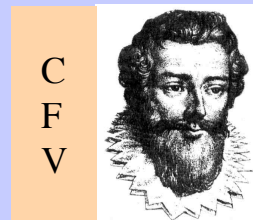


# La Réforme des mathématiques modernes et l'APMEP

Evelyne Barbin  
IREM des Pays de la Loire  
Centre François Viète  
Université de Nantes



## Le contexte économique

*« Le grave danger que fait courir à notre pays, sur le plan intellectuel comme sur le plan économique, le manque de plus en plus sensible d'ingénieurs, de chercheurs, de techniciens [...] l'urgente nécessité d'orienter vers les carrières scientifiques, à des niveaux variés, un nombre croissant de jeunes »*

Instructions officielles complémentaires de janvier 1957

1957 : lancement du Spoutnik par l'URSS

1958 : l'OECE crée un Bureau du Personnel Scientifique et Technique pour « rendre plus efficace l'enseignement des sciences et des techniques »

1959 : l'OECE organise le Colloque de Royaumont pour promouvoir une réforme du contenu et des méthodes de l'enseignement des mathématiques

Le programme de G. Choquet et le « À bas Euclide » de J. Dieudonné



## Le contexte social de la réforme

### La mutation scolaire des années 1960

1959 : la réforme Berthoin prolonge la scolarité jusqu'à 16 ans

1960 : suppression de l'examen d'entrée en sixième

1963 : la réforme Fouchet institue des CES pour scolariser dans les mêmes lieux tous les élèves jusqu'à la troisième

### Le rôle social de l'École : les travaux des sociologues

1967 : « Systèmes d'enseignement et systèmes de pensée »

de P. Bourdieu : « écoles de pensée et culture de classes »

*Chargée de communiquer ces principes d'organisation, l'École doit elle-même s'organiser en vue de remplir cette fonction. Pour transmettre ce programme de pensée nommée culture, elle doit faire subir à la culture qu'elle transmet une programmation capable d'en faciliter la transmission méthodique.*



1971 : C. Baudelot et R. Establet, *L'école capitaliste en France*



## Des mathématiques pour la démocratisation de l'école

*« Ce n'est pas pour former des mathématiciens professionnels purs ou appliqués qu'un renouvellement de l'enseignement mathématique à l'école a été nécessaire ; ce l'est surtout et d'abord pour les futurs citoyens, [...] qui ne devront pas subir passivement les trames variées qui leur seront proposées ou imposées, qui ne devront pouvoir dire non à tels manipulateurs trop adroit d'ordinateurs, et ne pas capituler devant un terrorisme pseudo-scientifique »*

André Lichnérowicz, L'école libératrice, janvier 1973.

*« Pour quelques années, parents de toutes classes sociales seront également désarmés pour aider leurs enfants à apprendre ce qu'ils ont eux-mêmes appris »*

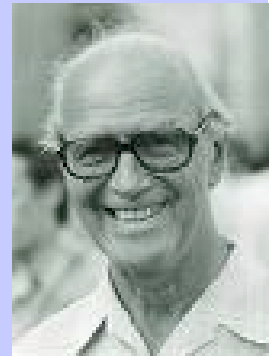
Jean Frenkel, Bulletin APMEP n°286.



## Le « levain » : le rôle de l'APMEP

1952 : rencontre à Melun de Dieudonné, Choquet et Lichnerowicz avec le psychologue suisse Piaget

1956 : réunion de l'APMEP à Sévres où Gustave Choquet compare les professeurs de mathématiques sont des « gardiens de musée, qui montrent des objets poussiéreux dont la plupart n'ont pas d'intérêt »



1958-1960 : des enseignants et des manuels commencent à introduire des rudiments de mathématiques modernes ; ensembles, relations

1960-1961 : articles dans la revue de l'APMEP sur la théorie des ensembles et sur des expérimentations en classe

1964 : les « Chantiers » de l'APMEP, les émissions télévisées et la préparation de la « Grande Commission » à l'initiative de Walusinski

1967 : création de la Commission Lichnerowicz

février 1968 : Charte de Chambéry



## Les bulletins de l'APMEP en 1960-61

### 1. Études

G. Choquet : « Recherche d'une axiomatique commode pour le premier enseignement de la géométrie » (n°209 et n°213)

J. Colmez : « La structure des mathématiques modernes » (n°217)

*« Avec le cadre ainsi construit, les mathématiques peuvent contenir toute théorie rationnelle relative à une activité humaine quelconque. Les Mathématiques sont la science du raisonnement et proposent aux autres sciences des schémas de raisonnement en quelque sorte préfabriqués ».*

### 2. Problèmes pédagogiques

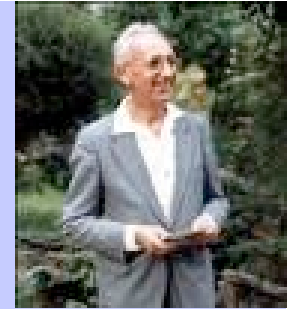
C. Pair : « Géométrie affine en classe de Seconde » (n°214)

