∽ Brevet 2005 ∾

L'intégrale d'avril à décembre 2005

Pour un accès direct cliquez sur les liens bleus.

∽ Brevet des collèges Pondichéry avril 2005 ∾

Durée : 2 heures

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

Exercice 1

1. On pose $A = \dfrac{2}{3} + \dfrac{5}{3} \times \dfrac{1}{15}$ et $B = \left(1 - \dfrac{1}{7}\right) + \dfrac{12}{5}$.
   Calculer A et B en détaillant les étapes des calculs. Donner les résultats sous forme de fractions irréductibles.
2. On pose $C = \dfrac{5 \times 10^4 \times 42 \times 10^2}{6 \times 10^{-4}}$.
   Donner l'écriture scientifique de C en détaillant les étapes des calculs.

Exercice 2

1. On pose $D = 5\sqrt{3} - \sqrt{75} + 2\sqrt{27}$.
   Écrire D sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont des nombres entiers.
2. On pose $E = \left(\sqrt{7} + \sqrt{2}\right)\left(\sqrt{7} - \sqrt{2}\right)$.
   Montrer que E est un entier.

Exercice 3

On pose $F = 49 - (3x + 2)^2$.

1. Factoriser F.
2. Développer $(3x + 2)^2$, puis F.
3. Calculer F pour $x = \dfrac{5}{3}$.

Exercice 4

1. Calculer le PGCD de 388 et 129 en expliquant la méthode choisie.
2. Peut-on simplifier la fraction $\dfrac{388}{129}$? Justifier la réponse.

Exercice 5

1. Résoudre le système suivant :

$$\left\{\begin{array}{lcl} x + y & = & 104 \\ x - y & = & 8 \end{array}\right.$$

2. Matéo et Simon, qui ont 8 ans d'écart, additionnent leurs âges et trouvent 104 ans.
   Sachant que Matéo est le plus jeune, calculer l'âge de chacune de ces deux personnes

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

Exercice 1

Les questions sont indépendantes les unes des autres.
MNP est un triangle rectangle en P tel que :

MP = 5 cm et MN = 7 cm.

1. Calculer la mesure, arrondie au degré, de l'angle $\widehat{\text{MNP}}$.
2. Calculer la valeur exacte de NP ; donner son arrondi au mm.
3. Soit I le point du segment [MP] tel que PI = 2 cm. La parallèle à (MN) passant par I coupe [PN] en J.
   Calculer IJ.

Exercice 2

1. Construire un segment [EF] de 8 cm puis le cercle de diamètre [EF]. G est un point de ce cercle tel que EG = 6 cm.
   Quelle est la nature du triangle EFG ? Justifier la réponse.
2. Construire le point K symétrique de E par rapport au point G.
3. Construire 1e point L symétrique de F par rapport au point G.
4. Quelle est la nature du quadrilatère EKFL ? Justifier la réponse.

Exercice 3

Soit (O ; I, J) un repère orthonormé tel que OI = OJ = 1 cm.

1. Placer les points suivants :

   A(3 ; 3) ; B(4 ; 2) C(2 ; 2) et D(1 ; 1).
2. Monter que C est le milieu du segment [AD]. Tracer les segments [AD], [AB] et [BC]. On obtient un dessin appelé T.
3. Construire en bleu l'image de T par la translation de vecteur $\overrightarrow{\text{DA}}$.
4. Construire en vert l'image de T par la rotation de centre O, d'angle 90 °, le sens étant celui des aiguilles d'une montre.

PROBLÈME **12 points**

Pour aller en train voir sa fille, Paul prévoit de faire plusieurs allers-retours entre Valy et Suret.
Deux solutions lui sont proposées.

- Formule A : voyager à plein tarif ; un billet aller-retour s'élève à 170 euros.
- Formule B : acheter une carte « Escapade » coûtant 100 euros et bénéficier alors d'une réduction de 25 % pour chaque billet aller-retour.

1. Montrer qu'avec la formule B un aller-retour est facturé 127,50 euros.
2. Reproduire et compléter le tableau suivant sur votre copie.

Nombre d'allers-retours	1	2	3
Prix de revient avec la formule A (en euros)			
Prix de revient avec la formule B (en euros)			

3. Soit x le nombre de voyages aller-retours.
   Exprimer, en fonction de x, le prix de revient de x voyages :
   - par la formule A
   - par la formule B.

4. **a.** Construire un repère orthogonal en prenant l'origine en bas à gauche de la feuille de papier millimétré et comme unités graphiques :
   - en abscisses, 2 cm pour une unité ;
   - en ordonnées, 2 cm pour 100 euros.

   b. Dans le repère précédent, construire la représentation graphique de deux fonctions A et B définies par :

$$A(x) = 170x \quad \text{et} \quad B(x) = 127,50x + 100.$$

5. Déterminer, à l'aide du graphique, à partir de quel nombre de voyages allers-retours Paul a intérêt à acheter la carte « Escapade ».
   Faire apparaître les tracés utiles.
6. **a.** Résoudre l'inéquation $127,50x + 100 < 1\,000$.

   b. Paul a un budget de 1 000 euros.
   Combien peut-il faire au maximum d'allers-retours avec sa carte « Escapade ».

∽ Brevet Aix–Marseille 28 juin 2005 ∾

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

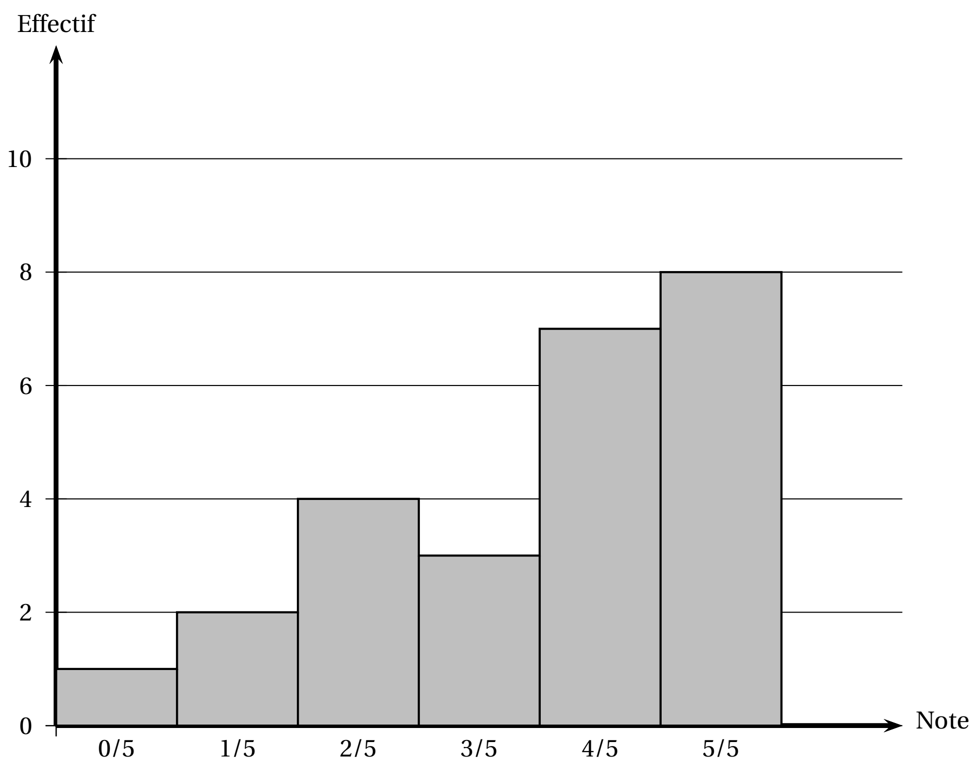
Exercice 1

Dans cet exercice, tous les calculs devront être détaillés.

1. Calculer l'expression : $A = \frac{13}{3} - \frac{4}{3} \times \frac{5}{2}$ (donner le résultat sous sa forme la plus simple).
2. Donner l'écriture scientifique du nombre B tel que :
   $B = \frac{7 \times 10^{15} \times 8 \times 10^{-8}}{5 \times 10^{-4}}$.
3. Écrire sous la forme $a\sqrt{7}$ (où a est un entier) le nombre C tel que :
   $C = 4\sqrt{7} - 8\sqrt{28} + \sqrt{700}$.
4. Développer et simplifier : $\left(4\sqrt{5} + 2\right)^2$.

Exercice 2 (3 points)

Voici l'histogramme des notes d'un contrôle noté sur 5 pour une classe de 25 élèves.



1. Reproduire et remplir le tableau des notes suivant.
2. Calculer la moyenne des notes de la classe.
3. Quelle est la médiane des notes de la classe ?
4. Calculer la fréquence des notes inférieures ou égales à 3 points sur 5.

Tableau à reproduire et compléter :

Note	0	1	2	3	4	5
Effectif						
Effectif cumulé croissant						

Exercice 3 (2 points)

Répondre aux questions suivantes. (Les calculs pourront être totalement faits à la calculatrice : on ne demande pas d'étapes intermédiaires ni de justification).

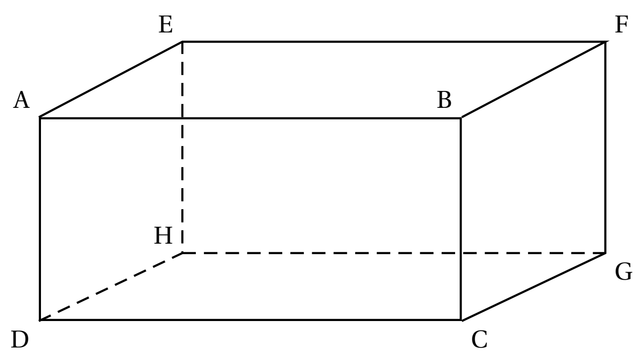
1. Donner un arrondi au centième du nombre A tel que : $A = \dfrac{831-532}{84}$.
2. Convertir $3,7$ heures en heures et minutes.
3. Donner un arrondi au millième du nombre B tel que : $B = \dfrac{\dfrac{53}{51}-\dfrac{32}{85}}{\dfrac{63}{34}}$.
4. Calculer à 0,01 près $C = \sqrt{\dfrac{83+167}{158}}$.

Exercice 4 (3 points)

1. Trouver le PGDC de 6 209 et 4 435 en détaillant la méthode.
2. En utilisant le résultat de la question précédente, expliquer pourquoi la fraction $\dfrac{4\,435}{6\,209}$ n'est pas irréductible.
3. Donner la fraction irréductible égale à $\dfrac{4\,435}{6\,209}$.

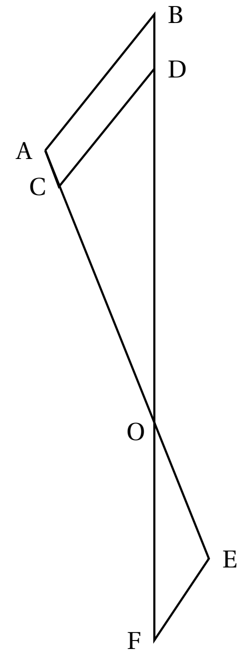
ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

Exercice 1 **5 points**



1. **a.** Que peut-on dire des droites (AE) et (AB) ? Le justifier.
   b. Les droites (EH) et (AB) sont-elles sécantes ?
2. **a.** Calculer EG. On donnera la valeur exacte.
   b. En considérant le triangle EGC rectangle en G, calculer la valeur exacte de la longueur de la diagonale [EC] de ce parallélépipède rectangle.
3. Montrer que le volume de ABCDEFGH est égal à 72 m^3.
4. Montrer que l'aire totale de ABCDEFGH est égale à 108 m^2.

Exercice 2 **3 points**



Sur le dessin ci-contre, les droites (AB) et (CD) sont parallèles, les points A, C, O, E sont alignés ainsi que les points B, D, O et F. (On ne demande pas de faire le dessin).
De plus, on donne les longueurs suivantes :
CO = 3 cm, AO = 3,5 cm, OB = 4,9 cm, CD = 1,8 cm, OF = 2,8 cm et OE = 2 cm.

1. Calculer (en justifiant) OD et AB.
2. Prouver que les droites (EF) et (AB) sont parallèles.

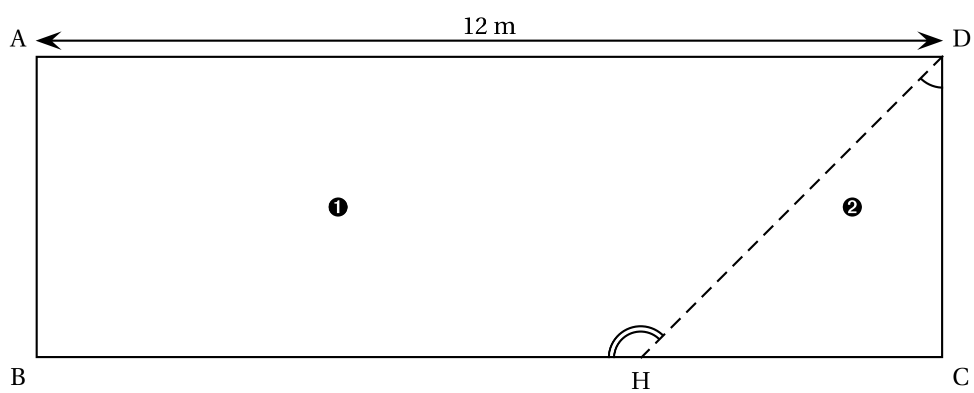
Exercice 3 **4 points**

Soit ABC un triangle tel que AB = 4,2 cm, BC = 5,6 cm, AC = 7 cm.

1. Faire une figure en vraie grandeur.
2. Prouver que ABC est rectangle en B.
3. Calculer le périmètre et l'aire de ABC.

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

On dispose d'un séjour rectangulaire dans lequel on veut réaliser un petit cagibi triangulaire. Pour cela, on veut installer une cloison.



Voici ci-dessus, une représentation de la pièce.
La partie ❷ est le cagibi et la partie ❶ représente le séjour après la création du cagibi.
La cloison a été dessinée en pointillés.
Dans l'exercice, on considérera que la cloison a une épaisseur nulle.
Les trois parties sont indépendantes.

Partie 1 **3 points**

On considère que $x = 3$ m.

1. Quelle est la longueur de la cloison (en pointillé) ?
2. Calculer la valeur (à 1 ° près) de l'angle $\widehat{\text{HDC}}$?
3. Calculer la valeur (à 1 ° près) de l'angle $\widehat{\text{DHB}}$?

Partie 2 (6 points)

1. **a.** Exprimer la surface au sol du cagibi ❷ en fonction de x, sous la forme $f(x) = \dots$

   b. Exprimer la surface au sol du séjour ❶ en fonction de x, sous la forme $g(x) = \dots$
2. On admet que $f(x) = 2x$ et que $g(x) = 48 - 2x$.

   a. Quelle est la nature de la fonction f ? Quelle est la nature de la fonction g ?

   b. Tracer dans un repère (abscisse : 1 cm pour 0,5 unités et en ordonnées, 1 cm pour 5 unités) les représentations graphiques des fonctions f et g pour x compris entre 0 et 10.
3. On veut que le séjour ❶ ait une surface minimale de 35 m^2.

   a. Lire sur le graphique la valeur maximale de x pour que cette condition soit respectée.

   b. Écrire une inéquation qui traduise que la surface du séjour doit être supérieure ou égale à 35 m^2.

   c. Résoudre cette inéquation.

Partie 3 **3 Points**

On réalise une maquette de cette pièce, avant la création du cagibi, à l'échelle 1/200.

1. Rappeler ce que signifie « échelle 1/200 » ?
2. Quelle sera, sur la maquette, la longueur du mur de 12 m ?
3. La surface réelle du séjour est de 48 m^2. Quelle est la surface du sol du séjour dans la maquette (en cm^2) ?
4. Le volume du séjour de la maquette est de 13,125 cm^3. Quel est le volume réel du séjour (en cm^3 puis en m^3) ?

