

☞ Baccalauréat C Brésil novembre 1955 ☞

I. 1^{ER} SUJET.

Variations de la fonction

$$y = 2 - \frac{3}{x-1} + \frac{12}{x+2}.$$

Courbe représentative.

I. 2^E SUJET.

Progressions géométriques.

Somme des n premiers termes; limite, quand elle existe, de cette somme lorsque n augmente indéfiniment.

I. 3^E SUJET.

Variations et représentation graphique de la fonction

$$y = \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 2x + 3}.$$

II.

Soit un triangle isocèle OAB, rectangle en O, OP la hauteur.

Un point M se déplace sur la droite indéfinie AB; il se projette en Q sur OA, en S sur OB.

On oriente les droites OA et OB positivement de O vers A, de O vers B.

$$\overline{OA} = \overline{OB} = a.$$

On oriente AB de A vers B positivement et sa parallèle X'OX dans le même sens.

1. Démontrer que PQS est un triangle rectangle isocèle.
Lieu du sommet R du carré PQRS. Enveloppe de RS, de RQ et de QS.
Calculer $\overline{OQ} + \overline{OS}$ et $\overline{OQ}\sqrt{2} + \overline{OR}$.
2. Une droite variable Δ passant en P coupe OA en Q_1 , OB en S_1 , OX en R_1 .
Trouver les relations entre $\overline{OQ_1}$ et $\overline{OS_1}$ d'une part, entre $\overline{OQ_1}$ et $\overline{OR_1}$ d'autre part, indépendantes de Δ .
Montrer que les cercles OPS_1 et OQ_1R_1 sont tangents en O, ainsi que les cercles OPQ_1 et OR_1S_1 .
Quel est l'angle des cercles OPQ_1 et OPR_1 ?
Comment associer le point M et la droite Δ pour que P, Q_1 , R_1 , S_1 correspondent à P, Q, R, S par inversion?
3. On donne quatre points alignés P, Q_1 , R_1 , S_1 . Peut-on, à partir de ces quatre points, reconstituer la figure?
A quelle condition? Peut-on trouver une inversion qui transforme ces quatre points en les quatre sommets d'un carré?
Calculer $\overline{PS_1}$ si $\overline{PQ_1} = b$, $\overline{PR_1} = \frac{3}{4}b$.
4. Soient D le milieu de Q_1S_1 , E le point de Δ tel que $\overline{PE} = 2\overline{PD}$.
Montrer que le produit des distances de E à OA et OB est constant. Lieux de D et E.