Baccalauréat Bordeaux série mathématiques et technique juin 1948

Exercice 1 (au choix)

1^er^ sujet

Asymptotes de la courbe

$$y = \frac{x^2+7x+8}{x^2+6x+5}.$$

Position de la courbe par rapport à ses asymptotes.
Point d'intersection de la courbe avec son asymptote parallèle à Ox?
La courbe possède-t-elle un centre de symétrie ?
Pouvez-vous prévoir l'allure de la courbe (on ne calculera pas la dérivée) ?

2^e^ sujet

Caractère de divisibilité par 11.

3^e^ sujet

Dérivées de $y = \sin x$ et de $y = \cos x$.

Exercice 2

On donne un plan (P), un point O de ce plan et un nombre algébrique k.

Partie A

1. Construire géométriquement deux points inverses dans l'inversion de centre O, de puissance k, connaissant leur distance BC $= 2\ell$.
   Discuter selon qu'on a $k > 0$ ou $k < 0$.
   Si (Γ) désigne le cercle de centre O, de rayon $a = \sqrt{|k|}$, comment les cercles passant par B et C coupent-ils (Γ) ?
2. Montrer que le 1. permet de déterminer les coniques ayant pour axe focal une droite donnée Ox, pour cercle principal (Γ) et pour distance entre un foyer et une directrice la longueur 2ℓ.
   Distinguer deux cas suivant que la directrice est ou non associée au foyer.

Partie B

On suppose construits deux points B, C du début dans le cas d'une inversion positive $k = a^2$ (OB $< a$).
On désigne par A un point double de l'inversion, par (T) un triangle ABC variable avec A (B et C étant fixes).

1. Quelles propriétés géométriques simples, invariantes quand A varie, apercevez-vous dans les triangles (T) ?
2. (T) est-il déterminé quand on connait le rapport $\dfrac{\text{AD}}{\text{AD}'}$ des deux bissectrices issues de A (AD bissectrice intérieure, AD$'$ extérieure) ?
   Faire le calcul des angles de (T) si $\dfrac{\text{AD}}{\text{AD}'} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$.
   N. B. - On démontrera les relations

$$\frac{\text{AD}}{\text{AD}'} = \text{tg}\,\frac{\text{B}-\text{C}}{2},\quad \text{AH} = \text{AD}\cos\frac{\text{B}-\text{C}}{2} = \frac{\text{BC}\sin\text{B}\sin\text{C}}{\sin(\text{B}+\text{C})}$$

(AH hauteur issue de A), relations valables dans un triangle quelconque, qu'on appliquera en tenant compte des hypothèses actuelles.

3. Construire géométriquement A pour que $\widehat{\text{B}} - \widehat{\text{C}} = \dfrac{\pi}{2}$ et vérifier que l'hyperbole équilatère .de sommets B et C passe par les deux points ainsi obtenus.