∽ Diplôme national du brevet juin 2004 ∽
Amérique du Nord

Calculatrice autorisée — 2 heures

Il sera tenu compte de la qualité de la rédaction et de la présentation (4 points)

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES — **12 points**

Exercice 1

1. On considère le nombre :

$$A = \frac{1}{7} + \frac{6}{7} \div \frac{12}{35}$$

Calculer A en détaillant les étapes du calcul et écrire le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

2. On considère les nombres :

$$B = \left(\sqrt{17}-1\right)\left(\sqrt{17}+1\right) \qquad C = \left(3-\sqrt{7}\right)^2 \qquad D = B - C$$

   a. Développer et réduire B et C.

   b. Écrire D sous la forme $a\sqrt{7}$, où a désigne un nombre entier.

Exercice 2

On considère les expressions :

$$E = (4x+5)(x-2) - x(x+4) \qquad F = (3x-10)(x+1)$$

1. En développant et réduisant E et F, vérifier que $E = F$.
2. En déduire les solutions de l'équation $E = 0$.

Exercice 3

Deux amis ont fait des courses le même jour et à la même boulangerie.
L'un a payé 5,85 euros pour l'achat de 5 pains au chocolat et 3 croissants.
L'autre a payé 3,65 euros pour l'achat de 3 pains au chocolat et 2 croissants.

1. Écrire un système d'équations traduisant ces données.
2. En déduire le prix d'un pain au chocolat et celui d'un croissant.

Exercice 4

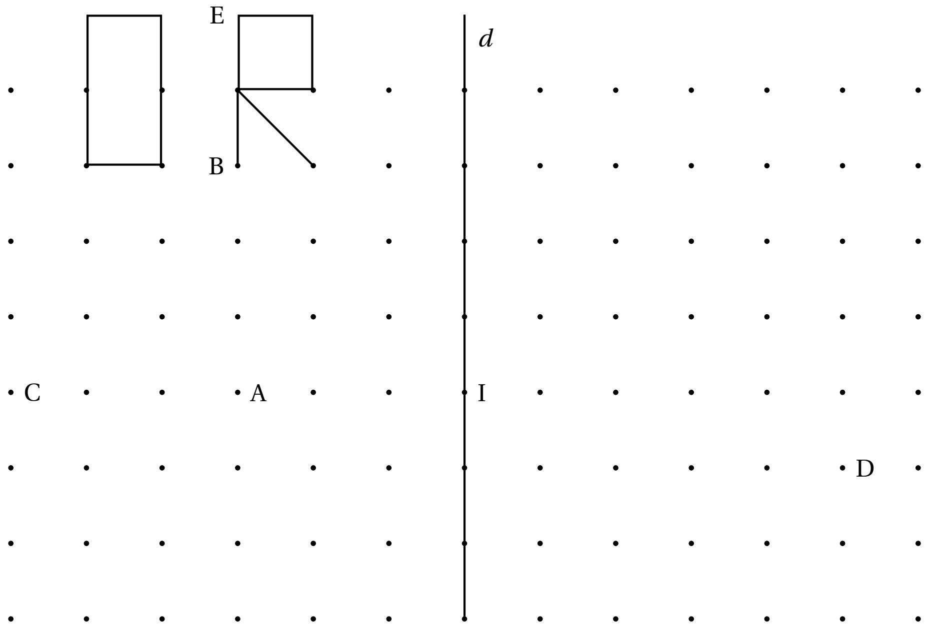
Un fleuriste dispose de 126 iris et 210 roses.
Il veut, en utilisant toutes ses fleurs, réaliser des bouquets contenant tous le même nombre d'iris et le même nombre de roses.
Justifier toutes les réponses aux questions ci-dessous.

1. Le fleuriste peut-il réaliser 15 bouquets ?
2. Peut-il réaliser 14 bouquets ?
3. **a.** Quel nombre maximal de bouquets peut-il réaliser ?

   b. Donner la composition de chacun d'eux.

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

Exercice 1



Sur la figure ci-dessous, en commençant dans chaque cas par l'image du segment [BE], tracer :

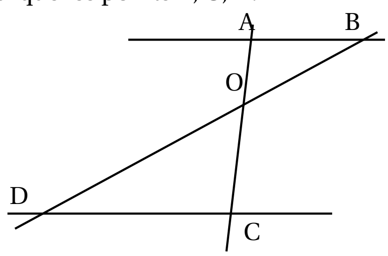
— en bleu, l'image du mot « OR » par la symétrie d'axe (d) ;
— en rouge, l'image du mot « OR » par la symétrie de centre I ;
— en noir, l'image du mot « OR » par la translation qui transforme B en D ;
— en vert, l'image du mot « OR » par la rotation de centre A qui transforme B en C.

