

∞ Baccalauréat série mathématiques ∞

Bordeaux¹ juin 1939

PROBLÈME

Soient ABC un triangle fixe; Γ le cercle circonscrit à ce triangle; M un point variable dans le plan ABC; A_1, B_1, C_1 les projections orthogonales de M sur (BC), (CA), (AB); A', B', C' les inverses de A, B, C dans une inversion de pôle M.

1. Montrer que $\frac{B_1C_1}{MA}$ est constant.
2. Montrer que les triangles $A_1B_1C_1$ et $A'B'C'$ sont semblables.
En conclure la condition nécessaire et suffisante pour que A_1, B_1, C_1 soient alignés.
3. Montrer qu'à chaque point M on peut associer un point M' tel que ses projections A'_1, B'_1, C'_1 sur (BC), (CA), (AB) forment un triangle $A'_1B'_1C'_1$ semblable à $A_1B_1C_1$ (A'_1 correspondant à $A_1, \dots$).
Montrer que ces deux triangles sont de sens contraires.
Lequel des deux est de même sens que ABC?
 M' peut-il être confondu avec M?
4. Pour quelle position de M, $A_1B_1C_1$ est-il semblable à ABC?
Où est alors M' ?
5. Montrer qu'il existe trois cercles $\gamma_a, \gamma_b, \gamma_c$, orthogonaux à Γ qui sont les lieux des points M tels que $A_1B_1C_1$ soit isocèle; qu'il existe deux points I et I' tels que, si M vient en I ou I', $A_1B_1C_1$ est équilatéral.
6. Reconnaître (au moyen par exemple d'une inversion de pôle I) sous quels angles se coupent $\gamma_a, \gamma_b, \gamma_c$.
7. Enveloppe de B_1C_1 quand M décrit la droite (BC).

NOTA. - La dernière question est indépendante des précédentes.

QUESTION DE COURS

1^{er} sujet.

Résoudre et discuter

$$a \cos x + b \sin x = c.$$

On ne donnera qu'une méthode.

On appliquera à la recherche de l'arc, compris entre 0 et 100 grades qui vérifie

$$8 \cos x - 15 \sin x = 1.$$

2^e sujet.

Résoudre un triangle connaissant les côtés et l'angle opposé à l'un d'eux.

Exemple : on donne $A = \frac{\pi}{3}$, $a = 7$, $b = 5$.

Calculer les trois autres éléments.

3^e sujet.

Résoudre un triangle connaissant les trois côtés.

Exemple : Calculer les angles d'un triangle dont les côtés sont 3, 7, 8.

1. Maroc