Durée : 2 heures

Brevet des collèges Amérique du Nord juin 2005

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES 12 points

Exercice 1

On donne : $A = \dfrac{5}{3} - \dfrac{4}{3} \times \dfrac{7}{11}$ et $B = \dfrac{210 \times 10^{-6} \times 5 \times 10^{5}}{35 \times 10^{4}}$.

1. Donner le résultat de A sous la forme d'une fraction irréductible en précisant toutes les étapes.
2. Déterminer l'écriture scientifique de B en précisant toutes les étapes.

Exercice 2

Madame A et Monsieur B sont tous les deux professeurs de mathématiques et ont tous les deux une classe de Troisième ayant 20 élèves.
Ils comparent les notes obtenues par leurs élèves au dernier devoir commun :

Notes attribuées par Madame A	Notes attribuées par Monsieur B
7–8–12–12–18–5–11– 6-3–8-5–18–9–20– 6–16–6–18–7–15	8–8–9–12–11–8–13– 15–7–9–10–10–12–8– 10–14–12–11–14–9

1. Construire, sur la copie et sur un même dessin, les diagrammes en bâtons représentant les deux séries de notes. (Utiliser deux couleurs.)
2. Calculer la moyenne de chaque série.
3. Déterminer une médiane de chaque série.
4. Comparer ces deux classes.

Exercice 3

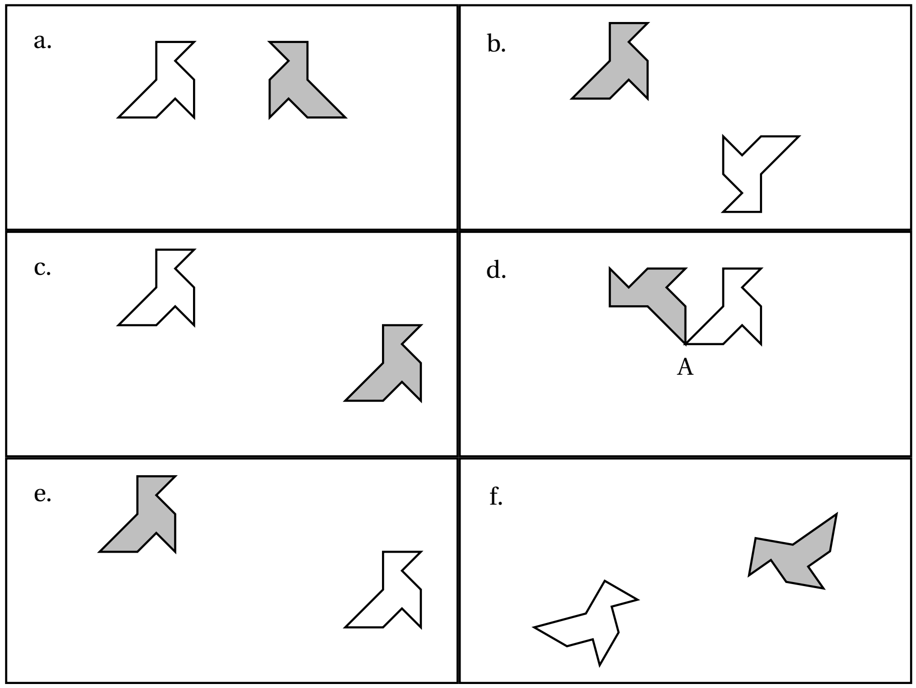
1. Résoudre le système : $\left\{\begin{array}{rcr} x - 3y & = & 35 \\ 5x - 4y & = & -20 \end{array}\right.$
2. Montrer que les valeurs trouvées pour x et y vérifient la condition suivante :

$$8\left(\frac{x-5}{y-5}\right) = 3\left(\frac{x+20}{y+20}\right).$$

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES 12 points

Exercice 1

La figure grise est obtenue après avoir appliqué une transformation du plan à la figure blanche. Dans chaque cas :
• Préciser le type de transformation (symétrie axiale centrale, translation, rotation).
• Faire apparaître et préciser le(s) élément(s) caractéristique(s) de cette transformation (axe, centre, vecteur, angle, sens de rotation).



a. Transformation : ......
Éléments caractéristiques : ......
c. Transformation : ......
Éléments caractéristiques : ......
e. Transformation : ......
Éléments caractéristiques ......

b. Transformation : ......
Éléments caractéristiques : ......
d. Transformation : ......
Éléments caractéristiques : ......
c. Transformation : ......
Éléments caractéristiques : ......

Exercice 2

Une boîte parallélèpipèdique de dimensions 4 cm, 4 cm et 8 cm contient deux boules de rayon 2 cm. Calculer le volume de l'espace laissé libre par les deux boules (arrondir au cm^3).

Rappel : Le volume d'une boule de rayon R est $\dfrac{4}{3}\pi \text{R}^3$.

Exercice 3

L'unité est le centimètre.

1. Dans un repère orthonormé (O ; I, J), placer les points :

$$\text{A}(6\,;\,0),\ \text{L}(0\,;\,8)\ \text{et}\ \text{K}(4\,;\,10).$$

2. Calculer la longueur AL.

3. On donne : AK = $\sqrt{104}$ et LK = $\sqrt{20}$.
Démontrer que le triangle AKL n'est pas rectangle en L.

4. **a.** Construire le point L$'$, symétrique de L par rapport à la hauteur issue de A du triangle AKL.

b. En déduire la longueur AL$'$.

c. Déterminer approximativement (par lecture graphique) les coordonnées de L$'$.

5. On admet que, si x est l'abscisse d'un point M de la droite (LK), alors l'ordonnée de M est $\dfrac{1}{2}x + 8$ et :

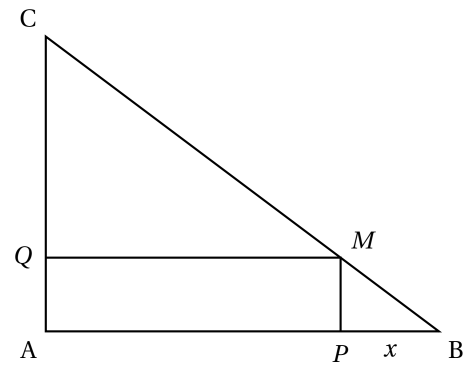
$$\text{A}M^2 = \frac{5}{4}x^2 - 4x + 100.$$

a. En déduire les valeurs de x pour lesquelles on a A$M = 10$.

b. Quelles sont alors les coordonnées exactes de L ?

PROBLÈME **12 points**

ABC est un triangle rectangle en A avec :
AB = 4 cm et AC = 3 cm.
M est un point de [BC], P est un point de [AB] et Q un point de [AC] tels que le quadrilatère APMQ soit un rectangle.
Notons x la longueur BP en cm.



PREMIÈRE PARTIE

1. Montrer que $PM = \dfrac{3}{4}x$.

2. Montrer que le périmètre du rectangle APMQ est égal à $8 - \dfrac{x}{2}$.

3. **a.** Expliquer pourquoi on a : $0 \leqslant x \leqslant 4$.

b. Est-il possible de placer M sur [BC] pour que le périmètre du rectangle APMQ soit égal à :

7cm ? 4cm ? 10 cm ?

4. Faire la figure dans le cas où le périmètre est 7 cm.

DEUXIÈME PARTIE

1. **a.** Calculer la longueur BC.

b. Montrer que B$M = \dfrac{5x}{4}$.

2. En déduire, en fonction de x, le périmètre du triangle BPM.

3. Construire dans un repère orthonormé les représentations graphiques des fonctions :

$$x \longmapsto 3x \quad \text{et} \quad x \longmapsto 8 - \frac{x}{2}.$$

4. **a.** Déterminer graphiquement une valeur approchée de x pour laquelle BPM et APMQ ont le même périmètre.

b. Trouver par un calcul la valeur exacte de x.

∽ Brevet Antilles–Guyane juin 2005 ∾

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

Exercice 1

On fera apparaître les étapes de chaque calcul.

1. Écrire $A = \dfrac{\dfrac{4}{3}+\dfrac{3}{10}}{\dfrac{5}{2}-\dfrac{2}{5}}$ sous la forme d'une fraction irréductible.
2. Calculer $B = 5^3 - \left(2^4 + 7,5\right)^2$.
3. Montrer que $C = \left(3 - 4\sqrt{5}\right)\left(3 + 4\sqrt{5}\right)$ est un entier relatif.

Exercice 2

1. Les nombres 1 540 et 693 sont-ils premiers entre eux ? Justifier.
2. Donner la fraction irréductible égale à $\dfrac{1\,540}{693}$.
   On fera apparaître la méthode utilisée.

Exercice 3

Les notes de mathématiques obtenues par les 150 élèves d'un collège lors d'un brevet blanc sont réparties dans le tableau ci-dessous :

Note n	$0 \leqslant n < 8$	$8 \leqslant n < 16$	$16 \leqslant n < 24$	$24 \leqslant n < 32$	$32 \leqslant n \leqslant 40$
Nombre d'élèves	14	N	55	20	9

1. Calculer le nombre N.
2. Combien d'élèves ont obtenu moins de 24 ?
3. Quel est le pourcentage d'élèves ayant obtenu au moins 24 ?

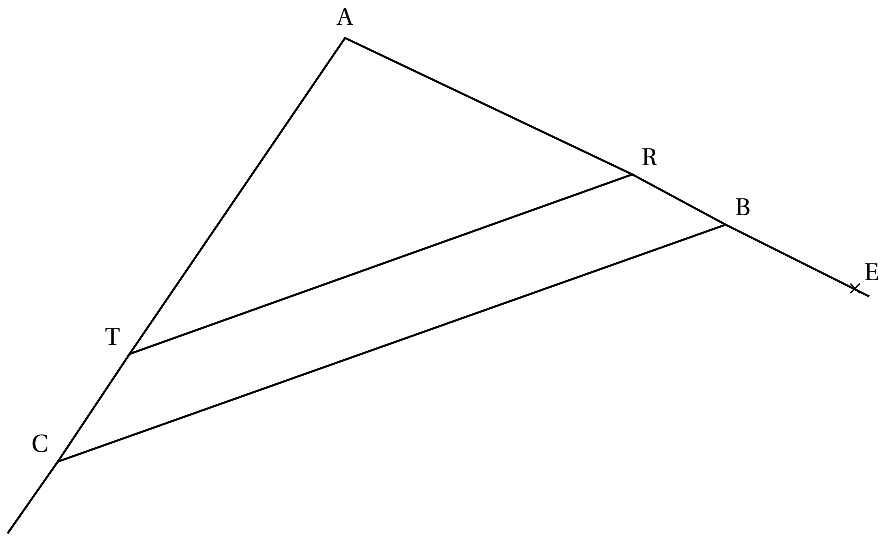
ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

Exercice 1

1. Tracer un cercle de centre O et de diamètre AB = 11 cm.
   Soit C un point de ce cercle tel que BC = 6,6 cm.
2. Montrer que ABC est un triangle rectangle en C.
3. Calculer la distance AC.
4. Déterminer la mesure arrondie au degré près de l'angle $\widehat{BAC}$.

Exercice 2

La figure ci-dessous n'est pas en vraie grandeur et il n'est pas demandé de la reproduire.
ABC est un triangle tel AB = 6 cm, AC = 7,2 cm et BC = 10 cm. Les points R et E appartiennent à la droite (AB), le point T appartient à la droite (AC). Les droites (BC) et (RT) sont parallèles. On donne AR = 4,5 cm et BE = 2 cm.



1. Calculer AT, TR et AE.
2. Les droites (BT) et (EC) sont-elles parallèles ?

PROBLÈME **12 points**

Le plan est muni d'un repère orthonormal (O, I, J). L'unité de longueur est le centimètre. On considère les points A(3 ; 1), B(2 ; −2) et C(−6 ; 4).

Partie I

1. Placer les points A, B et C dans le repère.
2. On considère la fonction affine $f : x \longmapsto mx + p$ dont la représentation graphique est la droite (AB).
   a. Déterminer les images de 2 et de 3 par la fonction f.
   b. Déterminer les valeurs de m et p de la fonction f.

Partie II

1. Montrer que AC $= 3\sqrt{10}$.
2. On donne AB $= \sqrt{10}$ et BC $= 10$.
   Montrer que le triangle ABC est rectangle en A.
3. Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.
4. Construire le point D image de C dans la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.
   Déterminer graphiquement les coordonnées du point D.
5. Montrer que le quadrilatère ABDC est un rectangle.
6. On considère le cercle $\mathscr{C}$ circonscrit au rectangle ABDC.
   Déterminer les coordonnées de son centre puis construire $\mathscr{C}$.

Durée : 2 heures

Brevet des collèges Centres étrangers juin 2005

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

EXERCICE 1

1. 288 et 224 sont-ils premiers entre eux ? Expliquer pourquoi.
2. Déterminer le PGCD de 288 et 224.
3. Écrire la fraction $\dfrac{224}{288}$ sous forme irréductible.
4. Un photographe doit réaliser une exposition en présentant ses œuvres sur des panneaux contenant chacun le même nombre de photos de paysage et le même nombre de portraits.

   Il dispose de 224 photos de paysage et de 288 portraits.

   Combien peut-il réaliser au maximum de panneaux en utilisant toutes les photos ?

   Combien chaque panneau contient-il de photos de paysage et de portraits ?

EXERCICE 2

On considère l'expression D, dont une écriture est la suivante : $D = (x-3)^2 - 25$.

1. Développer et réduire l'expression D.
2. Factoriser l'expression D.
3. Calculer D pour $x = \sqrt{5}$. Donner le résultat sous la forme $a + b\sqrt{5}$.
4. Résoudre l'équation $D = 0$.

EXERCICE 3

Montrer, en détaillant les calculs, que les nombres A, B et C ci-dessous sont tous égaux à un même nombre entier.

$\text{A} = \dfrac{7}{9} + \dfrac{2-2\times 3}{3-3\times 7}$

$\text{B} = \dfrac{(-2)\times 10^{-3}\times 25\times \left(10^2\right)^2}{50\times 10^5\times(-0,1)\times 10^{-3}}$

$\text{C} = \dfrac{3\sqrt{96}}{4\sqrt{54}}$

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

EXERCICE 1

Un pavage est constitué de losanges tous identiques au losange ABCD comme sur la figure codée en **annexe 1**.

On appelle R la rotation de centre D qui transforme B en A.

On appelle t la translation de vecteur $2\overrightarrow{\text{BC}}$.

On appelle S_B la symétrie de centre B.

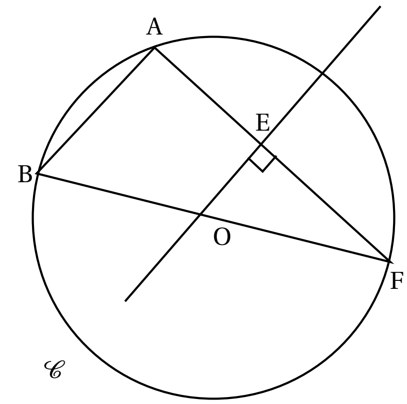
1. Quel est l'angle de la rotation R ? Justifier la réponse.
2. Sur l'annexe 1, tracer, en couleur, l'image L_1 du losange ABCD par R.
3. Sur l'annexe 1, tracer, en couleur, l'image L_2 du losange ABCD par t.

4. Sur l'annexe 1, tracer, en couleur, l'image L_3 du losange ABCD par t.

EXERCICE 2

Sur le croquis ci-contre
- $\mathscr{C}$ est un cercle de centre O et de diamètre BF = 40 mm.
- A est un point du cercle $\mathscr{C}$ tel que AB = 14 mm.
- La perpendiculaire à la droite (AF) passant par O coupe le segment [AF] en E.

