

Durée : 2 heures

## 🌀 Brevet des collèges Amérique du Nord juin 2008 🌀

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

### ACTIVITÉS NUMÉRIQUES

12 points

#### Exercice 1

On donne les nombres :

$$A = \frac{3}{7} - \frac{2}{7} \times \frac{21}{8}; \quad B = \frac{3 \times 10^2 \times 1,8 \times 10^{-3}}{6 \times 10^4}; \quad C = \sqrt{12} - 5\sqrt{75} + 2\sqrt{147}.$$

- Calculer A et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.  
Écrire toutes les étapes du calcul.
- Donner l'écriture décimale de B.
  - Exprimer B en écriture scientifique.
- Écrire C sous la forme  $a\sqrt{3}$ , où  $a$  est un nombre entier.

#### Exercice 2

On pose :  $D = (12x + 3)(2x - 7) - (2x - 7)^2$ .

- Développer et réduire  $D$ .
- Factoriser  $D$ .
- Calculer  $D$  pour  $x = 2$  puis pour  $x = -1$ .
- Résoudre l'équation  $(2x - 7)(x + 1) = 0$ .

#### Exercice 3

- En précisant la méthode utilisée, calculer le PGCD de 378 et 270.
- Pour une kermesse, un comité des fêtes dispose de 378 billes et 270 calots.  
Il veut faire le plus grand nombre de lots identiques en utilisant toutes les billes et tous les calots.
  - Combien de lots identiques pourra-t-il faire ?
  - Quelle sera la composition de chacun de ces lots ?

### ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES

12 points

#### Exercice 1

Dans le plan muni d'un repère orthonormé  $(O; I, J)$ , on considère les points :  $A(-2; 1)$   
 $B(0; 5)$   $C(6; -3)$ .

- Sur la copie, faire une figure et placer les points A, B et C.
- Montrer que :  $AC = 4\sqrt{5}$ .
- On admet que  $AB = 2\sqrt{5}$  et  $BC = 10$ . Démontrer que le triangle ABC est rectangle.
- Sur la figure, placer le point M tel que les vecteurs  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{CM}$  soient égaux.
- Préciser la nature du quadrilatère ABMC. Justifier.

**Exercice 2**

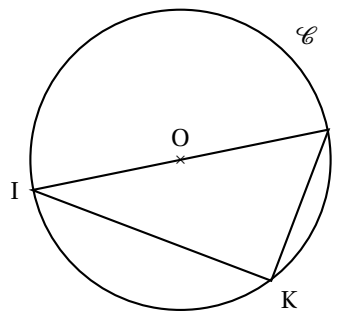
La figure ci-dessous n'est pas en vraie grandeur ; on ne demande pas de la reproduire.

On considère un cercle  $\mathcal{C}$  de centre  $O$  et de diamètre 8 cm.

$I$  et  $J$  sont deux points de  $\mathcal{C}$  diamétralement opposés ;

$K$  est un point de  $\mathcal{C}$  tel que  $JK = 4$  cm.

1. Préciser la nature du triangle  $IJK$ . Justifier.
2. Préciser la nature du triangle  $OJK$ . Justifier.
3. On appelle  $R$  le symétrique de  $K$  par rapport à la droite  $(IJ)$ . Démontrer que le quadrilatère  $ROKJ$  est un losange.

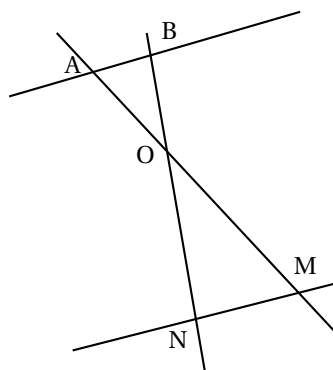
**Exercice 3**

La figure ci-dessous n'est pas en vraie grandeur ; on ne demande pas de la reproduire. Les droites  $(AM)$  et  $(BN)$  sont sécantes en  $O$ .

Les dimensions sont en centimètres.

On donne :  $OA = 3$  ;  $OB = 2,5$  ;  $OM = 5,4$  ;  $ON = 4,5$ .

1. Montrer que les droites  $(AB)$  et  $(MN)$  sont parallèles.
2. On suppose que  $AB = 1,2$ . Calculer la distance  $MN$ .
3. Choisir parmi les quatre nombres suivants :  
**a.** 0,6 **b.** 1,8 **c.** 3,24 **d.** 3,6  
celui qui est égal à  $\frac{\text{aire du triangle ONM}}{\text{aire du triangle OAB}}$ .  
Sur la copie, indiquer ce nombre (sans justification).

**PROBLÈME****12 points****Première partie**

Un club de squash propose trois tarifs à ses adhérents :

- Tarif A : 8 € par séance.
- Tarif B : achat d'une carte privilège à 40 € pour l'année donnant droit à un tarif réduit de 5 € par séance.
- Tarif C : achat d'une carte confort à 160 € valable une année et donnant droit à un accès illimité à la salle.

Mélissa, nouvelle adhérente au club, étudie les différents tarifs.

1. **a.** Compléter le tableau :

Nombre de séances	10	18	25
Dépense totale avec le tarif A			
Dépense totale avec le tarif B			
Dépense totale avec le tarif C			

- b.** Quel est le tarif le plus avantageux si Mélissa désire faire 10 séances ?
2. On appelle  $x$  le nombre de séances.

- a. Exprimer, en fonction de  $x$ , la dépense totale  $f(x)$  lorsque Mélissa fait  $x$  séances avec le tarif A.
  - b. Exprimer, en fonction de  $x$ , la dépense totale  $g(x)$  lorsque Mélissa fait  $x$  séances avec le tarif B.
  - c. Exprimer, en fonction de  $x$ , la dépense totale  $h(x)$  lorsque Mélissa fait  $x$  séances avec le tarif C.
3. a. Résoudre l'inéquation  $5x + 40 \leq 8x$ .
- b. Expliquer, en rédigeant votre réponse, à quoi correspondent les nombres entiers qui sont solutions de cette inéquation.

### Deuxième partie

1. Sur une feuille de papier millimétrée, placée verticalement, tracer un repère orthogonal en plaçant l'origine O en bas à gauche et en prenant comme unités : 0,5 cm pour une séance sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 10 € sur l'axe des ordonnées.
2. Représenter, dans ce repère, les trois fonctions  $f$ ,  $g$  et  $h$ , pour  $x$  compris entre 0 et 30.
3. a. Vérifier, par lecture graphique le résultat de la question 1. b. de la première partie ; on fera apparaître sur le dessin les tracés nécessaires.
- b. Déterminer, par lecture graphique, le nombre de séances à partir duquel le tarif C devient avantageux.
- c. Mélissa souhaite ne pas dépasser 130 € pour cette activité ; déterminer par lecture graphique, le tarif qu'elle doit choisir si elle veut faire le plus de séances possibles ; on fera apparaître sur le dessin les tracés nécessaires.

### Troisième partie

L'amie de Mélissa avait prévu de faire du squash une fois par semaine et avait choisi le tarif C ; elle n'a pu se libérer pour ce sport qu'une semaine sur deux.

A-t-elle fait le bon choix ?

*On rappelle qu'une année comporte 52 semaines.*