∽ Baccalauréat C Bordeaux juin 1966 ∾
Mathématiques et mathématiques et technique

EXERCICE 1

Dans le corps des nombres complexes, calculer les racines cubiques du nombre 1 et le cube du nombre $z = 1+\text{i}$.
Utiliser les résultats obtenus pour déterminer les trois racines cubiques du nombre $Z = -2+2\text{i}$.

EXERCICE 2

Calculer en grades, avec la précision permise par les tables de logarithmes, les mesures d'angle x comprises entre 0 et 400 grades, qui satisfont à l'équation

$$0,752\cos x + 1,572\sin x = 0,897.$$

EXERCICE 3

Dans le plan rapporté au repère orthonormé $x'\text{O}x,\ y'\text{O}y$, on considère le point fixe A dont les coordonnées sont a et 0 (a étant un nombre strictement positif); on étudie la transformation ponctuelle T qui à un point M quelconque du plan associe le point M$'$ défini de la manière suivante :
les points A, M et M$'$ sont alignés et les vecteurs $\overrightarrow{\text{OM}}$ et $\overrightarrow{\text{OM}'}$ sont perpendiculaires.

1. Déterminer l'ensemble des points M qui n'ont pas de transformé.
   - **a.** Déterminer l'ensemble des points M tels que le transformé de chacun d'eux soit le point A.
   - **b.** La transformation T admet-elle un point double (ou invariant)?
   - **c.** Quelle est la transformée d'une droite passant par O?
   - **d.** Existe-t-il une transformation réciproque (ou inverse) de T?
2. On désigne par $(X\ ;\ Y)$ les coordonnées de M et par $\left(X'\ ;\ Y'\right)$ celles de M$'$. Établir entre ces coordonnées deux relations ayant la propriété suivante :
   le fait qu'elles soient simultanément vérifiées est une condition nécessaire et suffisante pour que M et M$'$ soient homologues par T.
   Exprimer les coordonnées de M$'$ en fonction de celles de M, puis les coordonnées de M en fonction de celles de M$'$.
3. On suppose que M décrit la droite D dont l'équation est $x = 2a$.
   Déterminer l'ensemble D$'$ des points M$'$ transformés des points M de D.
4. Les coordonnées du point M sont définies en fonction du temps par les relations

   $$\left\{\begin{array}{lcr} x &=& -at^2\\ y &=& at\end{array}\right.$$

   (t variant de $-\infty$ à $+\infty$).
   - **a.** Déterminer la trajectoire, C, du point M, en précisant ses éléments.
   - **b.** Exprimer en fonction de t les coordonnées du point M$'$ et en déduire l'équation cartésienne de la transformée, C$'$, de C. Comparer C$'$ à D$'$.
   - **c.** Déterminer, à l'instant t, les composantes du vecteur vitesse de M et celles du vecteur vitesse de M$'$.
   - **d.** Établir les équations cartésiennes de la tangente en M à C et de la tangente en M$'$ à C$'$.
   - **e.** Donner les équations de deux des tangentes communes à C et C$'$.