C. Pair : « Une expérience d'enseignement des notions modernes » (n°217)

*« Gardons donc les grandes idées géométriques pour nous servir d'exemples ; nous les ferons entrer dans des théories plus larges ».*



Les mathématiques et la réalité :  
le Bulletin n°231 mai-juin 1963



G. W. : « La règle de trois n'aura pas lieu »

*L'automatisme de la règle de trois « non exempt de dangers » [...].  
les remarques et exercices précédents ne visent pas à l'originalité ;  
mais peut-être y verra-t-on l'occasion, par critique ou suggestion,  
dès la Sixième, l'esprit modernes des mathématiques »*

J. Kuntzmann : « Les besoins en hommes des mathématiques appliquées  
et de l'automatisme »

*Ces carrières sont ouvertes aussi bien aux jeunes gens qu'aux jeunes filles.*

CNES et G.W. : « Études spatiales et enseignement des mathématiques »

*Exemple : Spoutnik I et Explorer I .*

Dans les bulletins de vote : « Certains de nos Collègues estiment qu'il  
faut adapter les programmes aux 'possibilités' des élèves et tenir compte  
'des réalités pédagogiques actuelles' ».



## La charte de Chambéry (1962)

1. enseigner à tous une mathématique utile au monde moderne
  - une volonté démocratique « *de rendre mieux accessible un niveau d'abstraction anciennement réservé à des privilégiés* »
  - enseigner une mathématique contemporaine qui doit faire partie de la culture de tous, « *à l'époque des ordinateurs et de l'automatisation* »
2. enseigner la mathématique par une pédagogie active
  - « *L'introduction d'un nouveau contenu dans l'enseignement des mathématiques sera inopérante, voire néfaste, si elle ne s'accompagne d'une pédagogie appropriée : active, ouverte, la moins dogmatique possible, faisant appel au travail par groupe et à l'imagination des enfants* »
3. créer des Instituts de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques
  - La réalisation des réformes commence par une expérimentation pédagogique sérieuse, par un effort accru pour la formation des maîtres* »





## Les grandes lignes de la Réforme

Les arrêtés des nouveaux programmes de juillet 1968 à juin 1971

### 1. au collège

- disparition des cas d'égalités des triangles et de l'initiation de la démonstration en 6°-5°
- introduction d'un langage ensembliste et rationnel en 6°-5°
- construction des corps  $\mathbb{Q}$  et  $\mathbb{R}$
- la géométrie affine de 4° tournée vers l'algèbre linéaire

### 2. au lycée

- le lien du vocabulaire ensembliste et relationnel avec la logique
- la géométrie affine et euclidienne fondée sur l'algèbre linéaire
- calcul différentiel : continuité, limites, dérivation de fonctions numériques d'une variable réelle en terminale
- calcul intégral : sommes de Riemann, équations différentielles
- probabilités sur un ensemble fini

## L'enseignement de la géométrie : l'enjeu

1. un enseignement sur la sellette

*« Mais puisque la conclusion est qu'il faut enseigner la géométrie, le vrai problème est d'améliorer sa présentation : il sera alors presque évident que l'étude des espaces vectoriels rend à la géométrie sa place dans un enseignement adapté aux conditions actuelles de la science et du monde. APMEP, Les chantiers mathématiques, 1964-65.*

2. les fondements de la géométrie « moderne »

- la géométrie axiomatique de David Hilbert (1899)
- le programme d'Erlangen de Felix Klein (1872)
- l'algèbre linéaire et vectorielle du début XX<sup>e</sup> siècle

Dans un espace affine,  $E$ , associé à un espace vectoriel,  $\varepsilon$ , on nomme variété affine passant par  $A$  et de direction  $\varepsilon'$ , sous-espace de  $\varepsilon$ , l'ensemble des points  $M$  de  $E$ , tels que vecteur  $AM$  est élément de  $\varepsilon'$ . On note  $(A, \varepsilon')$  cette variété affine de  $E$ . Durrande, Classe de terminale



## Le « recyclage » des professeurs dans les IREM créés en 1969

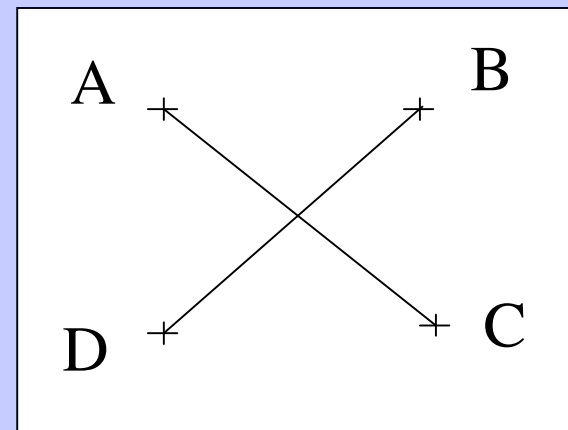
Les IREMs et les militants de la Réforme des Mathématiques Modernes

Une expérience dans un stage collège de l'IREM de Rouen en 1975-76

Dans le livre de géométrie de 4<sup>o</sup> sont donnés les « axiomes d'incidence » de la géométrie à la Hilbert (deux points définissent une droite, etc.).

