Baccalauréat série mathématiques
Besançon juin 1946

I. 1er sujet

Calculer le P. G. C. D. et le P. P. C. M. des nombres 2 427 et 1 841.
Justifier la méthode employée.

I. 2e sujet

Dérivée de la racine carrée d'une fonction ayant une dérivée.

I. 3e sujet

Polaire d'un point par rapport à un cercle.
Démontrer son existence.
Indiquer sa construction

II.

Soit un triangle ABC. On appelle A, B, C ses angles ; a, b, c les côtés opposés.
On suppose $a < b < c$. On appelle $2p$ le périmètre, r le rayon du cercle inscrit, I le centre de ce cercle, R le rayon du cercle circonscrit, α le milieu de l'arc de ce cercle compris entre B et C et ne contenant pas le sommet A.
Soient deux axes rectangulaires Ox, Oy. Sur Ox, on porte $\overline{\text{OA}'} = a$, $\overline{\text{OB}'} = b$, $\overline{\text{OC}'} = c$.
On mène les droites A$'$M, B$'$N, C$'$P définies par :

$$\widehat{\text{A}'x,\ \text{A}'\text{M}} = \frac{\text{A}}{2};\quad \widehat{\text{B}'x,\ \text{B}'\text{M}} = \frac{\text{B}}{2};\quad \widehat{\text{C}'x,\ \text{C}'\text{M}} = \frac{\text{C}}{2}.$$

1. Écrire les équations des droites A$'$M et B$'$N.
   Calculer les coordonnées x et y de leur point de rencontre T en fonction de R, A, B, C.
   Démontrer que les trois droites A$'$M, B$'$N, C$'$P sont concourantes.
   Vérifier que $x = p$, $y = r$ et A$'$T = IA.
2. On pose $\varphi = \widehat{\text{O}x,\ \text{OT}}$.
   Calculer tg φ en fonction de A, B, C.
   Démontrer que :

$$\cot\varphi = \cot\frac{\text{A}}{2} + \cot\frac{\text{B}}{2} + \cot\frac{\text{C}}{2}.$$

3. Soient R_a, R_b, R_c les rayons des cercles circonscrits aux triangles TB$'$C$'$, TC$'$ A$'$, TA$'$B$'$.
   Démontrer que $\text{R}_a = \alpha\text{B}$ et que R_a, R_b, $\text{R}_c = 2\text{R}^2 r$.

NOTA. - La question de cours sera notée sur 10 et le problème sur 20.