1. Quelle est la nature du triangle ABF ? Justifier votre réponse.
2. Calculer la valeur arrondie au dixième de degré près de l'angle $\widehat{\text{AFB}}$.
3. Calculer la valeur arrondie au millimètre près de la longueur EF.



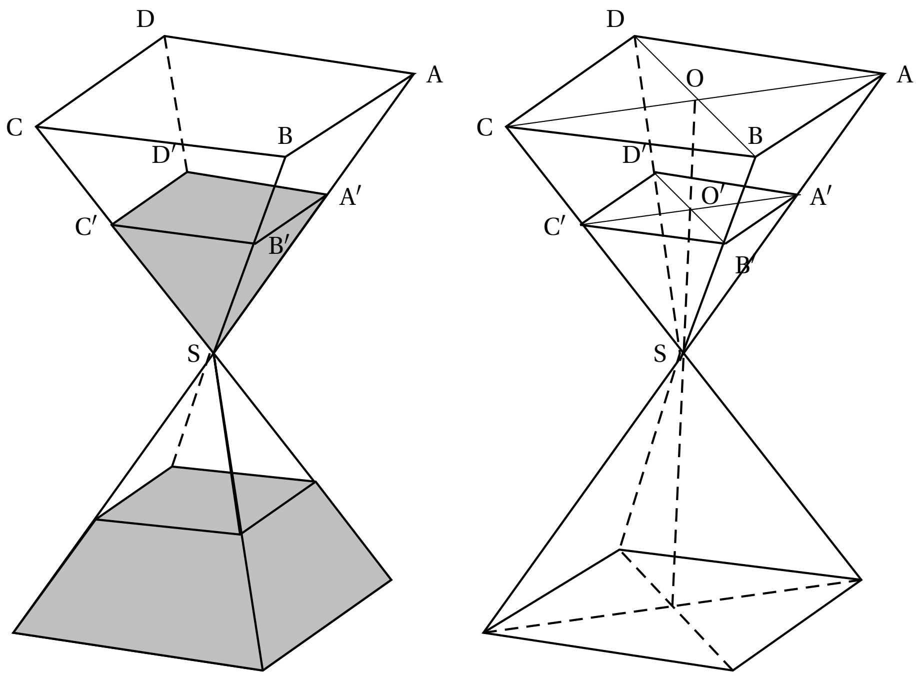
EXERCICE 3

Sur la figure présentée en **annexe 2**, le repère est orthonormé.
On a placé les points A(−3 ; 4), B(0 ; 6), C(4 ; 0), D(1 ; −2).

1. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{\text{AB}}$ et $\overrightarrow{\text{DC}}$.
2. **a.** Calculer les valeurs exactes des longueurs AB, BC et AC.
   b. Prouver que le triangle ABC est rectangle.
3. Déduire des questions précédentes la nature du quadrilatère ABCD. Justifier.
4. **a.** Construire à la règle et au compas, le point E tel que ACDE soit un parallélogramme.
   b. Calculer les coordonnées du point E.

PROBLÈME **12 points**

Un sablier est constitué de deux pyramides superposées comme le montre le croquis ci-dessous.
Le sable s'écoule au niveau du point S. La surface du sable est représentée par le plan A′B′C′D′ horizontal et parallèle aux bases des pyramides.
On suppose qu'au départ, le volume du sable occupe la totalité de la pyramide SABCD.



La pyramide SABCD est régulière, sa base est un carré ABCD, on rappelle que la hauteur (SO) est perpendiculaire au plan ABCD.
On donne : OA = 27 mm, SO = 120 mm.
Dans tout ce problème A′ est le milieu de [SA]

1. Représenter la base ABCD en vraie grandeur.
2. **a.** Justifier que le triangle AOB est rectangle isocèle.

   b. Montrer que $AB = 27\sqrt{2}$ mm.
3. **a.** Calculer l'aire du carré ABCD.

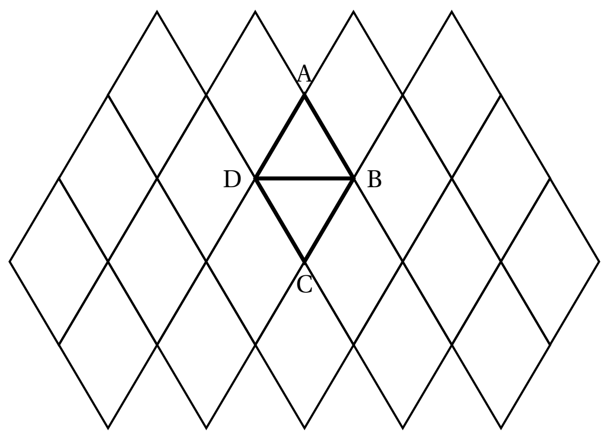
   b. En déduite que le volume V de la pyramide SABCD est 58 320 mm^3.
4. Le triangle SOA est rectangle. Montrer que SA = 123 mm.
5. La pyramide SA′B′C′D′ est une réduction de la pyramide SABCD.

   a. Que peut-on dire des droites (OA) et(O′A′) ?

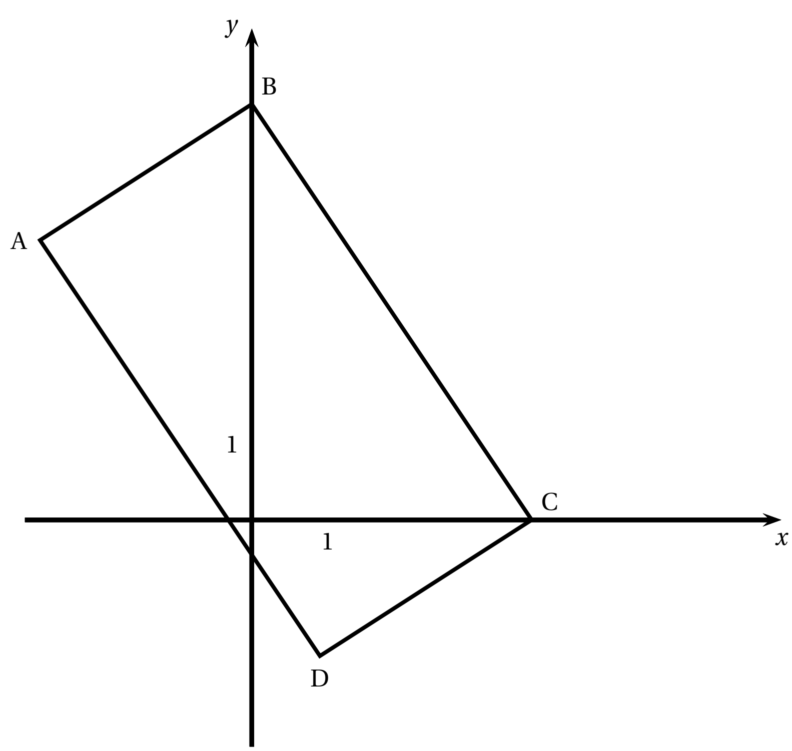
   b. Déterminer le coefficient de réduction $\dfrac{SO'}{SO}$.
6. On note V′ le volume de la pyramide SA′B′C′D′.
   Calculer V′.
7. On admet que le volume du sable descendu est proportionnel au temps écoulé. Tout le sable s'écoule en 4 minutes. Au bout de combien de temps le niveau de sable est-il dans la position étudiée ?

ANNEXES à rendre avec la copie

Annexe 1 : Activités géométriques (Exercice 1)



Annexe 2 : Activités géométriques (Exercice 3)



Durée : 2 heures

Brevet des collèges Madagascar Océan Indien juin 2005

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

Exercice 1

Les questions 1, 2 *et* 3 *sont indépendantes.*

1. On donne $A = \dfrac{\dfrac{3}{4} - 3}{\dfrac{1}{2} + 2}$.

Calculer et donner le résultat sous forme d'une fraction irréductible ; on fera apparaître les étapes du calcul.

2. On donne $B = \dfrac{1,5 \times 10^{-3}}{3 \times 10^{2}}$.

a. Donner l'écriture décimale de B.

b. Exprimer B en écriture scientifique.

3. a. On donne $C = \sqrt{180} - 2\sqrt{80}$.

Écrire C sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont des nombres entiers et b le plus petit possible.

b. Soit $D = \dfrac{5\sqrt{12}}{2\sqrt{3}}$.

Montrer que D est un nombre entier, en faisant apparaître les étapes du calcul.

Exercice 2

On donne l'expression :

$$M = (3x + 5)^2 - (3x + 5)(2x + 7).$$

1. Développer et réduire M.

2. Factoriser M.

3. Calculer M pour $x = 2$, puis pour $x = 0$.

4. Résoudre l'équation $M = 0$.

Exercice 3

Une course a été organisée pour les élèves de Troisième (40 garçons et 50 filles) d'un collège. Les résultats sont donnés dans les tableaux suivants.
Résultats des garçons

Temps de parcours	de 10 à 15 min	de 15 à 20 min	de 20 à 25 min	de 25 à 30 min	de 30 à 35 min
Effectifs	8	14	9	6	3

Résultats des filles

Temps de parcours	de 10 à 15 min	de 15 à 20 min	de 20 à 25 min	de 25 à 30 min	de 30 à 35 min
Effectifs	7	8	12	11	12

1. **a.** Montrer que le temps de parcours moyen des garçons est 20,25 minutes (c'est-à-dire 20 minutes 15 secondes).
   b. Calculer celui des filles.
2. Construire un diagramme en barres qui représente les résultats contenus dans les deux tableaux précédents.
3. **a.** Calculer le pourcentage de garçons ayant effectué un temps compris entre 15 et 30 minutes pour cette course.
   b. Calculer le pourcentage de filles ayant effectué un temps compris entre 15 et 30 minutes pour cette course.
   c. Calculer le pourcentage d'élèves ayant effectué un temps compris entre 15 et 30 minutes pour cette course (arrondir au dixième).
4. Entre le groupe des garçons et celui des filles, lequel vous paraît le plus homogène ?

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

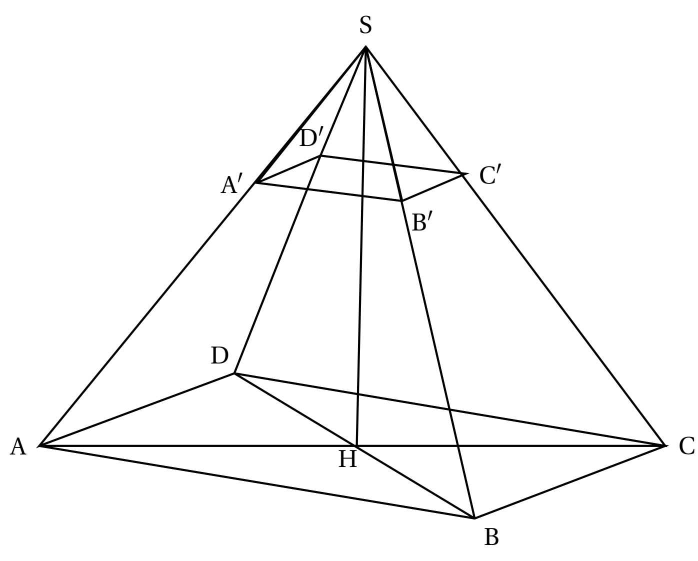
Exercice 1

Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O ; I, J), on considère les points A$(-2\ ;\ -1)$ et B$(4\ ;\ 3)$. On note $\mathscr{C}$ le cercle de diamètre [AB] et M le centre de $\mathscr{C}$.

1. Dessiner la figure.
2. Calculer les coordonnées de M.
3. Calculer le rayon du cercle $\mathscr{C}$ (on donnera la valeur exacte).
4. Soit F le point de coordonnées $(3\ ;\ 4)$. Démontrer que F est un point du cercle $\mathscr{C}$.
5. Que peut-on dire du triangle AFB ?
6. On précise que FA $= \sqrt{50}$ et FB $= \sqrt{2}$.
   Calculer l'arrondi au degré de l'angle $\widehat{\text{FAB}}$.

Exercice 2

Sur la figure suivante, SABCD est une pyramide à base rectangulaire, de hauteur [SH], où H est le centre du rectangle ABCD.
On donne : AB = 8 cm, BC = 6 cm et SH = 12 cm.



1. Calculer AC ; en déduire AH.
2. Calculer le volume de la pyramide SABCD.
3. Démontrer que SA = 13 cm. On note A′ le point de [SA] tel que SA′ = 3,25 cm. On coupe la pyramide par le plan parallèle à la base et passant par A′. On obtient une petite pyramide SA′B′C′D′.
4. **a.** Calculer le coefficient de réduction de SA′B′C′D′ par rapport à SABCD.

   b. En déduire les longueurs A′B′ et B′C′ puis le volume de SA′B′C′D′.
5. Où aurait-il fallu placer A′ pour obtenir une pyramide dont le volume est huit fois plus petit que celui de la pyramide SABCD ? Justifier.

PROBLÈME **12 points**

Un vidéo-club propose différents tarifs pour l'emprunt de DVD.

- Tarif A : 4 euros par DVD emprunté.
- Tarif B : 2,50 euros par DVD emprunté, après avoir payé un abonnement de 18 euros.
- Tarif C : abonnement de 70 euros pour un nombre illimité de DVD.

1. Reproduire et compléter le tableau suivant indiquant le prix à payer pour 5 ou 15 ou 25 OVO, aux tarifs A, B ou C.

	5 DVD	15 DVD	25 DVD
Coût au tarif A			
Coût au tarif B			
Coût au tarif C			

   On note x le nombre de DVD empruntés.

2. On admet que les trois tarifs peuvent être exprimés à l'aide des fonctions suivantes :

   $f : x \longmapsto 2,5x + 18$

   $g : x \longmapsto 70$

   $h : x \longmapsto 4x$.

   a. Associer à chaque tarif la fonction qui lui correspond.

   b. Tracer dans un même repère les représentations graphiques de ces trois fonctions. On prendra en abscisse 1 cm pour 2 DVD et en ordonnée 1 cm pour 5 euros.
3. **a.** Résoudre l'équation : $4x = 2,5x + 18$.

   b. Interpréter le résultat.
4. **a.** Résoudre graphiquement l'inéquation :
   $70 \leqslant 2,5x + 18$.

   b. Retrouver ensuite le résultat par le calcul.
5. Synthèse
   Donner le tarif le plus intéressant selon le nombre de DVD empruntés.

∽ Brevet Polynésie juin 2005 ∾

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

Le détail des calculs devra apparaître sur la copie.

Exercice 1

Calculer A et B en donnant le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

$$A = \frac{\frac{9}{2}}{3} \qquad B = \frac{4}{5} - \frac{8}{3} \times \frac{2}{5}$$

Exercice 2

Calculer C puis donner le résultat sous forme scientifique.

$$C = \frac{4 \times 10^{-2} \times 30 \times 10^{5}}{6 \times 10^{-1}}$$

Exercice 3

On considère l'expression $D = 7\sqrt{3} - 3\sqrt{48}$.
Écrire D sous la forme $a\sqrt{3}$ où a est un nombre entier relatif.

Exercice 4

On considère l'expression $E = (x-2)^2 + (x-2)(3x-1)$.

1. Développer et réduire E.
2. Factoriser E.
3. Résoudre l'équation $(x-2)(4x-1) = 0$.

Exercice 5

1. Résoudre le système ci-dessous :

$$\left\{\begin{array}{rcl} x+3y & = & 2\,250 \\ 2x+y & = & 2\,750 \end{array}\right.$$

2. Pour l'achat d'un tee-shirt et de trois casquettes, André a payé 2 250 F.
Pour l'achat de deux tee-shirts et d'une casquette, Maeva a payé 2 750 F.
Déterminer le prix d'un tee-shirt et d'une casquette.

