que l'affirmation de Pierre est exacte ?
   b. que l'affirmation de Jules est exacte ?

3. **a.** Recopier le tableau suivant et le compléter en utilisant les propriétés des congruences. Les résultats donnés seront **des entiers naturels inférieurs ou égaux à 2**.

Si $n \equiv 0 \mod 3$	Si $n \equiv 1 \mod 3$	Si $n \equiv 2 \mod 3$
$n^2 \equiv \ldots \mod 3$	$n^2 \equiv \ldots \mod 3$	$n^2 \equiv \ldots \mod 3$
$n^2 - 1 \equiv \ldots \mod 3$	$n^2 - 1 \equiv \ldots \mod 3$	$n^2 - 1 \equiv \ldots \mod 3$
$n^3 \equiv \ldots \mod 3$	$n^3 \equiv \ldots \mod 3$	$n^3 \equiv \mod 3$
$n^3 - n \equiv \ldots \mod 3$	$n^3 - n \equiv \ldots \mod 3$	$n^3 - n \equiv \ldots \mod 3$

   b. Que peut-on en conclure pour l'affirmation de Pierre ?

4. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

   En utilisant une méthode similaire à celle développée dans la question 3., démontrer que la propriété énoncée par Jules est exacte.

EXERCICE 3 **7 points**

On considère la fonction exponentielle définie sur l'ensemble des nombres réels $\mathbb{R}$, notée f et définie par $f(x) = \mathrm{e}^x$. La représentation graphique $\mathscr{C}$ de cette fonction dans un repère est donnée sur la feuille **annexe 2**.

Les points à placer et les tracés demandés seront effectués sur l'annexe 2 à remettre avec la copie.

1. Placer sur la courbe $\mathscr{C}$ le point A_0 d'abscisse 1. Quelles sont ses coordonnées (donner les valeurs exactes) ?
2. On a placé sur l'axe des abscisses les points B_0, B_0, $B_0 2$, B_0 d'abscisses respectives 0, -1, -2, -3. En appliquant l'algorithme suivant, compléter le dessin :

   Initialisation : affecter à i la valeur 0.
   A_0 est le point défini dans la question 1.

Traitement : tant que $i \leqslant 3$ tracer le segment $[\mathrm{A}_i\mathrm{B}_i]$,
Affecter à i la valeur $i+1$.
Placer le point $\mathrm{A}_i(1-i\ ;\ f(1-i))$ ».
(*Aide* : on trouvera comme point A_1 le point de coordonnées $(0\,;1)$ ».

3. Déterminer une équation de la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point A_0. Démontrer que cette tangente est la droite $(\mathrm{A}_0\mathrm{B}_0)$.

4. Déterminer une équation de la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point A_1. Démontrer que cette tangente est la droite $(\mathrm{A}_1\mathrm{B}_1)$.

On admettra que cette propriété démontrée dans les questions 3. et 4. pour les droites $(\mathrm{A}_0\mathrm{B}_0)$ et $(\mathrm{A}_1\mathrm{B}_1)$ est encore vraie pour toute droite $(\mathrm{A}_n\mathrm{B}_n)$, c'est-à-dire que la droite $(\mathrm{A}_n\mathrm{B}_n)$ est la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point A_n, où A_n est le point obtenu par application de l'algorithme précédent et B_n est le point de l'axe des abscisses d'abscisse $-n$, n étant un entier naturel quelconque,

5. Tracer avec précision la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse -3. Justifier la construction.

6. Dans cette question on donnera la **valeur exacte** des résultats,

a. Placer le point $\mathrm{I}(1\,;0)$.

b. On note a_0 l'aire du triangle $\mathrm{A}_0\mathrm{B}_0\mathrm{I}$. Calculer a_0.

c. On note a_1 et a_2 les aires respectives des triangles $\mathrm{A}_1\mathrm{B}_1\mathrm{B}_0$ et $\mathrm{A}_2\mathrm{B}_2\mathrm{B}_1$. Calculer a_1 et a_2.

(Aide : L'aire d'un triangle rectangle est égale à $\dfrac{b \times c}{2}$, b et c désignant les longueurs des côtés de l'angle droit.)

7. Pour tout entier $n \geqslant 1$, on désigne par a_n l'aire du triangle $\mathrm{A}_n\mathrm{B}_n\mathrm{B}_{n-1}$. On admet que (a_n) est une suite géométrique de raison q.

a. Vérifier cette affirmation pour a_0, a_1 et a_2 ; montrer que $q = \dfrac{1}{\mathrm{e}}$.

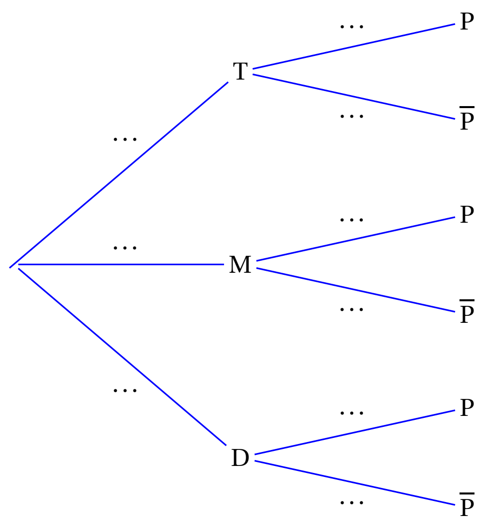
b. Déterminer l'expression du terme général a_n de cette suite. Quelle est la limite de la suite (a_n) quand n tend vers $+\infty$?

Annexe 1

(à remettre avec la copie)

Exercice 1

1



Annexe 2

(à remettre avec la copie)

Exercice 3