Baccalauréat mathématiques Bordeaux juin 1937

I.

Les côtés a, b , c de tous les triangles T, envisagés dans ce problème, sont supposés vérifier la relation

$$a^2 = 4bc.$$

1. b et c étant donnés, montrer que le triangle T existe si $\sqrt{\dfrac{b}{c}}$ est compris entre deux limites que l'on calculera.
   Calculer la longueur de la médiane AM.
2. A, B, C étant les angles d'un triangle T, calculer B et C connaissant A. (On établira, de préférence, une relation très simple entre $\sin\dfrac{\text{B}-\text{C}}{2}$ et $\cos\dfrac{\text{A}}{2}$).
   Application numérique : calculer B et C sachant que $\text{A} = \dfrac{2\pi}{3}$.
3. Un triangle T étant donné, on mène le cercle O tangent à BC en son milieu M et passant en A. Ce cercle coupe AB en I et AC en J.
   Montrer que BI = b, CJ = c, que AI = AJ, que le cercle O est en A tangent à la bissectrice de $\widehat{\text{BAC}}$, que IJ est parallèle à cette bissectrice et que le centre du cercle O est sur le cercle circonscrit au triangle T.
   Déduire de ce qui précède une construction du triangle T connaissant le côté BC et l'angle A.
4. Soit A$'$ l'inverse de A dans l'inversion qui a pour pôle le milieu M de BC et pour puissance $\dfrac{a^2}{4}$.
   Calculer les distances A$'$B et A$'$C en fonction des éléments du triangle ABC.
   Calculer $\text{A}'\text{B} - \text{A}'\text{C}$ et en conclure le lieu de A$'$ quand B et C sont fixes, A variable.

II. - 1er sujet. - Homothétie (dans le plan).

II. - 2e sujet. - Polaire d'un point par rapport à un cercle.

II. - 3e sujet. - Établir que l'inverse d'un cercle est un cercle.
Étudier si, réciproquement, deux cercles, situés dans deux plans différents, sont inverses l'un de l'autre (on considérera comme connu que l'inverse d'un cercle est un cercle quand le pôle est dans le plan du cercle).

N. B. - Le problème sera noté sur 20 ; la question de cours sur 10.