

Durée : 4 heures

∞ Baccalauréat Besançon juin 1965 ∞
Série mathématiques élémentaires et mathématiques et technique

EXERCICE 1

Soit le nombre complexe d'affixe

$$Z = 8\sqrt{2}(1 - i).$$

Déterminer le module et l'argument de Z .

Déterminer les racines quatrièmes de Z .

EXERCICE 2

En utilisant la théorie des congruences, déterminer la forme générale des entiers naturels n tels que l'entier $n^3 - n + 1$ soit divisible par 7.

EXERCICE 3

Deux cercles (C) et (C') , de centres O et O' , ont tangents extérieurement en I . Soit (Δ) leur tangente commune intérieure. Soit P et P' les points diamétralement opposés à I sur (C) et (C') .

D'un point M variable de (Δ) on mène à (C) et (C') les secondes tangentes, dont les points de contact sont T et T' . Soit Q l'intersection des droites PT et $P'T'$.

1. Montrer que les quatre points Q , T' , T et I appartiennent à un même cercle (γ) centré en M . Ensemble des points Q .
2. Soit U et U' les points communs aux couples de droites (PT, IT') et $(P'T', IT)$.
Montrer que les points U , T , U' et T' appartiennent à un même cercle (γ') .
Montrer que UU' est perpendiculaire à (Δ) .
3. Montrer que (γ) et (γ') sont orthogonaux.
En déduire que (γ') est tangent à (C) et (C') respectivement en T et T' .
4. Montrer que TT' passe par un point fixe.