

Brevet Amérique du Sud novembre 2005

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES

12 points

Exercice 1

Voici quatre calculs

$$A = \frac{5}{7} - \frac{2}{7} \times \frac{1}{6} \quad ; \quad B = \sqrt{50} + 3\sqrt{2}$$

$$C = (1 + 2\sqrt{3})^2 \quad ; \quad D = \sqrt{1681} - \sqrt{81}$$

Les résultats de Chloé sont les suivants :

$$A = \frac{1}{14} \quad ; \quad B = 8\sqrt{2} \quad ; \quad C = 13 + 4\sqrt{3} \quad ; \quad D = 40.$$

Les résultats de Chloé sont-ils justes ou faux ?

Justifier les réponses en détaillant les étapes de chaque calcul.

Exercice 2

Soit $E = x^2 - 4$ et $F = (x + 2)(3x + 1) - (x + 2)(2x + 3)$.

1. Calculer E pour $x = 0$, puis pour $x = 1$; calculer F pour $x = 0$, puis pour $x = 1$.
2. En factorisant E et en factorisant F , prouver que $E = F$ quelle que soit la valeur de x .
3. Pour quelles valeurs de x a-t-on $E = 0$?

Exercice 3

1. a. Reproduire le tableau ci-dessous et compléter chaque case par oui ou par non.

	2	5	9
1 035 est divisible par			
774 est divisible par			
322 est divisible par			

- b. D'après ce tableau, les fractions $\frac{774}{1035}$ et $\frac{322}{774}$ sont-elles irréductibles ?
Pourquoi ?
2. Calculer le PGCD de 322 et 1 035 par la méthode de votre choix.
La fraction $\frac{322}{1035}$ est-elle irréductible ?

Exercice 4

1. Résoudre l'inéquation $x + 15 \geq \frac{2}{3}(x + 27)$.
2. Un bureau de recherche emploie 27 informaticiens et 15 mathématiciens. On envisage d'embaucher le même nombre x d'informaticiens et de mathématiciens.
Combien faut-il embaucher de spécialistes de chaque sorte pour que le nombre de mathématiciens soit au moins égal aux deux tiers du nombre d'informaticiens ?

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES

12 points

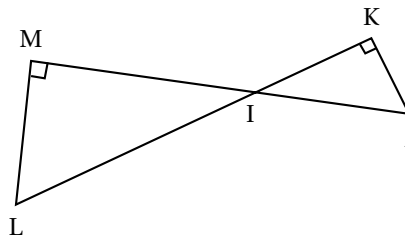
Exercice 1

On considère la figure ci-contre qui n'est pas en vraie grandeur.

Les segments (KL) et (DM) se coupent au point I.

$IK = 4$ cm ; $JK = 2,4$ cm et $LM = 4,2$ cm.

Le triangle IJK est rectangle en K. Le triangle LIM est rectangle en M.



1. Calculer la valeur exacte de la tangente de l'angle \widehat{KIJ} .
2. Pourquoi les angles \widehat{KIJ} et \widehat{LIM} sont-ils égaux ?
3. Donner l'expression de la tangente de l'angle \widehat{LIM} en fonction de IM.
4. En s'aidant des réponses aux questions précédentes, prouver que la longueur IM en centimètres est un nombre entier.
5. Déterminer l'arrondi au degré de l'angle \widehat{KIJ} .

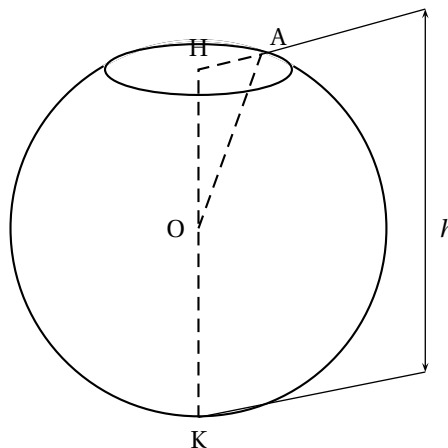
Exercice 2

Une calotte sphérique est un solide obtenu en sectionnant une sphère par un plan.

