

☞ Baccalauréat Besançon juin 1950 ☞

SÉRIE MATHÉMATIQUES

I

1^{er} sujet. - Restes de la division d'une somme, d'une différence, d'un produit par un nombre.

Application : Caractère de divisibilité d'un nombre par 9.

2^e sujet - Définition et recherche du plus grand commun diviseur de deux nombres. Application à 4 459 et 266.

3^e sujet - Définition des nombres premiers.

La suite des nombres premiers est illimitée.

Tout nombre non premier est décomposable d'une manière unique en un produit de facteurs premiers.

Application à 1 288 651.

II

Dans un plan on considère un axe Ox et, sur cet axe, deux couples de points, P et P' , A et A' . Les deux points P et P' sont définis par $\overline{OP} = -\overline{OP'} = a$ ($a > 0$) et les deux points A et A' sont conjugués harmoniques par rapport à P et P' et définis par le nombre positif k différent de 1, tel que

$$\frac{\overline{AP}}{\overline{AP'}} = -\frac{\overline{A'P}}{\overline{A'P'}} = k.$$

On désigne enfin par (D) la médiatrice de PP' et par (C) le cercle de diamètre AA' , C étant son centre et R son rayon.

L'axe Ox est fixe dans le 1. et le 2.

1. a. Montrer que (C) est le lieu des points M tels que $\frac{MP}{MP'} = k$.
b. Calculer $y = \overline{OC}$ et $z = R$ en fonction de a et k .
c. Étudier et représenter graphiquement les variations des fonctions y et z lorsque, a étant fixe, k varie de 0 à $+\infty$.
2. M étant un point quelconque du plan, on désigne par φ et φ' les mesures (comprises entre 0 et π) des angles en P et P' du triangle MPP' , par H la projection de M sur PP' et par K sa projection sur (D).
a. Calculer MP , MP' , OH , OK en fonction de a , φ et φ' .
b. Trouver la relation que vérifient φ et φ' lorsque M décrit le cercle (C). En déduire que, lorsque M décrit (C), $\frac{\overline{MP}^2}{\overline{MK}}$ est égal à une constante dont on donnera l'expression en fonction de a et de k .
c. ℓ étant un nombre donné positif, montrer que le lieu des points M tels que $\frac{\overline{MP}^2}{\overline{MK}} = \ell$ est constitué par un ou deux cercles : discuter suivant les valeurs relatives de a et de ℓ .
3. On considère la figure formée par les points P , P' , la droite (D) et le cercle (C) et l'on suppose que le cercle (C) est fixe et que le point P décrit un lieu (L) ; trouver le lieu de P' et l'enveloppe de (D) dans les deux cas suivants :

- a. (L) est une droite (Δ) ;
- b. (L) est un cercle (Γ) ; examiner en particulier le cas où (Γ) est orthogonal à (C) .

N. B. - Les trois parties sont indépendantes.