

∞ Baccalauréat Série mathématiques ∞
Besançon juin 1947

I. 1^{er} sujet

Résoudre l'équation

$$2 \sin^2 x + 2 \sin x \cos x + \cos^2 x - 1 = 0.$$

On donnera à 1 centigrade près les angles compris entre 0 et 400 grades qui vérifient l'équation.

I.2^e sujet

Étudier les variations de la fonction

$$y = \frac{x^2 - 2x - 1}{x - 2}$$

et faire un graphique soigné de la courbe représentative.

I. 3^e sujet

Tout nombre qui divise le dividende et le diviseur d'une division divise le reste.

Réciproque.

Application à la recherche du plus grand commun diviseur des nombres 3 080 et 2 856.

II.

Soit un segment fixe AB de milieu O et de longueur donnée a .

On considère les cercles (C) tangents en A à la droite AB et les cercles (D) tangents en B à la droite AB.

1. Déterminer le centre D du cercle (D) orthogonal à un cercle donné (C) de centre C.
On montrera d'abord que D est sur la perpendiculaire à BC passant par O.
Quelle relation existe-t-il entre les rayons de deux cercles (C) et (D) ?
2. Quelles sont les transformés des cercles (C) et des cercles (D) dans l'inversion de pôle A et de puissance $4a^2$?
Préciser en particulier les transformés de deux cercles orthogonaux (C) et (D).
Trouver le lieu des points d'intersection P et Q de deux cercles orthogonaux (C) et (D).
Examiner comment varie la droite PQ.
3. Montrer qu'il existe un cercle (ω) tangent en P au lieu de P et en Q au lieu de Q.
Trouver le lieu du centre ω du cercle (ω) puis l'enveloppe de la droite des centres des cercles orthogonaux (C) et (D).

N. B. La question de cours sera notée sur 10 et le problème sur 20,

∞ **Baccalauréat Série mathématiques et technique** ∞
Besançon juin 1947

EXERCICE I**I.1^{er} sujet**

Calculer le P. G. C. D. des deux nombres 2 646 et 6 723, en justifiant la méthode employée.

I. 2^e sujet

Établir la formule donnant la dérivée de $y = \sqrt{u}$, u désignant une fonction de x positive et admettant la dérivée u' .

Appliquer à $y = \sqrt{\sin x + 2 \cos x + 4}$.

I. 3^e sujet

Étant données deux figures F et F' situées dans le même plan et directement égales, démontrer qu'on peut amener F sur F' par une rotation ou une translation.

II.**1. Étudier les variations de la fonction**

$$y = \frac{x^2 + 2x - 11}{x^2 - x - 1}.$$

Construire la courbe représentative (C) .

On tracera avec exactitude la partie de la courbe intérieure au rectangle (R) limité par les droites $x = -6$, $x = +6$, $y = 7$, $y = -1$.

On construira les asymptotes, les points à abscisse entière, les points de rencontre avec Ox , les points situés sur le périmètre de (R) , la tangente au point de rencontre avec Oy .

On reproduira le tableau de calculs utilisé pour cette construction.

La précision de la règle à calcul est suffisante. On pourra tracer la courbe au crayon.

2. Écrire l'équation de la parabole (P) , d'axe parallèle à Oy , passant par les points de rencontre de (C) avec Ox et coupant Oy au point d'ordonnée 6.

Construire cette parabole dans les mêmes conditions que (C) .

Calculer les abscisses des deux autres points d'intersection de (C) et (P) et comparer le résultat avec ce que donne le graphique.