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

Exercice 1

L'unité de longueur est le centimètre
$\mathscr{C}$ est un cercle de 2,6 cm de rayon. Le segment [MN] est un diamètre de ce cercle. P est un point du cercle tel que MP = 2.

1. Construire la figure.
2. Démontrer que le triangle MNP est rectangle en P.
3. Calculer la longueur PN.
4. **a.** Calculer le cosinus de l'angle $\widehat{NMP}$. Arrondir le résultat au millième.
   b. En déduire la mesure de l'angle $\widehat{NMP}$ arrondie au degré.

Exercice 2

L'unité de longueur est le centimètre
ABC est triangle tel que AB = 4,5 et AC = 6 et BC = 7,5.

1. Démontrer que ABC est un triangle rectangle.
2. Construire le triangle et placer lepoint D sur [AC] tel que AD = 2.
Tracer la droite passant par D et parallèle à (AB). Elle coupe (BC) en E.
Placer le point E.
3. Démontrer que CDE est un triangle rectangle en D.
4. Calculer DE.

PROBLÈME **12 points**

Partie A

Le tableau suivant représente la hauteur des précipitations relevées mensuellement sur un atoll des Tuamotu en 2004.

mois	jan.	fév.	mars	avril	mai	juin
précipitations en mm	200	175	120	0	95	110

mois	juil.	aôu.	sept.	oct.	nov.	déc.
précipitations en mm	110	90	85	100	140	155

1. Quel est le mois le plus sec ?
2. Calculer la hauteur d'eau tombée sur l'atoll en 2004.
3. Calculer la hauteur d'eau moyenne tombée en un mois.

Partie B

Un habitant de cet atoll utilise la toiture de sa maison pour recueillir l'eau de pluie et la stocker dans un réservoir. Vue du ciel, cette toiture a la forme d'un rectangle de 6 m par 10 m.

1. Calculer l'aire de ce rectangle en m^2.
On admet que le volume d'eau recueilli sur cette toiture est obtenu à l'aide de la formule suivante :
V = A × h où A est l'aire de la base (en m^2) et h est la hauteur d'eau tombée (en m).
Calculer le volume d'eau (en m^3) tombé sur cette toiture pendant le mois de mars.
2. Cette eau est stockée dans une cuve pouvant contenir toute l'eau des précipitations.
On rappelle que 1 m^3 = 1 000 litres.
La consommation de cet habitant est de 300 litres d'eau par jour.
Calculer sa consommation pour le mois de mars (en m^3).
3. À la fin du mois de février, il restait 6,9 m^3 d'eau dans la cuve.
Quel volume d'eau reste-t-il à la fin du mois de mars ?

Partie C

1. On considère le mois d'avril 2004.

   Soit x le nombre de jours écoulés depuis le début du mois. On admet que le volume d'eau restant dans la cuve pour x jours écoulés est donné par
   $y = 4,8 - 0,3x$.

   Calculer le volume restant dans la cuve à la fin du 7$^{\text{e}}$ jour.

2. Soit g la fonction affine définie par $g(x) = 4,8 - 0,3x$.

   Construire la représentation graphique de la fonction g sur la feuille de papier millimétré mise à votre disposition (prendre 1 cm pour 2 jours en abscisse et 1 cm pour 0,4 m^3 en ordonnée).

3. Cet habitant a continué à consommer 300 litres d'eau par jour en avril.

   Déterminer par lecture graphique le volume d'eau (en m^3) qui reste dans la cuve au bout du 10$^{\text{e}}$ jour. (Faire apparaître la réponse sur le graphique.)

∽ Brevet Bordeaux 28 juin 2005 ∾

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

Exercice 1

1. Calculer $A = 2 - \frac{5}{2} \div \frac{15}{4}$.
   On donnera le résultat sous forme d'une fraction irréductible.
   Toutes les étapes du calcul seront détaillées sur la copie.
2. On considère $B = \frac{2,5 \times 10^{-3} \times 9 \times 10^{5}}{15 \times 10^{-4}}$.
   a. Calculer B ; le résultat sera donné en écriture décimale.
   b. Écrire B en écriture scientifique.
3. Calculer l'expression $C = 2\sqrt{45} + 3\sqrt{20} - 10\sqrt{5}$.
   On donnera le résultat sous la forme $a\sqrt{5}$ où a est un entier relatif.

Exercice 2

1. Calculer le PGCD des nombres 675 et 375.
2. Écrire la fraction $\frac{675}{375}$ sous forme irréductible.

Exercice 3

On considère l'expression suivante :
$E = (x-3)^2 + (x-3)(x+3)$.

1. Développer et réduire E.
2. Factoriser E.
3. Calculer E pour $x = 5$.
4. Résoudre l'équation $x(x-3) = 0$.

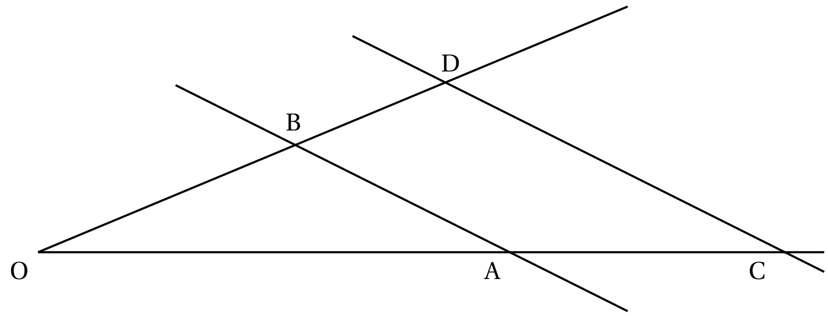
Exercice 4

Aujourd'hui, Marc a 11 ans et Pierre a 26 ans.
Dans combien d'années l'âge de Pierre sera-t-il le double de celui de Marc ?
La démarche suivie sera détaillée sur la copie.

Activités géométriques **12 points**

Exercice 1

Dans tout cet exercice, l'unité de longueur est le centimètre.
On considère la figure ci-dessous. Ses dimensions ne sont pas respectées et on ne demande pas de la représenter.
Les droites (AB) et (CD) sont parallèles.
Les points O, B, D sont alignés, ainsi que les points O, A, C.
On donne les mesures suivantes : OA = 8 ; OB = 6 ; OC = 10.



1. Calculer la longueur BD.
   La démarche suivie sera expliquée sur la copie.
2. Dans les questions qui suivent, on suppose que $\widehat{\text{OBA}}$ est droit.
   a. Calculer $\cos\widehat{\text{AOB}}$ puis en déduire une valeur approchée arrondie au degré près de la mesure de l'angle $\widehat{\text{AOB}}$.
   b. Justifier que le triangle ODC est rectangle.
   c. En utilisant le théorème de Pythagore, donner une valeur approchée, en cm, arrondie au dixième de la longueur CD (On pourra admettre que OD = 7,5).

Exercice 2

On considère un repère orthonormal (O, I, J) (unité : le centimètre).

1. Placer les points A$(-2\,;\,3)$ et C$(3\,;\,2)$ dans le repère précédent.
2. Calculer les distances OA, OC et AC. On donnera les valeurs exactes de ces distances.
3. Montrer que le triangle OAC est un triangle rectangle isocèle en O.
4. Construire le point B tel que $\overrightarrow{\text{OB}} = \overrightarrow{\text{OA}} + \overrightarrow{\text{OC}}$.
5. En déduire la nature du quadrilatère OABC.
6. Déterminer les coordonnées du point M, centre de symétrie du quadrilatère OABC.

Problème **12 points**

Les parties A et B sont indépendantes

Partie A

Dans une bibliothèque ouverte du mardi au samedi inclus, on a comptabilisé, jour par jour, le nombre de livres prêtés au cours d'une semaine et on a obtenu les résultats consignés dans le tableau suivant :

	mardi	mercre.	jeudi	vendre.	same.
nombre de livres prêtés	61	121	42	59	82

1. **a.** Calculer le nombre total de livres prêtés sur la semaine entière.
   b. Calculer le nombre moyen de livres prêtés, par jour, durant cette semaine de cinq jours.

2. **a.** Calculer le pourcentage de livres prêtés le mercredi par rapport à la semaine entière.
   Arrondir le résultat à l'unité.

   b. Le bibliothécaire dit : « le mercredi, nous prêtons le quart des livres de la semaine ».
   A-t-il raison ? Expliquer.

Partie B

Sur une année, on propose au public deux types de tarifs pour l'emprunt de livres dans une bibliothèque :
le tarif plein : 0,90 euro par livre emprunté.
le tarif « abonné » : cotisation annuelle de 10 euros à laquelle s'ajoute 0,50 euro par livre emprunté.

1. Reproduire et compléter le tableau suivant :

nombre de livres empruntés pendant l'année	10	20	50	100
prix payé au plein tarif (en euro)		18		
prix payé au tarif « abonné »(en euro)	15			

2. Quel est le prix payé, en euros, pour l'emprunt de 35 livres :
   a. Avec le tarif plein ? Justifier.
   b. Avec le tarif « abonné » ? Justifier.
3. On note :
   x le nombre de livres empruntés sur l'année ;
   $P(x)$ le prix payé pour l'emprunt de x livres au tarif plein ;
   $A(x)$ le prix payé pour l'emprunt de x livres au tarif « abonné ».
   Exprimer $P(x)$ et $A(x)$ en fonction de x.
4. **a.** Résoudre l'équation : $0,9x = 0,5x + 10$.
   b. Que représente la solution trouvée pour une personne empruntant des livres à la bibliothèque ?

∽ Brevet Besançon 28 juin 2005 ∾

Activités numériques **12 points**

Dans toute cette partie, les résultats des calculs demandés doivent être accompagnés d'explications, le barème en tiendra compte.

Exercice 1

Alain, Bernard et Charlotte décident de faire chacun une question de l'exercice suivant :

$$A = \frac{5}{4} - \frac{2}{3} \times \frac{9}{16} \quad B = \frac{16 \times 10^{-5} \times 3 \times 10^{4}}{24 \times 10^{-3}} \quad C = \sqrt{63} + 2\sqrt{7} - 5\sqrt{28}.$$

1. Calculer A et donner le résultat sous forme d'une fraction irréductible.
2. Calculer B et donner le résultat sous forme d'un nombre entier.
3. Écrire C sous la forme $a\sqrt{7}$, a étant un nombre entier relatif.
   Alain calcule A et propose $A = \dfrac{21}{64}$; Bernard calcule B et propose $B = 2 \times 10^2$;
   Charlotte calcule C et propose $C = -5\sqrt{7}$.
   Ces réponses vous semblent-elles satisfaisantes ? Justifier vos affirmations.

Exercice 2

On considère l'expression :

$$E = 4x^2 - 9 + (2x + 3)(x - 2).$$

1. Développer et réduire l'expression E.
2. Factoriser. En déduire la factorisation de l'expression E.
3. **a.** Résoudre l'équation
   b. Cette équation a-t-elle une solution entière ?
   c. Cette équation a-t-elle une solution décimale ?

Exercice 3

1. Calculer le PGCD des nombres 135 et 210.
2. Dans une salle de bains, on veut recouvrir le mur situé au dessus de la baignoire avec un nombre entier de carreaux de faïence de forme carrée dont le côté est un nombre entier de centimètres le plus grand possible.
   a. Déterminer la longueur, en cm, du côté d'un carreau, sachant que le mur mesure 210 cm de hauteur et 135 cm de largeur.
   b. Combien faudra-t-il alors de carreaux ?

Activités géométriques **12 points**

Exercice 1

Démontrer, pour chacune des trois figures ci-dessous, que le triangle ABC est une triangle rectangle en utilisant les informations fournies.

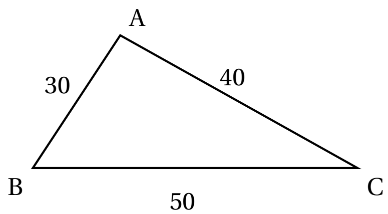


Figure 1

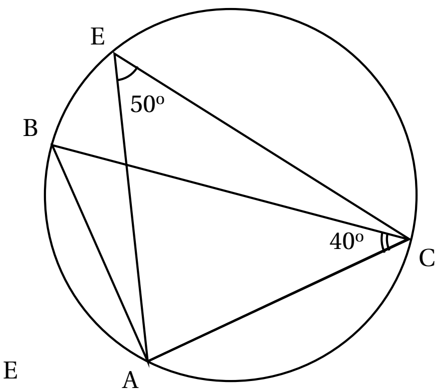


Figure 2

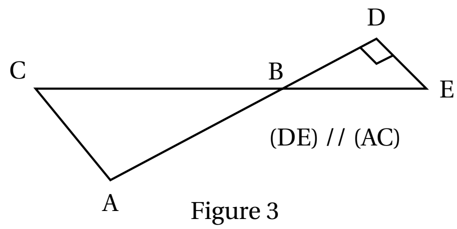


Figure 3

Exercice 2

1. Tracer un segment [EF] de 10 cm de longueur puis un demi-cercle de diamètre [EF].

   Placer le point G sur ce demi-cercle, tel que EG = 9 cm.

   a. Démontrer que le triangle EFG est rectangle.

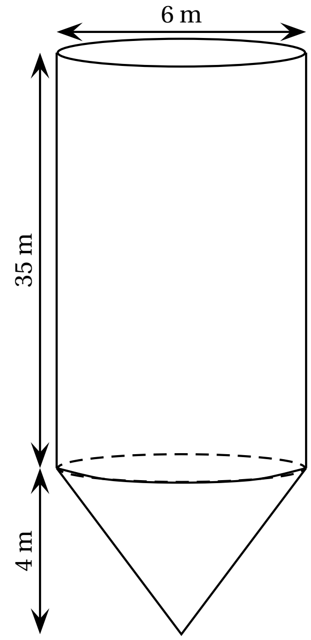
   b. Calculer la longueur GF arrondie au mm.

2. Placer le point M sur le segment [EG] tel que EM = 5,4 cm et le point P sur le segment [EF] tel que EP = 6 cm.

   Démontrer que les droites (FG) et (MP) sont parallèles.

Exercice 3

On s'intéresse dans cet exercice au réservoir de la fusée XYZ2005, nouveau prototype de fusée interplanétaire.
Ce réservoir est constitué d'un cône surmonté d'un cylindre, comme le montre le dessin ci-dessous.
Le diamètre du réservoir est de 6 m, le cylindre mesure 35 m de hauteur et le cône 4 m de hauteur.



1. Calculer le volume total du réservoir ; on donnera d'abord la valeur exacte en m^3, puis la valeur en dm^3, arrondie au dm^3.
2. Le volume de ce réservoir est-il suffisant pour que les moteurs de la fusée fonctionnent pendant 10 minutes, sachant que ces moteurs consomment 1 500 litres de carburant par seconde ?

Rappels :
Volume d'un cône de hauteur h et de rayon de base R :
$V = \frac{1}{3} \times \pi \times R^2 \times h$.
Volume d'un cylindre de hauteur h et de rayon de base R : $V = \pi \times R^2 \times h$.

PROBLÈME **12 points**

Un théâtre propose deux tarifs pour la saison 2004-2005 :
• Tarif S : 8 € par spectacle.
• Tarif P : achat d'une carte de 20 € donnant droit à un tarif préférentiel de 4 € par spectacle.

1. Recopier et compléter le tableau suivant, sachant que Monsieur Scapin a choisi le tarif S et Monsieur Purgon le tarif P.

Nombre de spectacles	4	9	15
Dépense de M. Scapin en €			
Dépense de M. Purgon en €			

   On suppose maintenant que Monsieur Scapin et Monsieur Purgon ont chacun assisté à x spectacles.

