Brevet des collèges Amérique du Nord juin 2002

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

Exercice 1

1. Calculer les nombres A et B. Écrire les étapes et donner les résultats sous forme de fractions irréductibles.

$$\mathrm{A} = \frac{7}{9} \div \left(\frac{1}{3} - 2\right) \qquad \mathrm{B} = \frac{7 \times \left(7^{-2}\right)^{-4}}{7^{11}}$$

2. On donne $\mathrm{C} = 3\sqrt{54} - 7\sqrt{6} - \sqrt{2} \times \sqrt{12}$.
   Montrer que C est un nombre entier.

Exercice 2

Soit $D = (3x+5)(2-x) - (2-x)^2$.

1. Développer puis réduire D.
2. Factoriser D.
3. Résoudre $(2-x)(4x+3) = 0$.

Exercice 3

En l'an 200, le nombre de voitures vendues en France a été de 2 134 milliers, répartis de la façon suivante :
- 602 milliers de Renault ;
- 262 milliers de Citroën ;
- 398 milliers de Peugeot ;
- et des voitures de marques étrangères.

1. Quelle est la fréquence des ventes, exprimée en pourcentage et arrondie à 1 %, pour les voitures de marques étrangères ?
2. Dans le total des ventes de voitures françaises, quel pourcentage représentent les voitures Renault ?

Exercice 3

1. Résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} x - y &= 24 \\ x - 3y &= 16 \end{cases}$$

2. La différence de deux nombres est 24. Quels sont ces deux nombres sachant que si on augmente l'un et l'autre de 8, on obtient deux nouveaux nombres dont le plus grand est le triple du plus petit ?

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

Exercice 1 :

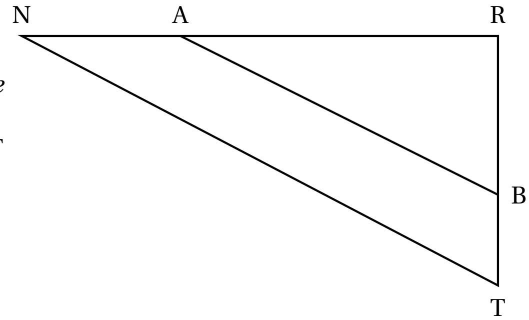
Tracer un carré RIEN de côté 5 cm.

1. Construire le point P image de I par la translation de vecteur $\overrightarrow{\mathrm{RE}}$.

2. Sans utiliser d'autres points que ceux de la figure, recopier et compléter les égalités suivantes :

$$\overrightarrow{RE} + \overrightarrow{EI} = \ldots \quad ; \quad \overrightarrow{NR} + \overrightarrow{IP} = \ldots \quad ; \quad \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{RI} = \ldots$$

Exercice 2 :

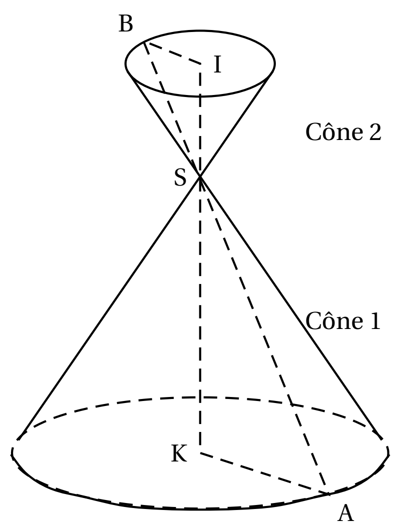


Sur ce dessin, les dimensions ne sont pas respectées.
On considère un triangle RNT rectangle en R tel que :
NR = 9 cm ; AR = 6 cm ;
NT = 10,2 cm BT = 1,6 cm.

1. Calculer la valeur de RT.
2. En considérant que RT = 4,8 cm, démontrer que les droites (AB) et (NT) sont parallèles.
3. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{RNT}$; en donner la valeur arrondie au degré près.

Exercice 3 :

Les deux cônes de révolution de rayons KA et IB, sont opposés par le sommet.
Les droites (AB) et (KI) se coupent en S, et de plus (BI) et (KA) sont parallèles.
On donne : KA = 4,5 cm, KS = 6 cm et SI = 4 cm.



