

∞ Baccalauréat C Bordeaux juin 1966 ∞
Mathématiques et mathématiques et technique

EXERCICE 1

Dans le corps des nombres complexes, calculer les racines cubiques du nombre 1 et le cube du nombre $z = 1 + i$.

Utiliser les résultats obtenus pour déterminer les trois racines cubiques du nombre $Z = -2 + 2i$.

EXERCICE 2

Calculer en grades, avec la précision permise par les tables de logarithmes, les mesures d'angle x comprises entre 0 et 400 grades, qui satisfont à l'équation

$$0,752 \cos x + 1,572 \sin x = 0,897.$$

EXERCICE 3

Dans le plan rapporté au repère orthonormé $x'Ox, y'Oy$, on considère le point fixe A dont les coordonnées sont a et 0 (a étant un nombre strictement positif); on étudie la transformation ponctuelle T qui à un point M quelconque du plan associe le point M' défini de la manière suivante :

les points A, M et M' sont alignés et les vecteurs $\overrightarrow{OM}$ et $\overrightarrow{OM'}$ sont perpendiculaires.

1. Déterminer l'ensemble des points M qui n'ont pas de transformé.
 - a. Déterminer l'ensemble des points M tels que le transformé de chacun d'eux soit le point A.
 - b. La transformation T admet-elle un point double (ou invariant)?
 - c. Quelle est la transformée d'une droite passant par O?
 - d. Existe-t-il une transformation réciproque (ou inverse) de T?
2. On désigne par $(X ; Y)$ les coordonnées de M et par $(X' ; Y')$ celles de M'. Établir entre ces coordonnées deux relations ayant la propriété suivante :
le fait qu'elles soient simultanément vérifiées est une condition nécessaire et suffisante pour que M et M' soient homologues par T.
Exprimer les coordonnées de M' en fonction de celles de M, puis les coordonnées de M en fonction de celles de M'.
3. On suppose que M décrit la droite D dont l'équation est $x = 2a$.
Déterminer l'ensemble D' des points M' transformés des points M de D.
4. Les coordonnées du point M sont définies en fonction du temps par les relations

$$\begin{cases} x &= -at^2 \\ y &= at \end{cases}$$

(t variant de $-\infty$ à $+\infty$).

- a. Déterminer la trajectoire, C , du point M , en précisant ses éléments.
- b. Exprimer en fonction de t les coordonnées du point M' et en déduire l'équation cartésienne de la transformée, C' , de C . Comparer C' à D' .
- c. Déterminer, à l'instant t , les composantes du vecteur vitesse de M et celles du vecteur vitesse de M' .
- d. Établir les équations cartésiennes de la tangente en M à C et de la tangente en M' à C' .
- e. Donner les équations de deux des tangentes communes à C et C' .