2. Exprimer en fonction de x le prix $s(x)$ payé par M. Scapin puis le prix $p(x)$ payé par M. Purgon.
3. Résoudre l'équation $8x = 4x+20$. À quoi correspond la solution de cette équation ?

   Sur une feuille de papier millimétré, mettre en place un repère orthogonal (placer l'origine O en bas à gauche, prendre 1 cm pour un spectacle sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 5 € sur l'axe des ordonnées).
4. Représenter graphiquement les fonctions s et p définies respectivement par $s(x) = 8x$ et $p(x) = 4x + 20$.
5. Déterminer par lecture graphique, en faisant apparaître sur le dessin les tracés nécessaires :
   a. Le résultat de la **question 3**.
   b. Le tarif le plus avantageux pour un spectateur qui assisterait à 8 spectacles durant la saison.

c. Le tarif le plus avantageux pour M. Harpagon qui ne souhaite pas dépenser plus de 50 € pour toute la saison. À combien de spectacles pourra-t-il assister ? Retrouver ce dernier résultat par le calcul.

∽ Brevet Amiens 28 juin 2005 ∾

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

Exercice 1

Soit A $= \dfrac{5}{3} - \dfrac{7}{3} \times \dfrac{9}{4}$ et B $= \sqrt{45} - 12\sqrt{5}$.

1. Calculer A et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.
2. Écrire B sous la forme $a\sqrt{5}$ où a est un entier relatif.

Exercice 2

On donne l'expression $A = (2x-3)^2 - (4x+7)(2x-3)$.

1. Développer et réduire A.
2. Factoriser A.
3. Résoudre l'équation $(2x-3)(-2x-10) = 0$.

Exercice 3

Un pâtissier dispose de 411 framboises et de 685 fraises. Afin de préparer des tartelettes, il désire répartir ces fruits en les utilisant tous et en obtenant le maximum de tartelettes identiques.

1. Calculer le nombre de tartelettes.
2. Calculer le nombre de framboises et de fraises dans chaque tartelette.

Exercice 4

Une élève de CP fait des courses pour elle et ses camarades :
La première fois elle achète 5 crayons et 2 gommes pour 10,90 €.
La seconde fois elle achète 8 crayons et 3 gommes pour 17,20 €.
En utilisant un système d'équations, aider l'élève de CP à retrouver le prix de chaque article.

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

Exercice 1

1. Construire un triangle ABC tel que BC = 7 cm,
   $\widehat{\text{BCA}} = 37$ ° et $\widehat{\text{CBA}} = 53$ °.
2. Prouver que ce triangle est un triangle rectangle.
3. Calculer la longueur CA puis en donner la valeur arrondie au mm.

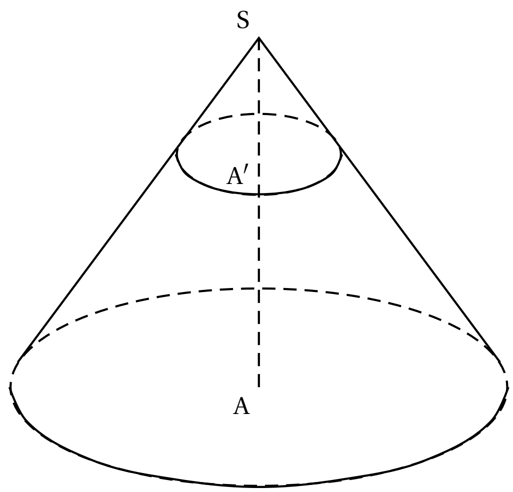
Exercice 2

1. Sur la page annexe, dans un repère orthonormé
   (O, I, J) tel que OI=OJ=1cm, placer les points A(0 ; 4) B(3 ; 2) C(−1 ; −4).
2. Calculer la longueur BC, donner la valeur exacte puis la valeur arrondie au dixième.
3. En admettant que AB = $\sqrt{13}$ cm et AC = $\sqrt{65}$ cm, démontrer que le triangle ABC est rectangle enB.

4. Placer dans le repère le point E image du point C dans la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.
5. Démontrer que le quadrilatère ABCE est un rectangle.

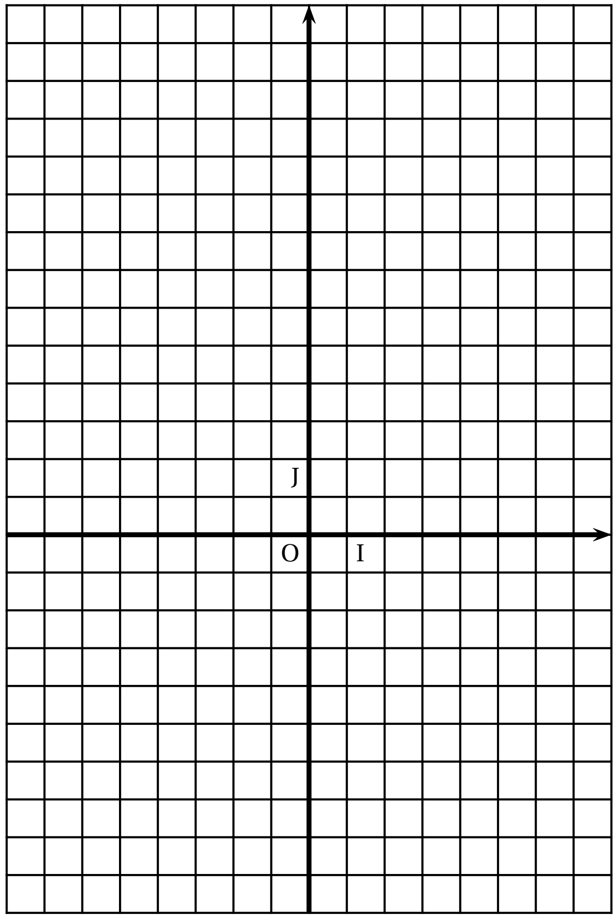
Exercice 3

Sur la figure ci-dessous on a un cône de révolution tel que SA = 12 cm.
Un plan parallèle à la base coupe ce cône tel que SA′ = 3 cm.
(la figure ci-dessous n'est pas à l'échelle).



1. Le rayon du disque de base du grand cône est de 7 cm. Calculer la valeur exacte du volume du grand cône.
2. Quel est le coefficient de réduction qui permet de passer du grand cône au petit cône ?
3. Calculer la valeur exacte du volume de ce petit cône, puis en donner la valeur arrondie au cm^3.

ANNEXE



PROBLÈME **12 points**

Monsieur Martin habite Petitville. Monsieur Gaspard habite à une distance de 900 km de Petitville.
À huit heures du matin les deux personnes commencent à rouler l'un vers l'autre :

- Monsieur Martin quitte Petitville et roule à 60 km/h.
- Monsieur Gaspard se dirige vers Petitville et roule à 90 km/h.

On note x le temps écoulé depuis huit heures du matin (x est exprimé en heures).
Ainsi, quand il est huit heures du matin, $x = 0$.
Après avoir roulé une heure, c'est-à-dire quand $x = 1$, Monsieur Martin est à 60 km de Petitville et Monsieur Gaspard est lui à 810 km de Petitville.

1. À quelle distance de Petitville Monsieur Martin se situe-t-il quand $x = 4$? Quand $x = 10$?
2. A quelle distance de Petitville Monsieur Gaspard se situe-t-il quand $x = 4$? Quand $x = 10$?
3. Exprimer en fonction de x la distance qui sépare Monsieur Martin de Petitville.

   Exprimer en fonction de x la distance qui sépare Monsieur Gaspard de Petitville.

4. On donne les fonctions suivantes $f\ :\ x \longmapsto 60x$ et $g\ :\ x \longmapsto 900 - 90x$.
   Recopier sur la copie les tableaux suivants et les compléter :

x	0	1	4	10
$f(x)$				

x	0	1	4	10
$g(x)$				

5. Représenter graphiquement les fonctions f et g sur une feuille de papier millimétré en prenant :
   - en abscisse : 1 cm pour une durée d'une heure.
   - en ordonnée : 1 cm pour une distance de 100 km.
6. À l'aide d'une lecture graphique, déterminer :
   a. La durée au bout de laquelle les deux personnes se croisent.
   b. À quelle distance de Petitville se croisent-ils ? Faire apparaître les pointillés nécessaires.
7. **a.** Retrouver le résultat de la question **6 a** en résolvant une équation.
   b. Retrouver le résultat de la question **6 b** par le calcul.

∽ Diplôme national du brevet juin 2005 ∾
Centres étrangers Émirats arabes unis

Calculatrice autorisée 2 heures

Il sera tenu compte de la qualité de la rédaction et de la présentation (4 points)

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

Exercice 1

Dans cet exercice, les longueurs sont exprimées en centimètre. Répondre aux questions en détaillant les calculs.
La relation entre la longueur c du côté d'un carré et la longueur d de sa diagonale est donnée par la formule : $d = c\sqrt{2}$.

1. La longueur du côté d'un carré est $\sqrt{8}+\sqrt{2}$.
   a. Montrer que la longueur de sa diagonale est un nombre entier.
   b. Montrer que l'aire en cm^2 de ce carré est un nombre entier.
2. La longueur de la diagonale d'un autre carré est $\sqrt{40}$.
   Calculer la longueur de son côté et exprimer cette longueur sous la forme $a\sqrt{5}$, où a est un nombre entier naturel.

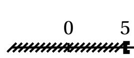
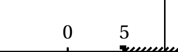
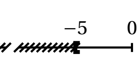
Exercice 2

La masse d'un atome de carbone est égale à $1,99 \times 10^{-26}$. Les chimistes considèrent des paquets contenant $6,022 \times 10^{23}$ atomes.

1. Calculer la masse en gramme d'un tel paquet d'atomes de carbone.
2. Donner une valeur arrondie de cette masse à un gramme près.

Exercice 3

Pour chaque ligne du tableau ci-dessous, trois réponses sont proposées, mais une seule est exacte.
Répondre â cet exercice en utilisant le tableau figurant sur la feuille annexe : pour chaque ligne, indiquer la lettre correspondant à la réponse cholsie.
Aucune justification n'est demandée.
Le barème de cet exercice est le suivant : pour chaque ligne, 1 point pour une réponse correcte, $-0,5$ point pour une réponse fausse, 0 point s'il n'y a pas de réponse. Si le total des points pour l'exercice est négatif, l'exercice est noté 0 point.

		Réponse A	Réponse B	Réponse C
N° 1	$(3x-2)^2$ est égale à	$9x^2-4$	$9x^2-6x+4$	$9x^2-12x+4$
N° 2	Une expression factorisée de $(5x-1)^2-9$ est	$(5x+2)(5x-4)$	$(5x-10)^2$	$(5x-10)(5x+8)$
N° 3	Les solutions de l'équation $-2x(3x+4)=0$ sont	2 et $-\dfrac{4}{3}$	$-\dfrac{1}{2}$ et $\dfrac{4}{3}$	0 et $-\dfrac{4}{3}$
N° 4	La partie en gras non hachurée représente les solutions de l'inéquation $5x-10 \geqslant 2x+5$			
N° 5	Le système $\begin{cases} 2x-y = 2 \\ x+y = 5 \end{cases}$ a pour solution	$(1\ ;\ -4)$	$(-1\ ;\ -4)$	$(-1\ ;\ 4)$

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

Exercice 1

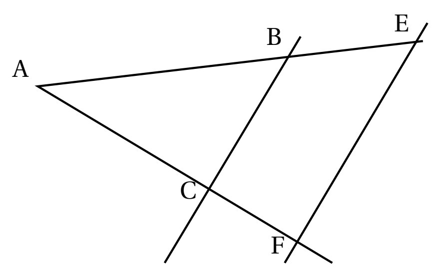
Pour cet exercice, compléter la figure donnée sur la feuille annexe.
On a placé trois points A, B et C.

1. Construire le point E tel que ABEC est un parallélogramme.
2. **a.** Construire le point F tel que $\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$.
   b. Quelle est la nature du quadrilatère ABCF ? On ne demande pas de justification.
3. Démontrer que $\overrightarrow{FC} = \overrightarrow{CE}$. Que peut-on en déduire pour le point C ?

Exercice 2

La figure n'est pas faite en vraie grandeur.
Elle n'est pas à reproduire.
ABC est un triangle tel que :
AB = 8 cm, AC = 6,4cm et BC = 4,9 cm.
Le point E appartient à la demi-droite [AB) et AE = 12 cm.
Le point F appartient à la demi-droite [AC) et AF = 9,6 cm.

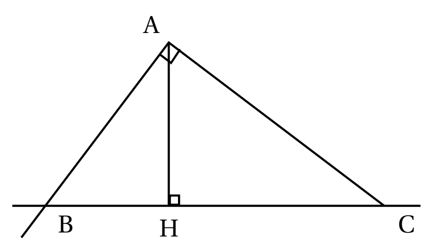
1. Le triangle ABC est-ii un triangle rectangle Justifier la réponse.
2. Les droites (BC) et (EF) sont-elles parallèles ? Justifier la réponse.



Exercice 3

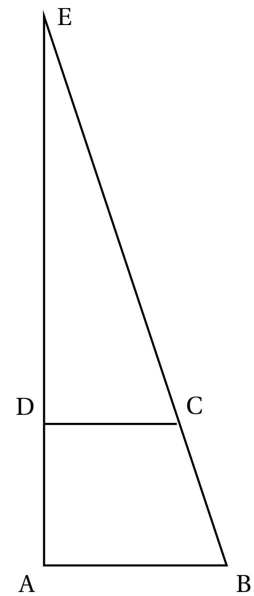
La figure n'est pas faite en vraie grandeur. Elle n'est pas à reproduire.
ABC est un triangle rectangle en R. La droite passant par A et perpendiculaire à la droite (AC) coupe la droite (HC) en B.
On sait que : AH = 4,8 cm et HC = 6,4cm.

1. **a.** Justifier l'égalité :
   $\widehat{ACH} = 90^{\circ} - \widehat{HAC}$.
   b. Justifier l'égalité :
   $\widehat{BAH} = 90^{\circ} - \widehat{HAC}$.
   c. Que peut-on en déduire pour les angles $\widehat{ACH}$ et $\widehat{BAH}$?
2. **a.** Montrer que $\tan \widehat{ACH} = \dfrac{3}{4}$.
   b. En utilisant le triangle BAH, exprimer $\tan \widehat{BAH}$ en fonction de BH.
3. Déduire des **questions 1.** et **2.** que BH = 3,6 cm.
4. Calculer la mesure en degré arrondie au degré de l'angle $\widehat{ACH}$.



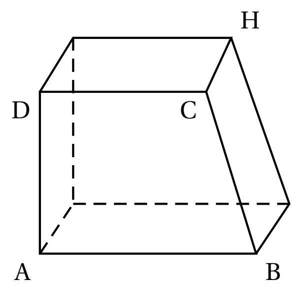
PROBLÈME **12 points**

Partie 1



La figure construite ci-contre n'est pas en vraie grandeur. Elle n'est pas à reproduire.
RAB est un triangle rectangle en A tel que AE = 48 cm et AB = 16 cm.
Le point D appartient su segment [AE] et AD = 12 cm.
La parallèle a la droite (AB) passant par D est sécante à la droite (BE) au point C.

1. **a.** Calculer la longueur du segment [BE].
   b. Écrire cette longueur sous la forme $a\sqrt{10}$, où a est un nombre entier naturel.
2. Calculer ED puis monter que DC = 12 cm.
3. Calculer les aires des triangles EDC et EAB,
4. En déduire que l'aire du quadrilatère ABCD est égale à 168 cm^2.
5. Le quadrilatère ABCD est la hase d'un prisme droit de hauteur CH égale â 5 cm. Ce prisme est représenté ci-contre. Calculer son volume.



