∽ Baccalauréat Besançon juin 1952 série mathématiques ∾

I. - 1$^{\text{er}}$ sujet.

Résolution et discussion de l'équation

$$a\cos x + b\sin x = c.$$

I. - 2$^{\text{e}}$ sujet

Résoudre et discuter l'équation

$$\sin 3x = m\sin x,$$

en supposant $0 \leqslant x \leqslant 2\pi$.
Examiner les cas $m = 1$ et $m = -1$.
Calculer toutes les racines pour $m = \dfrac{1}{2}$.

I. - 3$^{\text{e}}$ sujet

Résoudre un triangle connaissant les trois côtés.

II.

1. Étudier les variations de la fonction

$$y = \frac{x+2}{(x+1)^2}.$$

   Construire la courbe représentative (Γ).
2. On coupe cette courbe par une droite (D) d'équation $y = \lambda$ (λ étant un paramètre) ; soient M$'$ et M$''$ les points d'intersection.
   Former l'équation du second degré dont les racines m', m'' sont les coefficients angulaires des droites OM$'$, OM$''$ joignant l'origine aux points M$'$ et M$''$.
   Pour quelles valeurs de λ peut-on avoir $m'm'' + m' + m'' = 0$?
3. On considère les tangentes à la courbe (Γ) aux points M$'$ et M$''$.
   Soient t' et t'' leurs coefficients angulaires respectifs.
   Déterminer λ par la condition que $t't'' = -17\lambda^2$.
4. Soient x', x'' les abscisses des points M$'$, M$''$.
   Montrer que l'on peut déterminer α tel que, en posant

$$x' = X' + \alpha \quad \text{et} \quad x'' = X'' + \alpha,$$

   on ait $X'X'' = k$ (k étant une constante que l'on calculera).
5. Montrer que les projections orthogonales E, F de M$'$ et M$''$ sur l'axe des x sont conjuguées harmoniques par rapport à deux points fixes I et J dont on précisera la position.
   Montrer que tous les cercles de diamètre EF ont même axe radical. Construire celui de ces cercles pour lequel le diamètre EF a une longueur donnée.
   Que deviennent tous les cercles de diamètre EF lorsqu'on les transforme par une inversion de pôle I ou J de module quelconque ?