Baccalauréat Bordeaux septembre 1948
série mathématiques et mathématiques et technique

Exercice 1 (au choix)

1er sujet

Tangente à l'ellipse.

2er sujet

Produit d'une inversion et d'une homothétie de même centre.
Réciproque.
Application à l'inversion plane d'un cercle ne passant pas par le centre d'inversion.

3er sujet

Démontrer les théorèmes qui servent à justifier la règle de la division.

Exercice 2

On considère les triangles (T) dont les angles A, B, C satisfont à la relation

$$(1) \qquad m\cos \mathrm{B} \,.\, \cos \mathrm{C} = \cos \mathrm{A}.$$

m nombre algébrique donné différent de -1

1. Montrer que (1) est équivalent à

$$(2) \qquad tg\mathrm{B}.tg\mathrm{C} = m+1.$$

   Calculer B, C, connaissant A. Discuter (deux cas : A aigu, A obtus).
2. Propriétés géométriques des triangles (T).
   On calculera $\dfrac{\overline{\mathrm{HA}}}{\overline{\mathrm{HA'}}}$ et $\dfrac{\overline{\mathrm{AA'}}^2}{\overline{\mathrm{A'B}}\,.\,\overline{\mathrm{A'C}}}$, H désignant l'orthocentre, AA′ la hauteur issue de A.
   Trouver des propriétés particulières pour :
   a. $m = 0$;
   b. $m = 2$ (comment est la droite d'Euler ?) ;
   c. $m = -2$. Évaluer $\hat{\mathrm{B}} - \hat{\mathrm{C}}$.
   Position relative de AA′ et du cercle circonscrit à ABC.
3. On donne un segment BC = 2ℓ. Trouver l'équation du lieu géométrique du sommet A des triangles (T) de base BC.
   Prendre pour axes Ox suivant BC, Oy suivant la médiatrice de BC.
   Poser $\overline{\mathrm{OA'}} = x$, $\overline{\mathrm{A'A}} = y$ pour définir le point A et traduire la relation (2) par une relation entre x et y.
   Discuter la nature du lieu suivant les valeurs de m.
   Cas particuliers : $m = 0$; $m = -2$.
4. En rapprochant la deuxième question de la troisième, pouvez-vous énoncer une propriété métrique caractéristique des coniques ?
5. Montrer que l'étude de $m = -2$ permet de résoudre la question suivante :
   On donne un faisceau de cercles à points de base B, C.
   Lieu des points M des cercles du faisceau où la tangente est perpendiculaire à BC.