Partie 2

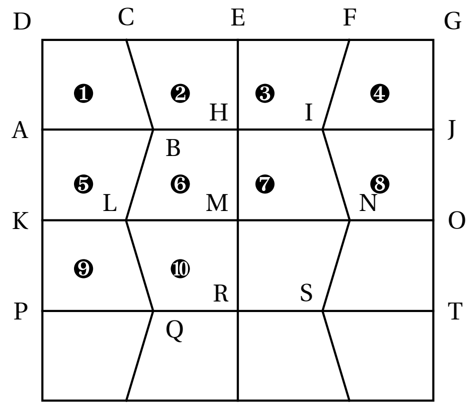
Monsieur Brico veut paver une allée de jardin avec des dalles ayant la forme du prisme défini dans la **question 5.** de la **partie 1**.

1. Calculer le nombre minimum de dalles nécessaires pour recouvrir l'allée dont l'aire est 10 m^2.
2. Monsieur Brico prévoit 15 % de dalles de plus que ce nombre minimum pour tenir compte des pertes dues aux découpes. Combien prévoit-il de dalles ?
3. Les dalles sont vendues par lot de 60. Combien de lots monsieur Brico a-t-il achetés ?

Partie 3

Dans cette partie, aucune justification n'est demandée.

La figure ci-contre montre une vue de dessus du début du pavage.
Les dalles sont posées sur la face ABCD.
Recopier et compléter les phrases ci-dessous en utilisant une des trois transformations suivantes : symétrie axiale d'axe ......, translation de vecteur ...... ou symétrie centrale de centre ..., et en précisant l'axe, le vecteur et le centre.



1. Le quadrilatère ❼ est l'image du quadrilatère ❿ par la ......
2. Le quadrilatère ❾ est l'image du quadrilatère ❶ par la ....
3. Le quadrilatère ❹ est l'image du quadrilatère ❶ par la ....

ANNEXE (à rendre avec la copie)

Activités numériques

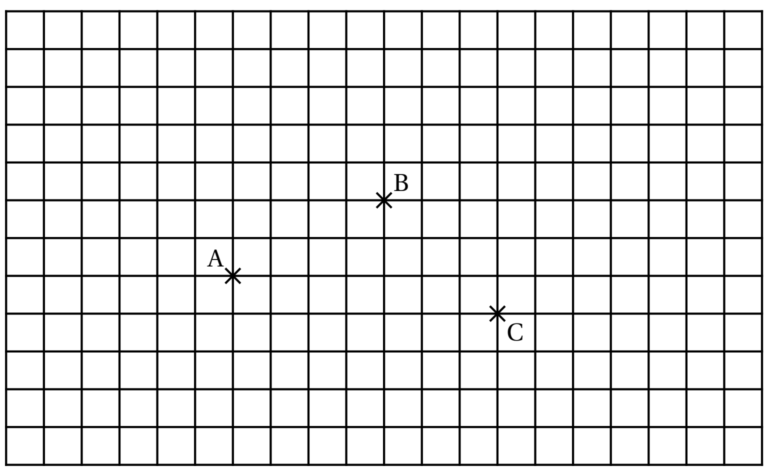
Exercice 3

Dans la colonne de droite, indiquer pour chaque ligne la réponse choisie : A, B ou C.

	Réponse choisie
N° 1	
N° 2	
N° 3	
N° 4	
N° 5	

Activités géométriques

Exercice 1



∽ Brevet Antilles-Guyane septembre 2005 ∾

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

Exercice 1

On considère les expressions suivantes :

$$A = \frac{7}{5} - \frac{3}{5} \times \frac{4}{21} \quad B = \frac{12 \times 10^2 \times \left(10^{-2}\right)^3}{8 \times 10^{-3}} \quad C = 7\sqrt{32} - 6\sqrt{2} - 3\sqrt{56}.$$

1. Calculer A et écrire le résultat sous forme d'une fraction irréductible.
2. Donner l'écriture scientifique de B.
3. Écrire C sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont deux entiers.

Exercice 2

On considère l'expression : $D = (2x+3)^2 + (x-8)(2x+3)$.

1. Développer et réduire D.
2. Factoriser D.
3. Résoudre l'équation $(2x+3)(3x-5) = 0$.

Exercice 3

1. Résoudre le système :

$$\left\{\begin{array}{rcl} 3x+2y & = & 50,30 \\ x+3y & = & 32,75 \end{array}\right.$$

2. À la pépinière « Fruifleur », un client achète 3 orangers et 2 citronniers pour 50,30 euros. Un autre client paye 32,75 euros pour 1 oranger et 3 citronniers. On désigne par x le prix d'un oranger et y celui d'un citronnier.
   a. Écrire un système de deux équations qui traduit le problème.
   b. Calculer le prix d'un oranger et le prix d'un citronnier.

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

Exercice 1

Le dessin sera fait sur une feuille de papier millimétré (l'unité étant le centimetre).

1. Dans un repère orthonormal (O, I, J), placer les points suivants :

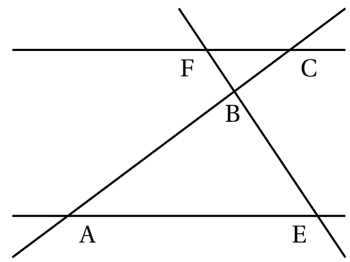
$$A(-2 : -1) \qquad B(2\,;\,-3) \qquad C(3\,;\,4).$$

2. Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AC}$.
3. Construire le point D, image du point B dans la translation de vecteur $\overrightarrow{AC}$. Quelle est la nature du quadrilatère ABDC ? On justifiera la réponse.

Exercice 2

La figure suivante n'est pas à reproduire. Elle n'est pas conforme aux mesures données.

On donne : AB = 18cm ; BC = 12 cm ; BE = 7,5 cm ; BF = 5 cm ; AE = 19,5 cm. Les droites (FC) et (AE) sont parallèles.



1. Calculer FC,
2. Montrer que ABE est un triangle rectangle.
3. Calculer la tangente de l'angle $\widehat{\text{BAE}}$.
4. En déduire la valeur arrondie au degré de l'angle $\widehat{\text{BAE}}$.
5. Une pyramide SABE a pour base le triangle ABE. Sa hauteur [SB] vaut 21 cm.
   a. Calculer son volume V.
   b. Une réduction S′A′B′E′ de cette pyramide est telle que sa hauteur [SB′] mesure 7 cm, Quel est le coefficient de réduction ? En déduire le volume V de S′A′B′E′
   Rappel : Volume d'une pyramide = $\dfrac{1}{3} \times$ aire de Ia hase × hauteur.

PROBLÈME **12 points**

Un théâtre propose deux prix de places :
- plein tarif : 20 euros
- tarif adhérent : réduction de 30 % du plein tarif.

1. **a.** Quel est le prix d'une entrée au tarif adhérent ?
   b. Pour avoir droit À la réduction de 30 % pour chaque entrée, l'adhérent doit acheter en début de saison une carte d'abonnement. Sachant qu'un adhérent a dépensé au total (y compris le prix de la carte) 148 euros pour 7 entrées, montrer, À l'aide d'une équation, que le prix de la carte d'abonnement est de 50 euros.
   c. Recopier et compléter le tableau suivant :

Nombre x d'entrées	0	1	10	15
Prix p_1 (en euros)				
Prix p_2 (en euros)				

2. On désigne par x le nombre d'entrées et on note :
   - p_1 la dépense totale d'un spectateur qui n'est pas adhérent ;
   - p_2 la dépense totale d'un adhérent.

   Exprimer p_1 et p_2 en fonction de x.
3. On considère les fonctions :

$$p_1(x) = 20x \quad \text{et} \quad p_2(x) = 14x + 50,$$

   comme des fonctions définies pout tout nombre positif x.
   Représenter ces fonctions dans un même repère orthogonal. On choisira pour unités :

- sur l'axe des abscisses : 1 cm pout une entrée
- sur l'axe des ordonnées : 1 cm pour 20 euros.

À partir de la lecture du graphique, indiquer :

a. le tarif le plus avantageux pour 6 entrées ;

b. le nombre minimal d'entrées pour que l'abonnement soit avantageux.

c. Un adhérent constate que, sans abonnement, il aurait dépensé 46 euros de plus. Combien d'entrées cet adhérent totalise-t-il ?

4. Retrouver le résultat de la question 4. c. à l'aide d'une équation.

☙ Brevet Amiens septembre 2005 ❧

Activités numériques **12 points**

Exercice 1

Calculer en donnant le résultat sous forme de fractions irréductibles pour A et B et en notation scientifique pour C.

$A = \dfrac{3}{4} + \dfrac{1}{4} \times \dfrac{2}{3} + \dfrac{1}{3}$ $\quad B = \dfrac{2 - \dfrac{1}{3}}{3 + \dfrac{1}{4}}$ $\quad C = \dfrac{3 \times 10^{4} \times 10^{-2} \times 5}{10^{-1}}$

Exercice 2

Écrire D sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont deux nombres entiers.
$D = 3\sqrt{12} + \sqrt{27} - 5\sqrt{3}$.

Exercice 3

$E = (2x - 3)^2 - 3(2x - 3)$.

1. Développer E.
2. Factoriser E.
3. Résoudre l'équation $(2x - 3x)(2x - 6) = 0$.
4. Calculer E pour $x = \sqrt{2}$.
(on écrira le résultat sous la forme $a - b\sqrt{2}$ où a et b sont deux nombres entiers).

Exercice 4

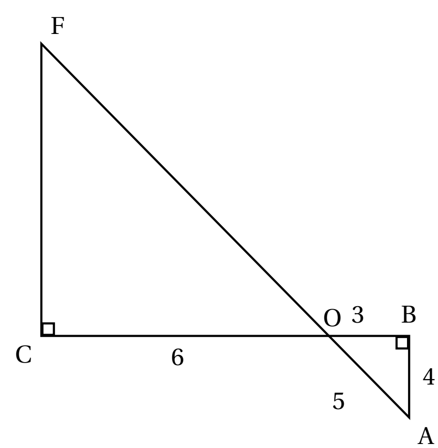
1. Calculer le PGCD de 696 et 406.
2. Rendre la fraction $\dfrac{406}{696}$ irréductible.

Activités géométriques **12 points**

Exercice 1 (La figure ci-contre nest pas en vraie grandeur)

On donne AB = 4 cm, OB = 3 cm, OC = 6 cm.
Les droites (BC) et (AF) se coupent en O.

1. Expliquer pourquoi (AB) et (CF) sont parallèles.
2. Montrer que OA = 5 cm.
3. Calculer OF et CF.



Exercice 2

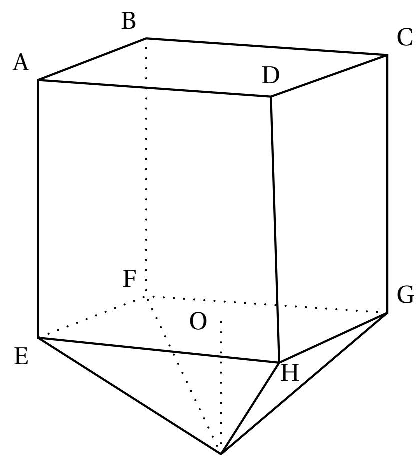
Soit $\mathscr{C}$ le cercle de centre O et de rayon 4 cm.
[AB] est un diamètre du cercle $\mathscr{C}$ et M est un point de ce cercle tel que AM = 5 cm.

1. Faire une figure en respectant les dimensions données et la compléter au fur et à mesure.
2. Démontrer que AMB est un triangle rectangle.
3. Calculer sin $\widehat{M\text{BA}}$. En déduire une mesure de $\widehat{M\text{BA}}$ arrondie au degré.
4. Placer le point R milieu du segment [OH]. Tracer le symétrique de M par rapport à R, on l'appelle P.
   Quelle est la nature du quadrilatère $M\text{B}P\text{O}$? (Justifier)
5. En déduire que $\overrightarrow{M\text{O}} = \overrightarrow{\text{B}P}$.
6. Construire le point N tel que $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{M\text{O}} + \overrightarrow{\text{B}P}$.

PROBLÈME **12 points**

Première partie

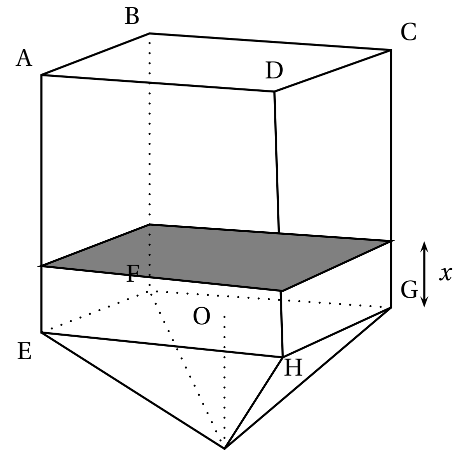
Un réservoir est constitué d'une pyramide régulière à base carrée surmontée d'un parallélépipède rectangle (Voir figure).
AB = BC = 2 m.
AE = 5 m, OI = 1,5 m
(OI est la hauteur de la pyramide)



1. Calculer le volume de la pyramide en m^3.
2. Calculer le volume du parallélépipède rectangle en m^3.
3. En déduire le volume du réservoir lorsqu'il est plein ?

Deuxième partie

On remplit d'eau ce réservoir. La partie pyramidale étant entièrement pleine, on appelle x la hauteur d'eau dans le parallélépipède rectangle.



1. Quelles sont les valeurs de x possibles. Donner la réponse sous forme d'un encadrement de x.
2. Exprimer en fonction de x le volume d'eau dans le parallélépipède.
3. Montrer que le volume d'eau dans le réservoir est donné par la fonction affine V définie par $V(x) = 4x + 2$.
4. Représenter graphiquement cette fonction affine V en prenant 1 cm pour 0,5 m en abscisse et 1 cm pour 2 m^3 en ordonnée.
5. Lire sur le graphique une valeur de x telle que le volume d'eau égale 12 m^3.
6. Trouver par le calcul le volume d'eau dans le réservoir lorsque x vaut 1,8 m.

   Quel est alors le pourcentage de remplissage du réservoir ? (arrondir à l'unité).

Brevet Besançon septembre 2005

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

Exercice 1

$$\mathrm{A} = \dfrac{\dfrac{2}{3}+\dfrac{1}{6}}{2-\dfrac{1}{2}}2 \quad ; \quad \mathrm{B} = \dfrac{35\times 10^{-3}\times 3\times 10^{5}}{21\times 10^{-1}} \quad ; \quad \mathrm{C} = 3\sqrt{5}-2\sqrt{80}+\sqrt{20}.$$

1. Écrire A sous la forme d'une fraction irréductible.
2. Écrire B sous la forme $a\times 10^{n}$ où a est un entier et n un entier relatif.
3. Écrire C sous la forme $a\sqrt{b}$ où a est un entier relatif et b un entier positif le plus petit possible.

Exercice 2

Soit l'expression $D = (3x-1)(2x+5)-(3x-1)^2$.

1. Développer et réduire l'expression D.
2. Factoriser l'expression D.

Exercice 3

Résoudre les deux équations suivantes :

1. $(x+2)(3x-5) = 0$;
2. $x+2(3x-5) = 0$.