Des exercices traitent de la « géométrie finie » à 4 points  $A, B, C, D$  dans laquelle la paire  $\{A, B\}$  est une droite.

Dans un exercice, il est demandé de démontrer que  $\{A, C\}$  et  $\{B, D\}$  sont des droites parallèles. Les professeurs font la figure suivante pour expliquer qu'ils ne savent pas faire l'exercice.



## Les réactions contre la mise en place de la Réforme

### 1. contre un enseignement dogmatique

Par définition une droite affine  $D$  est un ensemble  $E$  muni d'une famille  $\Phi$  de bijections de  $E$  sur  $\mathbb{R}$  telles que

a) pour tout  $f$  élément de  $\Phi$ , et pour tout élément  $(a,b)$  de  $\mathbb{R}^* \times \mathbb{R}$ , l'application définie par  $g(M) = a f(M) + b$  appartient aussi à  $\Phi$

b) réciproquement si  $f_1$  et  $f_2$  sont deux éléments quelconques de  $\Phi$ , il existe  $(a,b)$  appartenant à  $\mathbb{R}^* \times \mathbb{R}$  tel que  $f_2(M) = f_1(M) + b$ .

L'ensemble  $E$  est appelé le support de la droite affine  $D$ , un élément  $M$  de  $E$  est appelé un point de la droite affine  $D$ .

Commentaires du Programme de 4° (décembre 1971)

La lecture de la définition par Jean Leray (Académie des Sciences) à deux Ministres successifs de l'Éducation Nationale

L'article du Canard Enchaîné



1973 : G. Choquet proteste contre « une attaque contre la géométrie et le recours à l'intuition »

1974 : J. Dieudonné « une nouvelle scolastique [.. ] une forme encore plus agressive et stupide placée sous la bannière du modernisme »

1977-78 : des enseignants préparent une axiomatique avec une droite « super-affine du milieu ». H. Bareil propose de retourner au métrique.

## 2. contre un enseignement élitiste

*« Ainsi le formalisme est-il tolérable pour la jeunesse issue de la bourgeoisie, même s'il est ennuyeux et en rebute une partie. Mais par contre, il constitue un obstacle presque insurmontable pour le jeune issu de la classe ouvrière, ou plus généralement d'un milieu populaire ».*

F. Lurçat, Mathématiques « rétro » ou mathématiques modernes, 1976

## 3. dans les IREM

- la création en 1975 de la CII « Épistémologie et histoire des maths »
- les colloques « mathématiques et société »
- l'enseignement par thèmes, par projets, etc.



## Les « effets pervers » de la Réforme

### 1. Une conception axiomatique et structurelle des mathématiques

Il faut enseigner les notions ensemblistes, les structures fondamentales de l'algèbre, les idées de base de la topologie.

*Contre une pédagogie active : en classe de 4ème, il sera demandé aux élèves de partir d'objets ou de dessins pour « dégager » les axiomes de la géométrie. Les structures mathématiques sortiraient spontanément de la tête des élèves mis en situation de les re-connaître.*

*Une telle conception ne peut que conduire à la manipulation des élèves : ceux de 4ème, après avoir dégagé les axiomes, devront démontrer des théorèmes concernant des objets formels - donc sans utiliser la figure qui soutient l'activité de recherche.*



## 2. La mathématique est un langage abstrait et universel

Cette conception conduit à un discours formalisé, à un « maniement de symboles », à des excès de vocabulaire et de notations sophistiquées.

*La mathématique est un langage*

*Cet enseignement convient à la sélection et à la réussite d'élèves habitués à manier du langage, sans référence à un problème qui donne sens.*

*La mathématique est un langage abstrait*

*Le ravage pédagogique des « élèves abstraits » et des « élèves concrets »*

*La mathématique est un langage universel*

*La sélection par la mathématique peut donc se justifier socialement, puisqu'elle permet de sélectionner ceux qui sont capables de conceptualiser et de parler la langue universelle de la rationalité moderne.*



## La fin de l'esprit de la Réforme ?

*« L'idée de grandeur est une idée simple. C'est le fait d'associer, d'une manière ou d'une autre des nombres réels à une variable [...]. Du coup, la proportionnalité peut se définir comme la mise en correspondance de deux grandeurs en respectant les structures dont on vient de parler »*

J. Houdebine, J. Julo et ali., 1994.

### 1. La proportionnalité et la règle de trois

F. Drouin : « Le retour de la « Règle de trois », Bulletin APMEP, n°484, sept-oct 2009.

R. Bkouche, « La règle de trois et les didacticiens, internet.

### 2. La notion de grandeur et la géométrie numérisée

F. Tarra, enseigner les mathématiques en sixième à partir des grandeurs, Repères-IREM, n°798, janvier 2010.

J.-P. Friedelmeyer, « Puzzles et équidécomposabilité des polygones plans, Bulletin APMEP, n°487, mars-avril 2010.