1. Calculer BI.
2. Calculer le volume V_1 du cône 1 (Donner la valeur exacte puis la valeur arrondie au cm^3).
3. Le cône 2 est une réduction du cône 1.
   Quel est le coefficient de réduction ? Par quel nombre exact faut-il multiplier V_1, volume du cône 1, pour obtenir directement le volume V_2 du cône 2 ?

PROBLÈME **12 points**

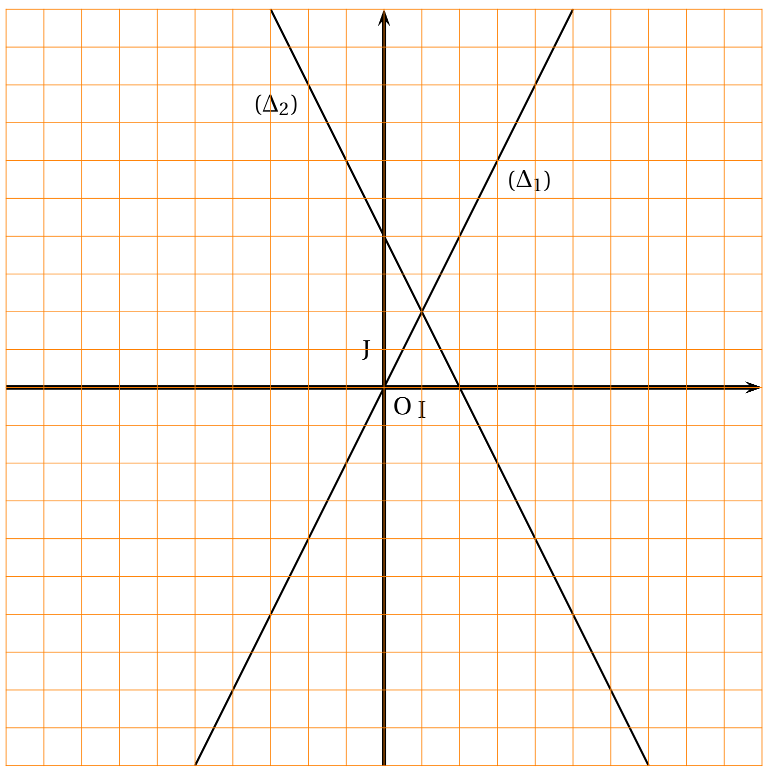
Les parties 1 et 2 sont indépendantes

Partie 1

Par lecture graphique (voir feuille annexe). Dans le repère orthonormal (O,I,J) d'unité le centimètre.

1. **a.** On considère la fonction $f: \quad x \mapsto 2x$. De quel type de fonction s'agit-il ?
   b. Vérifier que (Δ_1) est la représentation graphique de cette fonction. Justifier.
2. Pour la droite (Δ_2), lire et répondre sur la copie.
   a. Les coordonnées du point A, intersection de (Δ_2) avec l'axe des abscisses.
   b. Les coordonnées du point B, intersection de (Δ_2) avec l'axe des ordonnées.
   c. Donner la fonction affine g dont (Δ_2) est la représentation graphique.
   d. Dessiner en pointillés dans le repère les traits de constructions permettant de donner les réponses suivantes :

$$\left\{\begin{array}{lcl} g(3) & = & \ldots \\ g(x) & = & 4 \text{ pour } x = \ldots \end{array}\right.$$



Partie 2

Dans le repère orthonormal (O, I, J) d'unité le centimètre.

1. **a.** Placer les points R(−7 ; −2), F(−5 ; 2) et V(−3 ; −4).
   b. Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{RF}$.
   c. Vérifier que RF $= 2\sqrt{5}$.
   d. On donne RV $= \sqrt{20}$ et VF $= 2\sqrt{20}$. Prouver que le triangle RFV est **rectangle isocèle**.
2. Calculer les coordonnées du point K milieu de [FV].
3. **a.** Déterminer par son centre et son rayon le cercle $(\mathscr{C})$ circonscrit au triangle RFV. Justifier puis tracer $(\mathscr{C})$.
   b. Placer le point N symétrique de R par rapport à K. Démontrer que le quadrilatère RFNV est un carré.

c. Donner les valeurs exactes du périmètre et de l'aire de RFNV.

4. Sachant que le point P$(-3~;~2)$ est sur le cercle $(\mathscr{C})$, tracer l'angle $\widehat{\text{RPV}}$ et prouver que sa mesure est 45°.