∽ Baccalauréat série mathématiques et technique ∾
Bordeaux septembre 1947

I.

Soient un segment AB, Δ sa médiatrice, ω le centre d'un cercle variable (ω) passant par A et B.
Le cercle (ω) coupe Δ en D et D$'$ et les droites BD et BD$'$ coupent respectivement la tangente en A à (ω) en C et C$'$.

1. Montrer que AD et AD$'$ sont bissectrices de l'angle BAC.
   En déduire que le lieu de C et C$'$ est une hyperbole (H) de foyer A et de directrice Δ.
   Préciser les éléments de cette hyperbole.
   Déterminer en particulier le foyer F autre que A.
2. Soit P le pôle de la droite BC par rapport à (ω).
   Montrer que la droite CP coupe AB en Q symétrique de A par rapport à B.
   En déduire que la tangente autre que CA menée de C à (ω) coupe AB en F.
   Construire les tangentes à (H) en C et en C$'$; quel est leur point d'intersection ?
3. Le point C étant du même côté que A par rapport à Δ, démontrer que les côtés BC $= a$, CA $= b$, AB $= c$ du triangle ABC vérifient la relation

$$a^2 = b(b+c).$$

   Montrer que l'on doit avoir $b < a < 2b$.
4. Déterminer $a,\ b,\ c$ entiers, premiers entre eux dans leur ensemble.
   Montrer que b doit être carré parfait, puis exprimer a et c.
   Application : Trouver toutes les valeurs entières de $a,\ b,\ c$ lorsque $b = 25$.

N. B. Les questions **3.** et **4.** sont indépendantes de **2.**.

II. 1er sujet

Puissance d'un point par rapport à un cercle, axe radical.
Différence des puissances d'un point par rapport à deux cercles.

II. 2e sujet

Résoudre un triangle, connaissant les trois côtés.

II. 3e sujet

Nombres premiers entre eux : définition.
Démontrer que si un nombre divise un produit de deux facteurs et est premier avec l'un d'eux, il divise l'autre.