Exercice 4

1. Calculer le PGCD des nombres 462 et 546.
2. En déduire la fraction irréductible égale à $\dfrac{462}{546}$.

Exercice 5

Voici les notes obtenues par 13 élèves à un devoir de mathématiques :

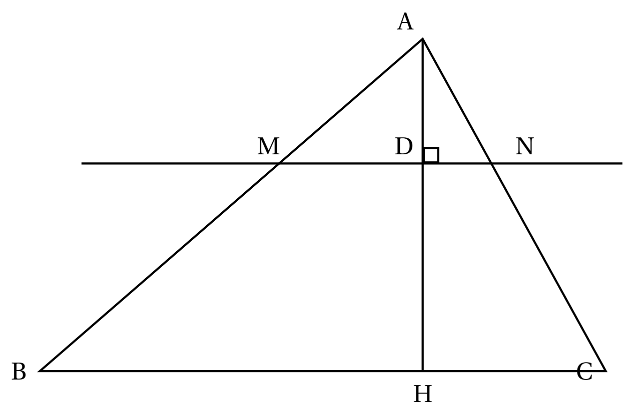
6 ; 8 ; 8 ; 9 ; 9; 10 ; 11 ; 12 ; 14 ; 17 ; 18; 18 ; 19.

1. Calculer la moyenne arrondie au centième de cette série de notes.
2. Déterminer la médiane de cette série de notes.

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

Exercice 1

Le schéma donné ci-dessous n'est pas en vraie grandeur.
On donne AM = 5 cm ; AB = 15 cm ; AN = 4 cm ; AC = 12 cm et AH = 7,5 cm.
Les droites (AH) et (MN) sont perpendiculaires en D.



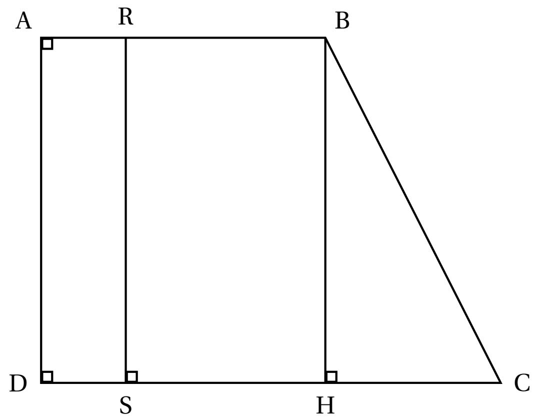
1. Démontrer que les droites (MN) et (BC) sont parallèles.
2. Calculer AD. Justifier.
3. Pourquoi peut-on dire que les angles $\widehat{AMN}$ et $\widehat{ABC}$ sont égaux ?
4. Montrer que le triangle AHB est rectangle en H.
5. Montrer que l'aire du triangle ABC est égale à 9 fois l'aire du triangle AMN.

Exercice 2

1. Construire :
   - **a.** Un carré ABCD de centre O et de côté 3cm.
   - **b.** Le point E tel que $\overrightarrow{OE} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$.
   - **c.** Le point F, symétrique de O par rapport à C.
   - **d.** Le point G tel que $\overrightarrow{CG} = \overrightarrow{BO}$.
2. Démontrer que :
   - **a.** Les points O, F et G sont situés sur un même cercle dont on précisera le centre et le rayon.
   - **b.** Le triangle OFG est rectangle en G.

PROBLÈME **12 points**

Sur la figure ci-dessous, qui n'est pas dessinée en vraie grandeur, ABCD est un trapèze rectangle.
On donne AB = 6 cm ; AD = 8 cm et DC = 10 cm.
(HB) et (RS) sont perpendiculaires à (DC) et R est un point du segment [AB] tel que AR = x.



Rappel : L'aire du trapèze est donnée par la formule

$$\mathscr{A} = \frac{(B+b)\times h}{2}.$$

B, b et h désignent respectivement les longueurs de la grande base, de la petite base et de la hauteur du trapèze.

1. Calculer l'aire du trapèze ABCD.
2. Calcul de BC.
   a. Démontrer que ADHB est un rectangle. En déduire HC.
   b. Calculer BC. (On donnera le résultat sous la forme $a\sqrt{b}$ avec b le plus petit possible).
3. Calculer la mesure de l ?angle $\widehat{\text{BCD}}$, arrondie au dixième de degré.
4. Calculs d'aires.
   a. Exprimer, en fonction de x, l'aire $f(x)$ du rectangle ARSD.
   b. Exprimer, en fonction de x, l'aire $g(x)$ du trapèze RBCS.
   c. Calculer x pour que ces deux aires soient égales ; donner alors la valeur commune de chacune de ces deux aires.
5. x est un nombre compris entre 0 et 6. Sur la feuille de papier millimétré, construire une représentation graphique des fonctions f et de g dans un repère orthonormal. Une unité en abscisse représente 1cm et une unité en ordonnée représente 4cm^2.
6. Retrouver sur le graphique le résultat de la question 5.
   On fera apparaître les pointillés nécessaires.

Durée : 2 heures

Brevet des collèges Bordeaux septembre 2005

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES 12 points

Exercice 1

On considère les nombres suivants :

$$A = -\frac{13}{7} + \frac{3}{7} \div \frac{5}{3} \qquad B = \sqrt{8} \times 5\sqrt{18}$$

$$C = \sqrt{8} + 5\sqrt{18} \qquad D = \frac{45 \times 10^{-6} \times 10^{8} \times 4}{3 \times 10^{-3}}$$

En faisant apparaître toutes les étapes de calculs sur la copie :

1. Écrire A sous la forme d'une fraction irréductible .
2. Écrire B sous la forme d'un nombre entier.
3. Écrire C sous la forme $a\sqrt{2}$, où a est un nombre entier.
4. Écrire D en écriture scientifique.

Exercice 2

On considère l'expression $F = (5x+4)^2 - 49$.

1. Développer, puis réduire F.
2. Factoriser F.
3. Résoudre l'équation $(5x-3)(5x+11) = 0$.
4. Calculer F pour $x = -2$.

Exercice 3

1. Résoudre le système :
$$\left\{\begin{array}{rcl} 6x+5y & = & 25 \\ 2x+3y & = & 11 \end{array}\right.$$
2. Pierre et Jules achètent des poissons rouges et des poissons jaunes dans le même magasin spécialisé.
   Pour l'achat de 6 poissons rouges et de 5 poissons jaunes, Pierre dépense 25 euros.
   Pour l'achat de 2 poissons rouges et de 3 poissons jaunes, Jules dépense 11 euros.
   a. Quel est le prix d'un poisson rouge ?
   b. Quel est prix d'un poisson jaune ?
   La démarche suivie sera expliquée sur la copie.

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES 12 points

Exercice 1

Le plan est muni d'un repère orthonormal (O ; I, J) d'unité 1 cm sur chaque axe.
On considère les points A(1 ; 2), B(−2 ; 1) et C(−3 ; −2).

1. Placer les points A, B et C dans le repère (O ; I, J).
2. Calculer les distances AB et BC.
3. Construire le point D image du point A par la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$.
4. Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ? Justifier .

Exercice 2

IJK est un triangle tel que :

$$IJ = 9{,}6 \text{ cm, } JK = 10{,}4 \text{ cm et } IK = 4 \text{ cm.}$$

1. Tracer le triangle IJK en vraie grandeur.
2. Démontrer que le triangle IJK est reccangle en I.
3. Calculer la tangente de l'angle $\widehat{IJK}$; en déduire la valeur arrondie au degré près de la mesure de l'angle $\widehat{IKJ}$.
4. M est le point du segment tel que :

$$IM = 7{,}2 \text{ cm ;}$$

N est le point du segment [IK] tel que :

$$IN = 3 \text{ cm.}$$

a. Démontrer que les droites (MN) et (JK) sont parallèles.

b. Calculer la distance MN.

PROBLÈME **12 points**

Un parc d'attractions pratique les tarifs suivants :

- Tarif 1 : par jour de présence dans le parc, le prix à payer est de 12 euros pour un enfant et de 18 euros pour un adulte .
- Tarif 2 : quel que soit le nombre de jours de présence dans le parc et le nombre de membres de la famille, le prix pour la famille est constitué d'un forfait de 100 euros auquel s'ajoute une participation de 10 euros par jour.

1. Reproduire et compléter le tableau ci-dessous pour une famille constituée d'un adulte et d'un enfant.

Nombre de jours passés dans le parc	1	4	14
Prix payé avec le tarif 1	30		
Prix payé avec le tarif 2		140	

Dans toute la suite du problème, on considère une famille constituée d'un adulte et d'un enfant.

2. **a.** Exprimer, en fonction du nombre x de jours de présence dans le parc, le prix payé par la famille avec le tarif 1. On note $p_1(x)$ ce prix.

   b. Exprimer, en fonction du nombre x de jours de présence dans le parc le prix payé par la famille avec le tarif 2. On note $p_2(x)$ ce prix .
3. Tracer sur votre copie les représentations graphiques des fonctions p_1 et p_2 définies par :

$$p_1 \ : x \longmapsto 30x \quad \text{et} \quad p_2 \ : \ x \longmapsto 10x + 100.$$

Sur l'axe des abscisses, 1 cm représente un jour.

Sur l'axe des ordonnées, 1 cm représente 20 euros.

Placer l'origine des axes en bas et à gauche de votre feuille.

4. Répondre aux questions en utilisant le travail graphique ci-dessus :

a. Si la famille souhaite rester 8 jours dans le parc, quel est le tarif le plus avantageux ? Justifier.

b. Si la famille dispose d'un budget de 120 euros pour l'entrée au parc, quel tarif lui permet d'y passer le plus grand nombre de jours ? Justifier.

Brevet des collèges Polynésie septembre 2005

Durée : 2 heures

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

Exercice 1 On donnera le détail des calculs

1. Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

$$A = \frac{3}{4} + \frac{1}{2} \times \left(\frac{2}{3} - 1\right).$$

2. Calculer et donner le résultat en écriture scientifique :

$$B = \frac{5 \times 10^{-3} \times 12 \times 10^{6}}{15 \times 10^{2} \times 8 \times 10^{-5}}$$

3. Calculer et donner le résultat sous la forme $a\sqrt{7}$ où a est un entier relatif :

$$C = 2\sqrt{63} - \sqrt{112} + 3\sqrt{28}.$$

Exercice 2

$$E = (3x-2)^2 + (7x+5)(3x-2)$$

1. Développer et réduire E
2. Factoriser E.
3. Résoudre l'équation $(3x-2)(10x+3) = 0$.
4. Calculer E pour $x = -1$.

Exercice 3

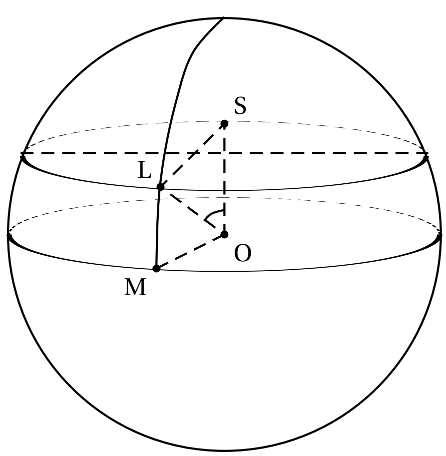
On considère l'inéquation : $2x - 5 \leqslant \frac{3}{2} - 11x$.

1. Le nombre 0 est-il solution de cette inéquation ? Justifier la réponse.
2. Le nombre 1 est-il solution de cette inéquation ? Justifier la réponse.
3. **a.** Résoudre l'inéquation : $2x - 5 \leqslant \frac{3}{2} - 11x$.

   b. Représenter les solutions sur une droite graduée.

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

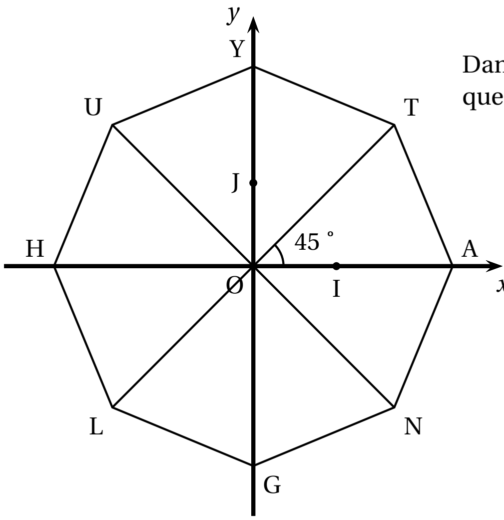
Exercice 1



Le dessin ci-contre représente la Terre qui est assimilée à une sphère de 6 370 km de rayon. Le cercle de centre O passant par M représente l'équateur. Le point L représente la ville de Londres. L est situé sur la sphère et sur le cercle de centre S (voir figure). On admettra que l'angle $\widehat{LSO}$ est un angle droit. On donne OS = 4 880 km.

1. Calculer SL au km près.
2. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{SOL}$ et arrondir au degré prés.
3. En déduire au degré près la latitude Nord de Londres par rapport à l'équateur, c'est à dire l'angle $\widehat{LOM}$.

Exercice 2



Dans le repère (O, I, J) ci-contre, on sait que HUYTANGL est un octogone régulier.

1. Quel est le symétrique de T par la symétrie centrale de centre O ?
2. Quel est le symétrique de T par rapport à l'axe des ordonnées ?
3. Quelle est l'image de T par la rotation de centre O et d'angle 135 °dans le sens des aiguilles d'une montre ?
4. Quelle est l'image de U par la translation de vecteur $\overrightarrow{\text{AN}}$?

Exercice 3

1. Tracer un triangle OAI que OA = 5 cm, OI = 7,5 cm et AI = 6 cm.
   Sur la demi-droite [OA), placer B tel que OB = 7 cm.
   Sur la demi-droite [OI), placer J tel que OJ = 10,5 cm.
2. Montrer que les droites (AI) et (BJ) sont parallèles.
3. Calculer la longueur BJ.

PROBLÈME **12 points**

Le plan est muni d'un repère orthonormal (O, I, J).
L'unité de longueur est le centimètre.

1. Déterminer la fonction affine f telle que : $f(4) = -2$ et $f(0) = 6$.
2. En utilisant les points A(4 ; −2) et B(0 ; 6), tracer la représentation graphique de la fonction affine f.
3. Soit g la fonction affine définie par $g(x) = \dfrac{1}{2}x + 1$.
   a. Construire la droite (d) représentant graphiquement la fonction g.
   b. Montrer que C(−4 ; −1) appartient à (d) et placer le point C.
4. Résoudre par le calcul le système suivant :

$$\left\{\begin{array}{lcl} y & = & -2x+6 \\ y & = & \dfrac{1}{2}x+1 \end{array}\right.$$

   Expliquer comment on peut retrouver graphiquement le résultat.
5. Montrer que le point E(2 ; 2) est le milieu du segment [AB].
6. Calculer les valeurs exactes des longueurs AE, EC et AC.
   Montrer que le triangle AEC est rectangle.
7. Construire le point F symétrique du point C par rapport à E.
   Montrer que ACBF est un losange.

∽ Brevet Amérique du Sud novembre 2005 ∾

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

Exercice 1

Voici quatre calculs

$$A = \frac{5}{7} - \frac{2}{7} \times \frac{1}{6} \quad ; \quad B = \sqrt{50} + 3\sqrt{2}$$
$$C = \left(1 + 2\sqrt{3}\right)^2 \quad ; \quad D = \sqrt{1681} - \sqrt{81}$$

Les résultats de Chloé sont les suivants :

$$A = \frac{1}{14} \quad ; \quad B = 8\sqrt{2} \quad ; \quad C = 13 + 4\sqrt{3} \quad ; \quad D = 40.$$

Les résultats de Chloé sont-ils justes ou faux ?
Justifier les réponses en détaillant les étapes de chaque calcul.

Exercice 2

Soit $E = x^2 - 4$ et $F = (x+2)(3x+1) - (x+2)(2x+3)$.

1. Calculer E pour $x = 0$, puis pour $x = 1$; calculer F pour $x = 0$, puis pour $x = 1$.
2. En factorisant E et en factorisant F, prouver que $E = F$ quelle que soit la valeur de x.
3. Pour quelles valeurs de x a-t-on $E = 0$?

