Baccalauréat A1 et B Besançon [1] juin 1994

EXERCICE 1 **5 points**

Au cours d'une quinzaine commerciale, un magasin offre un billet de loterie à tout acheteur d'un appareil électroménager. Les 500 billets sont numérotés de 001 à 500 et ils sont tous distribués.
À la fin de la quinzaine, on effectue un tirage au sort, à l'issue duquel : le numéro 397 gagne 10 000 F ;
les 4 autres numéros se terminant par 97 gagnent chacun 1 000 F ; les 45 autres numéros se terminant par 7 gagnent chacun 100 F. Il y a ainsi en tout 50 numéros gagnants.
Après l'achat d'un appareil, une personne tire un billet au hasard.

1. On désigne par X la variable aléatoire qui, au numéro de ce billet, associe le gain correspondant.
   a. Préciser les valeurs que peut prendre X.
   b. Déterminer la loi de probabilité de X.
   c. Calculer son espérance mathématique E(X).
2. On considère les deux évènements :
   A = [le numéro obtenu est gagnant] et B = [le deuxième chiffre du numéro est 9].
   a. Calculer les probabilités $p(A)$ et $p(B)$.
   b. Les évènements A et B sont-ils indépendants ?
3. Le magasin annonce dans sa publicité : « Pour doubler vos chances d'avoir au moins un billet gagnant, achetez deux appareils ! ». Une personne achète deux appareils et tire deux billets au hasard.
   a. On considère l'évènement C = [aucun des deux numéros n'est gagnant]. Calculer la probabilité $p(C)$.
   b. En déduire la probabilité pour qu'un numéro au moins soit gagnant.
   Cette annonce publicitaire est-elle correcte ? Justifier la réponse par le calcul.

EXERCICE 2 **5 points**
Série B

Une société investit de manière continue en publicité.
Le budget publicitaire (BP) et le chiffre d'affaires (CA) sont connus pour 10 mois consécutifs.
Ils figurent dans le tableau suivant où l'unité est le millier de francs.

Mois	i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
BP	x_i	10	12	15	13	10	9	8	6	8	7
CA	z_i	45	79	99	115	109	80	70	60	37	61

1. Calculer le coefficient de corrélation linéaire de la série statistique $(x_i ; z_i)$. On donnera une valeur approchée à 10^{-3} près.
   Que peut-on en conclure ?
2. En fait, il faut prendre en compte le temps nécessaire à la publicité pour produire son effet. Ce temps est estimé à un mois. On considère donc désormais la série statistique $\left(x_i ; y_i\right)$, où, pour $1 \leqslant i \leqslant 9$, $y_i = z_i + 1$.

1. Dijon-Grenoble-Lyon-Metz-Nancy-Reims-Strasbourg

a. Reproduire sur la copie et compléter le tableau suivant :

Mois	i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
BP	x_i	10	12	15	13	10	9	8	6	8
CA	y_i									

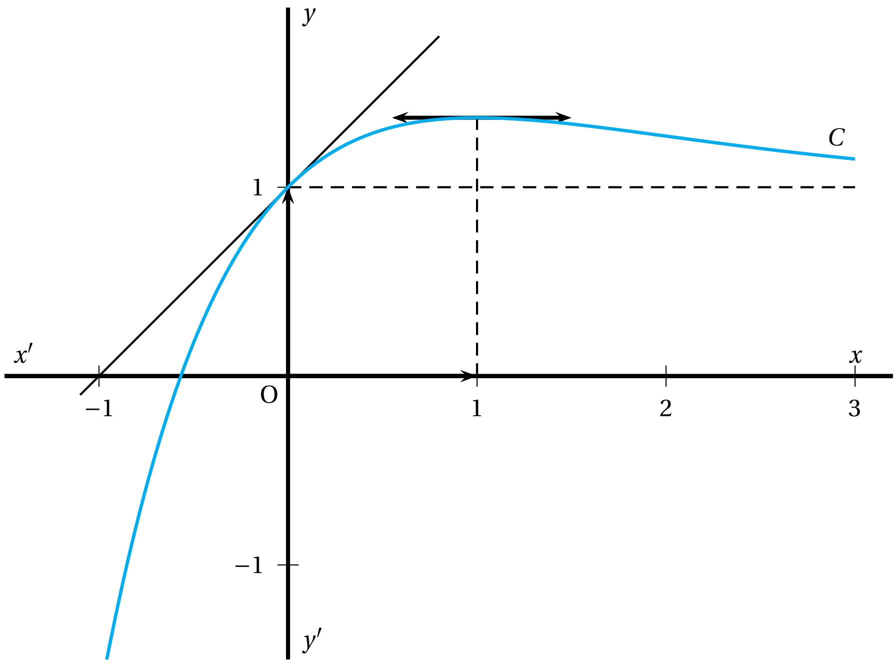
b. Calculer le coefficient de corrélation linéaire de la série statistique $(x_i ; y_i)$. Donner une valeur approchée à 10^{-3} près.

c. Déterminer l'équation $y = mx + p$ de la droite de régression de y en x.

d. En déduire une estimation du chiffre d'affaires $z_{11} - y_{10}$ du onzième mois.

PROBLÈME **10 points**

La courbe C représentée ci-dessous est la courbe représentative d'une fonction f, définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = a + bx\mathrm{e}^{-x}$, où a et b sont deux nombres réels.
La droite T est la tangente à la courbe C au point d'abscisse zéro.



Reproduire l'allure de la courbe C sur la copie (repère orthonormal : unité graphique : 2 cm).

1. Lecture graphique.

a. Lire sur le graphique proposé ci-dessus $f(0)$ et $f'(0)$.

b. En déduire la valeur de a et celle de b.

Dans toute la suite, on prend $f(x) = 1 + x\mathrm{e}^{-x}$.

2. Variations de f

a. Calculer la dérivée f' de f.
Déterminer la tangente à C au point d'abscisse 1.

b. Déterminer la limite de f en $-\infty$.

c. Déterminer la limite de f en $+\infty$; interpréter graphiquement le résultat obtenu.

d. Dresser le tableau de variations de f.

3. Étude du point d'intersection de C avec l'axe des abscisses.

a. Prouver que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution α et une seule telle que $-1 < \alpha < -\frac{1}{2}$.

b. On pose $\alpha' = -0,56$. Calculer $f(\alpha')$ à la précision 10^{-4}.
Prouver que $\alpha < \alpha'$ et que $\alpha' - \alpha < 10^{-2}$ (on pourra calculer $f(-0,57)$.