

Durée : 2 heures

œ Brevet des collèges Amérique du Nord œ
juin 2005

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES

12 points

Exercice 1

On donne : $A = \frac{5}{3} - \frac{4}{3} \times \frac{7}{11}$ et $B = \frac{210 \times 10^{-6} \times 5 \times 10^5}{35 \times 10^4}$.

1. Donner le résultat de A sous la forme d'une fraction irréductible en précisant toutes les étapes.
2. Déterminer l'écriture scientifique de B en précisant toutes les étapes.

Exercice 2

Madame A et Monsieur B sont tous les deux professeurs de mathématiques et ont tous les deux une classe de Troisième ayant 20 élèves.

Ils comparent les notes obtenues par leurs élèves au dernier devoir commun :

Notes attribuées par Madame A	Notes attribuées par Monsieur B
7 – 8 – 12 – 12 – 18 – 5 – 11 –	8 – 8 – 9 – 12 – 11 – 8 – 13 –
6 – 3 – 8 – 5 – 18 – 9 – 20 –	15 – 7 – 9 – 10 – 10 – 12 – 8 –
6 – 16 – 6 – 18 – 7 – 15	10 – 14 – 12 – 11 – 14 – 9

1. Construire, sur la copie et sur un même dessin, les diagrammes en bâtons représentant les deux séries de notes. (Utiliser deux couleurs.)
2. Calculer la moyenne de chaque série.
3. Déterminer une médiane de chaque série.
4. Comparer ces deux classes.

Exercice 3

1. Résoudre le système :
$$\begin{cases} x - 3y = 35 \\ 5x - 4y = -20 \end{cases}$$

2. Montrer que les valeurs trouvées pour x et y vérifient la condition suivante :

$$8 \left(\frac{x-5}{y-5} \right) = 3 \left(\frac{x+20}{y+20} \right).$$

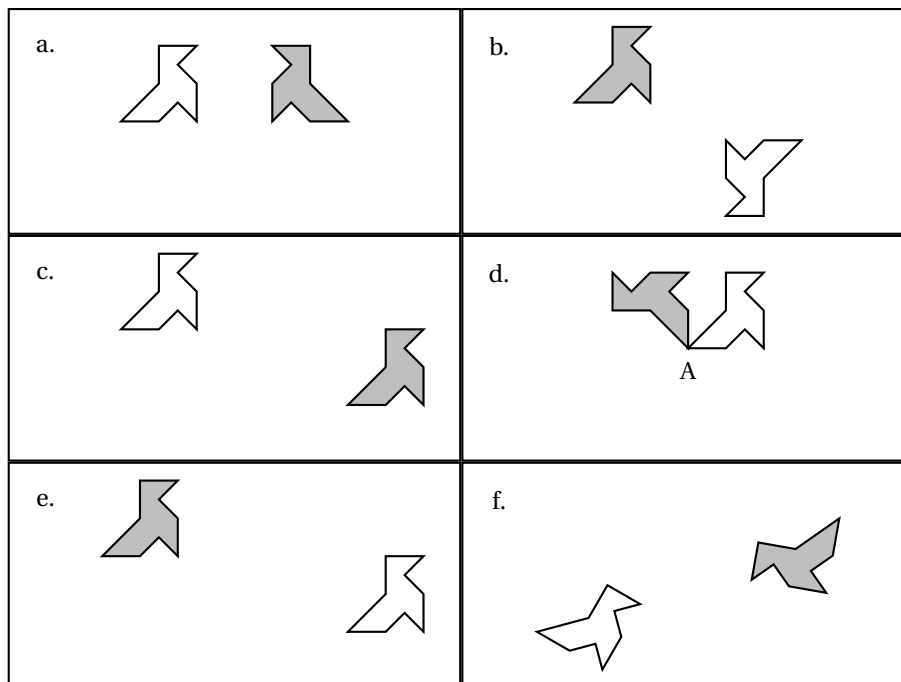
ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES

12 points

Exercice 1

La figure grise est obtenue après avoir appliqué une transformation du plan à la figure blanche. Dans chaque cas :