Exercice 3

1. **a.** Reproduire le tableau ci-dessous et compléter chaque case par oui ou par non.

	2	5	9
1 035 est divisible par			
774 est divisible par			
322 est divisible par			

   b. D'après ce tableau, les fractions $\frac{774}{1\,035}$ et $\frac{322}{774}$ sont-elles irréductibles ? Pourquoi ?
2. Calculer le PGCD de 322 et 1 035 par la méthode de votre choix.
   La fraction $\frac{322}{1\,035}$ est-elle irréductible

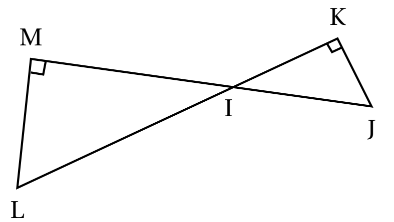
Exercice 4

1. Résoudre l'inéquation $x + 15 \geqslant \frac{2}{3}(x + 27)$.
2. Un bureau de recherche emploie 27 informaticiens et 15 mathématiciens. On envisage d'embaucher le même nombre x d'informaticiens et de mathématiciens.
   Combien faut-il embaucher de spécialistes de chaque sorte pour que le nombre de mathématiciens soit au moins égal aux deux tiers du nombre d'informaticiens ?

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

Exercice 1

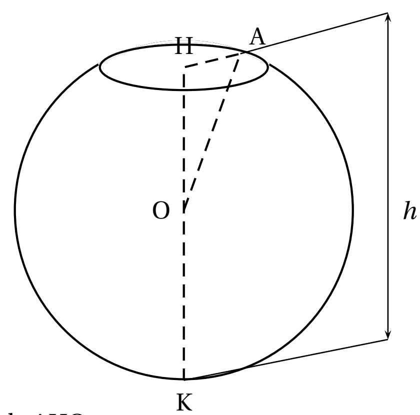
On considère la figure ci-contre qui n'est pas en vraie grandeur.
Les segments (KL] et DM] se coupent au point I.
IK = 4 cm ; JK = 2,4 cm et LM = 4,2cm.
Le triangle IJK est rectangle en K. Le triangle LIM est rectangle en M.



1. Calculer la valeur exacte de la tangente de l'angle $\widehat{\text{KIJ}}$.
2. Pourquoi les angles $\widehat{\text{KIJ}}$ et $\widehat{\text{LIM}}$ sont-ils égaux ?
3. Donner l'expression de la tangente de l'angle $\widehat{\text{LIM}}$ en fonction de IM.
4. En s'aidant des réponses aux questions précédentes, prouver que la longueur IM en centimètres est un nombre entier.
5. Déterminer l'arrondi su degré de l'angle $\widehat{\text{KIJ}}$.

Exercice 2

Une calotte sphérique est un solide obtenu en sectionnant une sphère par un plan.
Un doseur de lessive liquide, représenté ci-contre, a la forme d'une calotte sphérique de centre O et de rayon R = OA = 4,5 cm.
L'ouverture de ce récipient est délimitée par le cercle de centre H et de rayon HA = 2,7 cm.
La hauteur totale de ce doseur est HK.



1. Dessiner en vraie grandeur le triangle AHO.
2. Calculer OH en justifiant puis en déduire que la hauteur totale HK du doseur mesure exactement 8,1 cm.
3. Le volume V d'une calotte sphérique de rayon R et de hauteur h est donné par la formule :

$$\text{V} = \frac{1}{3}\pi h^2(3R - h).$$

Calculer en fonction de π le volume exact du doseur en cm^3. En déduire la capacité totale arrondie au millilitre du doseur.

Exercice 3

Le plan est rapporté à un repère orthonormé (O ; I, J) ; OI = OJ = 1 cm.

1. Placer les points

$$\text{A}(3\,;\,0)\,;\,8(4\,;\,3)\,;\,\text{C}(-4,5\,;\,0) \text{ et } \text{D}(-6\,;\,-4,5).$$

On admet que les points B, O et D sont alignés.
2. Donner sans justifier les longueurs CA et OC.
Montrer que OB = 5 cm et OD = 7,5 cm.
3. Prouver que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

4. Calculer les coordonnées de M milieu de (AB].
   Placer le point M. Tracer la droite (OM) ; elle coupe le segment [CD] en N.
5. La propriété de Thalès permet d'écrire :

$$\text{d'une part} \quad \frac{OC}{OA} = \frac{CN}{AM}, \quad \text{et d'autre part} \quad \frac{OC}{OA} = \frac{CD}{AB}$$

   Quels sont les deux triangles considérés dans le premier cas ? dans le deuxième cas ?
6. En utilisant les deux égalités précédentes et en remplaçant AB par 2AM, prouver que N est le milieu de [CD].

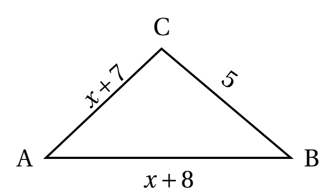
PROBLÈME **12 points**

x est un nombre positif compris entre 0 et 10 ; les longueurs sont exprimées en cm et les aires en cm^2.

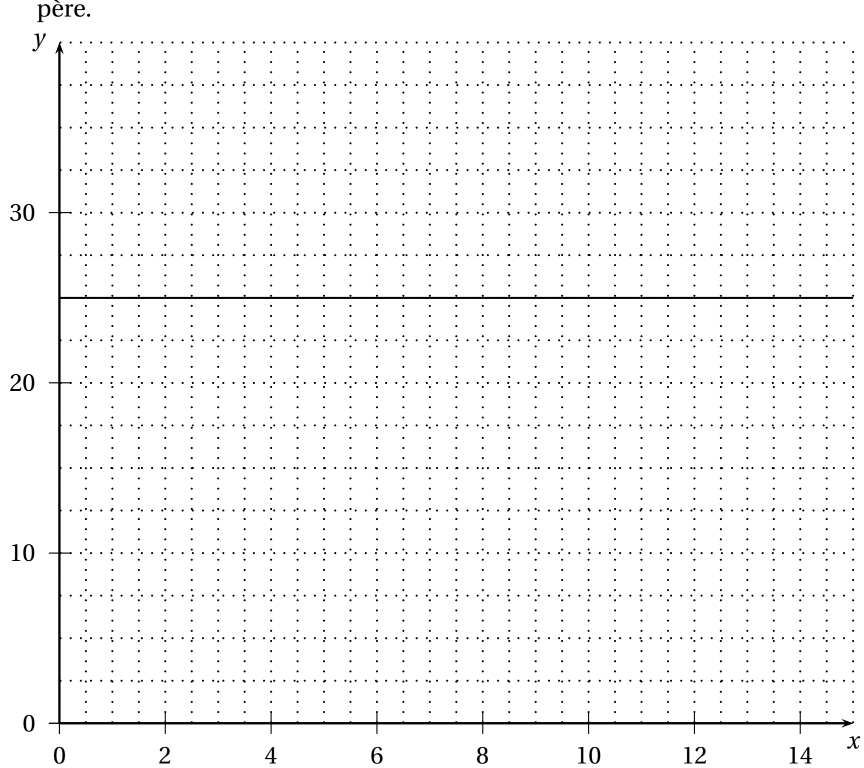
PREMIÈRE PARTIE

LA FIGURE CI-DESSOUS EST EFFECTUÉE À MAIN LEVÉE. IL S'AGIT DE SAVOIR S'IL EXISTE UNE VALEUR DE x POUR LAQUELLE ABC EST UN TRIANGLE RECTANGLE.

1. Calculer AB et AC lorsque $x = 4$. Lorsque $x = 4$, ABC est-il un triangle rectangle ? Justifier la réponse.
2. Développer et réduire : $(x+7)^2$ et $(x+8)^2$. En déduire : $AB^2 - AC^2 = 2x + 15$. Quelle est la valeur de $AB^2 - AC^2$ lorsque $x = 0$, lorsque $x = 10$? La valeur de BC^2 dépend-elle du nombre x ?



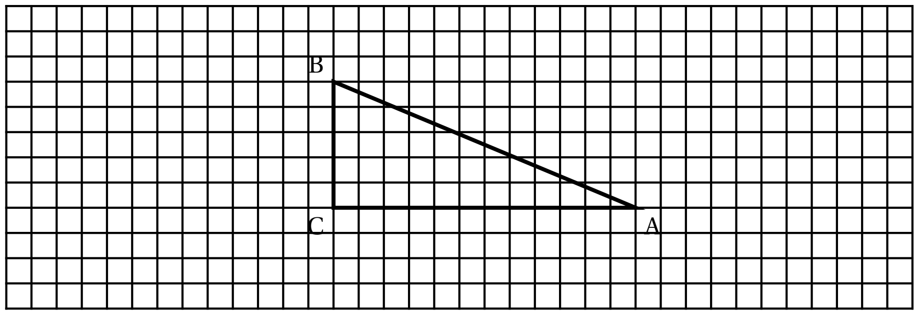
3. Soit f la fonction constante : $x \longmapsto 25$ et g la fonction affine : $x \longmapsto 2x + 15$.
   La représentation graphique de la fonction f est tracée dans le repère ci-après.
   Construire la représentation graphique de la fonction g dans ce même repère.



4. Nommer R le point d'intersection des représentations graphiques des fonctions f et g. Par lecture graphique et en faisant apparaître les tracés utiles, donner les coordonnées de R. Lorsque x est égal à l'abscisse de R, ABC est un triangle rectangle ; en quel sommet et pourquoi ?

DEUXIÈME PARTIE

Dans cette partie, $x = 5$. Le triangle ABC est alors rectangle en C ; il est représenté en réduction sur la figure ci-dessous.



1. Placer le milieu O de [AC] puis calculer l'aire de chacun des triangles ABC, BCO et ABO,
2. Placer le point D tel que le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.
   Quel est le rôle du point O pour le segment [BD] ? Pourquoi ? Calculer l'aire du quadrilatère ABCD.

TROISIÈME PARTIE

Dans cette partie, utiliser la figure précédente.

1. Construire les points M et P tels que :

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{BP} = \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{BC}.$$

2. Citer, sans justifier, les images des points B, O et D par la translation de vecteur $\overrightarrow{OC}$.
   Les points M, C et P sont-ils alignés ? Pourquoi ?
3. Construire l'image E de C par la translation de vecteur $\overrightarrow{OC}$ et tracer en vert l'image du parallélogramme ABCD par la translation de vecteur $\overrightarrow{OC}$.
   Quelle est l'aire du quadrilatère POME ? Pourquoi ?

Durée : 2 heures

Diplôme national du Brevet Nouvelle–Calédonie Décembre 2005

4 points sur 40 sont attribués à la rédaction et à la présentation

I – ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

Dans cette partie, les calculs devront être détaillés.

EXERCICE 1

1. Calculer A et B et donner les résultats sous forme fractionnaire la plus simple possible :

$$A = 4 - 4 \div \frac{16}{3} \qquad B = \frac{14 \times 10^5 \times 35 \times 10^{-3}}{21 \times 10^3}$$

2. Écrire C sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des entiers, b étant le plus petit possible :

$$C = 2\sqrt{32} - \sqrt{5} \times \sqrt{10}$$

EXERCICE 2

Soit $D = (x-3)(3x-1) - (3x-1)^2$

1. Factoriser D
2. Développer et réduire D.
3. Résoudre l'équation $(3x-1)(x+1) = 0$

EXERCICE 3

Voici les résultats d'un sondage effectué dans une classe de troisième concernant les moyens de transport utilisés par ces élèves pour venir au collège.
Recopier et compléter le tableau suivant puis construire un diagramme circulaire de 3 cm de rayon :

	Voiture	Bus	À pied	Booster	total
Fréquence	45%	25%	20%	10%	
Angle					

EXERCICE 4

1. Calculer le PGCD des nombres 1 547 et 1 729.
2. Écrire sous forme fractionnaire irréductible la fraction suivante : $\frac{1\,547}{1\,729}$

II – ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES 12 points)

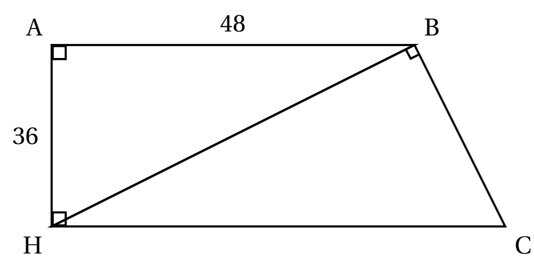
EXERCICE 1

Le plan est muni d'un repère (O, I, J).
L'unité de longueur est le centimètre.

1. Dans un tel repère, placer les points : A(3 ; −2) ; B(1 ; 2) ; C(−3 ; 0).
2. Calculer la valeur exacte de AB.
3. **a.** Sachant que BC= $\sqrt{20}$, en déduire que ABC est un triangle isocèle.
   b. Sachant de plus que AC= $\sqrt{40}$, prouver que ABC est un triangle rectangle.
4. Calculer les coordonnées du point M, milieu du segment [AC]. Placer M.
5. Construire le point D symétrique du point *B* par rapport au point *M*.
   Calculer les coordonnées du point D.
6. Prouver que le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.
7. En déduire la nature exacte du quadrilatère ABCD.

EXERCICE 2

L'unité de longueur est le millimètre.
Soit ABCH un trapèze rectangle en A et H.
(HB) et (BC) sont des droites perpendiculaires.



(Ce schéma n'est donné qu'à titre indicatif)

1. Construire la figure sachant que AH=36 et AB=48.
2. Calculer HB.
3. Calculer $\cos\widehat{AHB}$
4. En déduire la mesure de l'angle $\widehat{AHB}$, puis de l'angle $\widehat{BHC}$ arrondies à 1 °près.

III – PROBLÈME **12 points**

Un club de sport propose à ses clients trois types de tarif :

— Tarif 1 : le paiement de 1 000 F pour chaque séance.

— Tarif 2 : le paiement d'une carte mensuelle de 4 000 F auquel s'ajoute 500 F par séance suivie.

— Tarif 3 : un abonnement mensuel de 11 500 F.

1. Monsieur Bob Iscotto prévoit de participer à 10 séances par mois.

Calculer sa dépense avec chacun des tarifs.

2. Monsieur Ray Gimesseq ne sait pas combien de séances il suivra dans le mois.

a. On appelle x le nombre de séances suivies dans le mois.

Exprimer en fonction de x, les prix P_1, P_2, P_3 à payer dans chacun des trois cas.

b. Tracer sur papier millimétré, dans un repère orthogonal, les représentations graphiques des fonctions t_1 et t_2 telles que :

$$t_1(x) = 1\,000x\ ;\ t_2(x) = 500x + 4\,000.$$

On prendra 1 **cm pour** 2 **séances** en abscisse et 1 **cm pour 1 000** F en ordonnée.

3. **a.** Résoudre le système : $\left\{\begin{array}{l} y = 1\,000x \\ y = 500x + 4\,000 \end{array}\right.$

b. Recopier et compléter la phrase suivante : « Graphiquement, la solution de ce système correspond à l'endroit où …… ».

c. À partir de combien de séances, le tarif 2 est-il plus avantageux que le tarif 1 ?

4. **a.** Résoudre l'inéquation $500x + 4\,000 \geqslant 11\,500$

b. À partir de combien de séances, le tarif 3 est-il plus avantageux que le tarif 2 ?

5. Recopier et compléter les phrases suivantes :

« De zéro à … séances, M. Ray Gimesseq devrait choisir le tarif … ».

« De … à … séances, M Ray Gimesseq devrait choisir le tarif … ».

« À partir de … séances, M. Ray Gimesseq devrait choisir le tarif … ».

M. Ray Gimesseq vous remercie pour vos conseils !