Un doseur de lessive liquide, représenté ci-contre, a la forme d'une calotte sphérique de centre O et de rayon $R = OA = 4,5$ cm.

L'ouverture de ce récipient est délimitée par le cercle de centre H et de rayon $HA = 2,7$ cm.

La hauteur totale de ce doseur est HK.



1. Dessiner en vraie grandeur le triangle AHO.
2. Calculer OH en justifiant puis en déduire que la hauteur totale HK du doseur mesure exactement 8,1 cm.
3. Le volume V d'une calotte sphérique de rayon R et de hauteur h est donné par la formule :

$$V = \frac{1}{3}\pi h^2(3R - h).$$

Calculer en fonction de π le volume exact du doseur en cm^3 . En déduire la capacité totale arrondie au millilitre du doseur.

Exercice 3

Le plan est rapporté à un repère orthonormé (O ; I, J) ; $OI = OJ = 1$ cm.

1. Placer les points

$$A(3; 0); B(4; 3); C(-4,5; 0) \text{ et } D(-6; -4,5).$$

On admet que les points B, O et D sont alignés.

2. Donner sans justifier les longueurs CA et OC.
Montrer que $OB = 5$ cm et $OD = 7,5$ cm.

3. Prouver que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.
4. Calculer les coordonnées de M milieu de (AB).
Placer le point M. Tracer la droite (OM) ; elle coupe le segment [CD] en N.
5. La propriété de Thalès permet d'écrire :

$$\text{d'une part } \frac{OC}{OA} = \frac{CN}{AM}, \quad \text{et d'autre part } \frac{OC}{OA} = \frac{CD}{AB}$$

Quels sont les deux triangles considérés dans le premier cas ? dans le deuxième cas ?

6. En utilisant les deux égalités précédentes et en remplaçant AB par 2AM, prouver que N est le milieu de [CD].

PROBLÈME

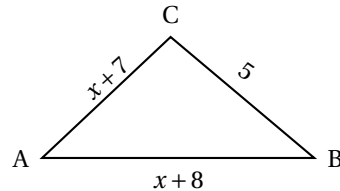
12 points

x est un nombre positif compris entre 0 et 10 ; les longueurs sont exprimées en cm et les aires en cm².