- Préciser le type de transformation (symétrie axiale centrale, translation, rotation).
- Faire apparaître et préciser le(s) élément(s) caractéristique(s) de cette transformation (axe, centre, vecteur, angle, sens de rotation).



a. Transformation :
 Éléments caractéristiques :
 c. Transformation :
 Éléments caractéristiques :
 e. Transformation :
 Éléments caractéristiques :

b. Transformation :
 Éléments caractéristiques :
 d. Transformation :
 Éléments caractéristiques :
 c. Transformation :
 Éléments caractéristiques :

Exercice 2

Une boîte parallélépipédique de dimensions 4 cm, 4 cm et 8 cm contient deux boules de rayon 2 cm. Calculer le volume de l'espace laissé libre par les deux boules (arrondir au cm^3).

Rappel : Le volume d'une boule de rayon R est $\frac{4}{3}\pi R^3$.

Exercice 3

L'unité est le centimètre.

1. Dans un repère orthonormé (O ; I, J), placer les points :

$$A(6; 0), L(0; 8) \text{ et } K(4; 10).$$

2. Calculer la longueur AL.

3. On donne : $AK = \sqrt{104}$ et $LK = \sqrt{20}$.

Démontrer que le triangle AKL n'est pas rectangle en L.

4. a. Construire le point L' , symétrique de L par rapport à la hauteur issue de A du triangle AKL.

- b. En déduire la longueur AL' .

- c. Déterminer approximativement (par lecture graphique) les coordonnées de L' .

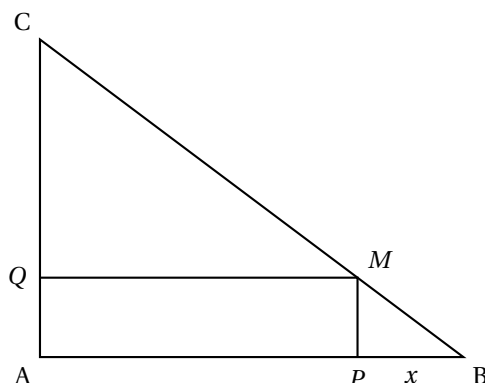
5. On admet que, si x est l'abscisse d'un point M de la droite (LK), alors l'ordonnée de M est $\frac{1}{2}x + 8$ et :

$$AM^2 = \frac{5}{4}x^2 - 4x + 100.$$

- a. En déduire les valeurs de x pour lesquelles on a $AM = 10$.
- b. Quelles sont alors les coordonnées exactes de L?

PROBLÈME**12 points**

ABC est un triangle rectangle en A avec :
 $AB = 4$ cm et $AC = 3$ cm.
 M est un point de $[BC]$, P est un point de $[AB]$ et Q un point de $[AC]$ tels que le quadrilatère $APMQ$ soit un rectangle.
 Notons x la longueur BP en cm.

**PREMIÈRE PARTIE**

1. Montrer que $PM = \frac{3}{4}x$.
2. Montrer que le périmètre du rectangle $APMQ$ est égal à $8 - \frac{x}{2}$.
3. a. Expliquer pourquoi on a : $0 \leq x \leq 4$.
 b. Est-il possible de placer M sur $[BC]$ pour que le périmètre du rectangle $APMQ$ soit égal à :
 7 cm ? 4 cm ? 10 cm ?
4. Faire la figure dans le cas où le périmètre est 7 cm.

DEUXIÈME PARTIE

1. a. Calculer la longueur BC .
 b. Montrer que $BM = \frac{5x}{4}$.
2. En déduire, en fonction de x , le périmètre du triangle BPM .
3. Construire dans un repère orthonormé les représentations graphiques des fonctions :

$$x \mapsto 3x \quad \text{et} \quad x \mapsto 8 - \frac{x}{2}.$$

4. a. Déterminer graphiquement une valeur approchée de x pour laquelle BPM et $APMQ$ ont le même périmètre.
 b. Trouver par un calcul la valeur exacte de x .