Baccalauréat Bordeaux série mathématiques
septembre 1952

I. - 1er sujet.

Limite de $\dfrac{\sin x}{x}$ lorsque x, exprimé en radians, tend vers 0.
Quelle est la limite de $\dfrac{\sin x}{x}$ lorsque x, exprimé en degrés, tend vers 0 ?

I. - 2e sujet

Démontrer que, pour qu'il existe un triangle ABC ayant pour mesures de ses côtés trois nombres positifs a, b, c et pour angle opposé au côté a un angle A compris entre 0 et 180°, il faut et il suffit que l'on ait

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \mathrm{A}.$$

I. - 3e sujet

Donner la définition de la dérivée d'une fonction pour une valeur $x = x_0$ de la variable.
Calculer directement, à partir de cette définition, les dérivées de $\sin(ax+b)$ et de $\cos(ax+b)$, où a et b sont des constantes.

II.

On considère, dans un plan P, une droite fixe Δ et deux points fixes A et B non situés sur Δ et placés d'un même côté de cette droite.
La droite AB coupe Δ en un point ω.
On désignera par a et b les longueurs ωvA et ωB $(a > b)$ et par θ l'angle aigu de AB avec Δ.

1. Construire les cercles passant par A et B et tangents à Δ en α et β.
   Calculer leurs rayons en fonction de a, b, θ.
   Où faut-il choisir le centre O d'un cercle passant par A et B pour que ce cercle coupe Δ en deux points μ et ν ?
   Quelle est alors la disposition des points α, β, μ, ν ?
   Montrer que, pour que le cercle passant par A et B et qui a son centre sur la perpendiculaire menée de A sur Δ coupe Δ, il faut que θ soit inférieur à un angle aigu φ dont on calculera le cosinus.

Cette condition sera supposée remplie dans ce qui suit.

2. On considère les sphères $\sum$ qui ont pour grands cercles les cercles du plan P passant par A et B. Montrer que les cercles (σ) d'intersection de ces sphères par un plan (π) perpendiculaire au plan P suivant Δ forment un faisceau à points limites.
   Comment se transforme la figure formée par le cercle (ω) du pian P qui a pour diamètre $\alpha\beta$ et un cercle (σ) dans l'inversion de centre α qui laisse le cercle (σ) invariant ?
   En déduire que toute sphère passant par le cercle (ω) est orthogonale à une sphère quelconque passant par un cercle (σ).
3. Soit S celle des sphères dont le diamètre passant par A est perpendiculaire à Δ.
   Elle coupe le plan (π) suivant un cercle (S).
   On considère l'inversion (A) de centre A qui laisse le cercle (S) invariant.
   Montrer que dans cette inversion les cercles (σ) se transforment en cercles (σ') découpés sur une sphère fixe par des plans passant par une droite fixe dont on précisera la position.