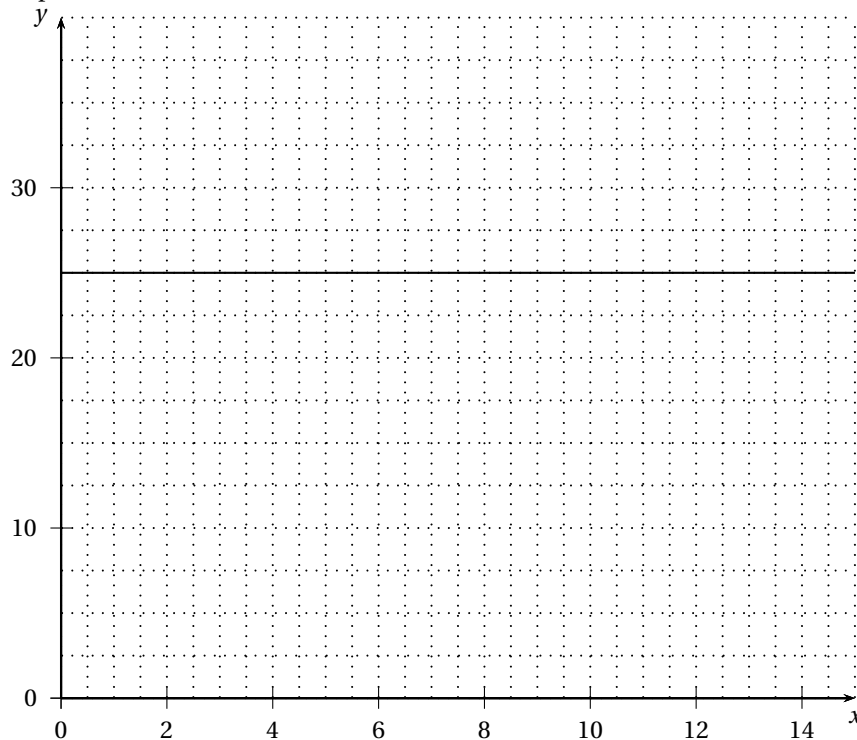
PREMIÈRE PARTIE

LA FIGURE CI-DESSOUS EST EFFECTUÉE À MAIN LEVÉE. IL S'AGIT DE SAVOIR S'IL EXISTE UNE VALEUR DE *x* POUR LAQUELLE ABC EST UN TRIANGLE RECTANGLE.

1. Calculer AB et AC lorsque *x* = 4. Lorsque *x* = 4, ABC est-il un triangle rectangle ? Justifier la réponse.
2. Développer et réduire : (*x* + 7)² et (*x* + 8)².
En déduire : AB² - AC² = 2*x* + 15. Quelle est la valeur de AB² - AC² lorsque *x* = 0, lorsque *x* = 10 ? La valeur de BC² dépend-elle du nombre *x* ?



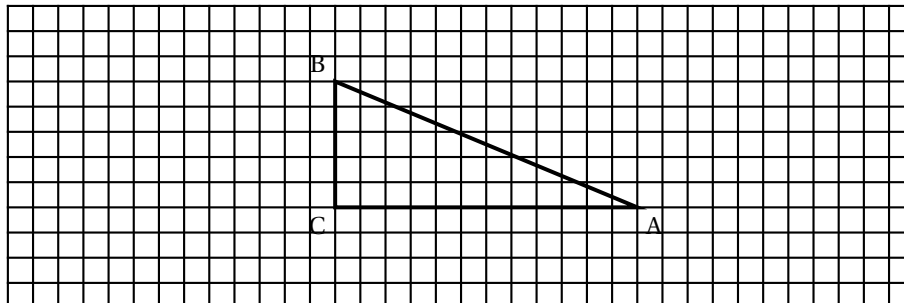
3. Soit *f* la fonction constante : $x \mapsto 25$ et *g* la fonction affine : $x \mapsto 2x + 15$. La représentation graphique de la fonction *f* est tracée dans le repère ci-après. Construire la représentation graphique de la fonction *g* dans ce même repère.



4. Nommer R le point d'intersection des représentations graphiques des fonctions f et g . Par lecture graphique et en faisant apparaître les tracés utiles, donner les coordonnées de R. Lorsque x est égal à l'abscisse de R, ABC est un triangle rectangle ; en quel sommet et pourquoi ?

DEUXIÈME PARTIE

Dans cette partie, $x = 5$. Le triangle ABC est alors rectangle en C ; il est représenté en réduction sur la figure ci-dessous.



- Placer le milieu O de [AC] puis calculer l'aire de chacun des triangles ABC, BCO et ABO,
- Placer le point D tel que le quadrilatère ABCD est un parallélogramme. Quel est le rôle du point O pour le segment [BD] ? Pourquoi ? Calculer l'aire du quadrilatère ABCD.

TROISIÈME PARTIE

Dans cette partie, utiliser la figure précédente.

- Construire les points M et P tels que :

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{BP} = \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{BC}.$$

- Citer, sans justifier, les images des points B, O et D par la translation de vecteur \overrightarrow{OC} .
Les points M, C et P sont-ils alignés ? Pourquoi ?
- Construire l'image E de C par la translation de vecteur \overrightarrow{OC} et tracer en vert l'image du parallélogramme ABCD par la translation de vecteur \overrightarrow{OC} .
Quelle est l'aire du quadrilatère POME ? Pourquoi ?