On évitera les tracés inutiles.

Exercice 2

La figure ci-dessous n'est pas réalisée en vraie grandeur.
Les points A, O, C sont alignés ainsi que les points B, O, D.

On suppose que :
OA= 3 cm ;
AB = 4 cm ;
OC = 7,5 cm ;
(AB) // (CD) ;
$\widehat{DOC} = 65°$.



1. Calculer CD.
2. La perpendiculaire à (BD) passant par C coupe (BD) en H. Calculer OH (arrondir au centième de cm).

Exercice 3

La plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J).
L'unité de longueur est le centimètre

1. **a.** Placer le point A(5 ; 3).
   b. Par lecture graphique, donner les coordonnées de $\overrightarrow{IA}$.

c. En déduire la distance IA.

2. On considère le point B$(-1\ ;\ \sqrt{21})$.

a. Prouver que A et B sont sur le cercle de centre I et de rayon 5.

b. Tracer ce cercle et placer le point B.

3. a. Placer le point C, symétrique de A par rapport à I.

b. Prouver que le triangle ABC est rectangle en B.

PROBLÈME **12 points**

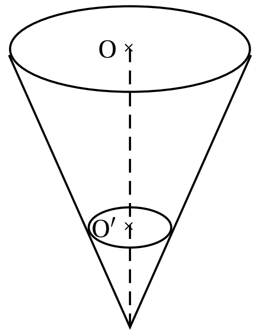
Partie A

On a représenté ci-contre un cône C_1 qui a pour base un disque de centre O et de rayon 7 cm, pour sommet le point S et pour hauteur 14 cm.

1. Prouver que la valeur exacte, en cm^3, du volume $\mathcal{V}_1$ du cône C_1 est $\dfrac{686\pi}{3}$.

Rappel :

$$\text{Volume d'un cône} = \frac{\text{aire de sa base} \times \text{sa hauteur}}{3}$$



2. O′ est le point de [OS] tel que OO′ = 8 cm. On a coupé le cône C_1 par un plan parallèle à sa base et passant par O′. La section obtenue est un disque de centre O′, réduction du disque de base.

Prouver que le rayon de ce disque est 3 cm.

3. On appelle C_2 le cône de sommet S qui a pour base le disque de centre O′ et de rayon 3 cm. Prouver que la valeur exacte, en cm^3, du volume $\mathcal{V}_2$ du cône C_2 est 18π.

4. En enlevant le cône C_2 du cône C_1, on obtient un tronc de cône de hauteur 8 cm. Calculer la valeur exacte de son volume en cm^3.

Partie B

1. Un premier récipient a la forme du tronc de cône décrit ci-dessus et repose sur sa base de rayon 3 cm.

On désigne par x la hauteur, en cm, du liquide qu'il contient ; on admet que le volume $\mathcal{V}(x)$ de ce liquide, en cm^3, est $18\pi\left[\left(1+\dfrac{x}{6}\right)^3 - 1\right]$.

On a représenté graphiquement, ci-après, ce volume en fonction de la hauteur x (sur l'axe des ordonnées, 1 cm représente 50 cm^3).

a. Par lecture graphique, donner une valeur approchée de $\mathcal{V}(6)$.

b. Prouver que $\mathcal{V}(6) = 18\pi \times 7$, puis trouver la valeur de $\mathcal{V}(6)$ arrondie au cm^3.

2. Un deuxième récipient a la forme d'un cylindre de hauteur 8 cm ; ses bases ont pour rayon 5 cm.

a. Calculer la valeur exacte de son volume, en cm^3.

b. En appelant x la hauteur, en cm, du liquide qu'il contient, prouver que le volume de ce liquide, en cm^3, est $25\pi x$.

c. Soit f la fonction linéaire : $x \longmapsto 25\pi x$.

Représenter graphiquement la fonction f dans le repère ci-dessus pour $0 \leqslant x \leqslant 8$.

Rappel : sur l'axe des ordonnées, 1 carreau représente 50 cm^3.

3. Les deux représentations graphiques se coupent en un point M.

a. Son abscisse x_M est comprise entre deux nombres entiers consécutifs : donner ces deux nombres par lecture graphique.

b. Son ordonnée y_M est comprise entre deux multiples de 50 consécutifs : donner ces deux nombres par lecture graphique.

4. On suppose maintenant que les deux récipients contiennent la même hauteur x de liquide.

Pour quelles valeurs de x le tronc de cône contient-il plus de liquide que le cylindre ?