Brevet Besançon septembre 2005

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

Exercice 1

$$A = \dfrac{\dfrac{2}{3}+\dfrac{1}{6}}{2-\dfrac{1}{2}}2 \quad ; \quad B = \dfrac{35\times 10^{-3}\times 3\times 10^{5}}{21\times 10^{-1}} \quad ; \quad C = 3\sqrt{5}-2\sqrt{80}+\sqrt{20}.$$

1. Écrire A sous la forme d'une fraction irréductible.
2. Écrire B sous la forme $a\times 10^{n}$ où a est un entier et n un entier relatif.
3. Écrire C sous la forme $a\sqrt{b}$ où a est un entier relatif et b un entier positif le plus petit possible.

Exercice 2

Soit l'expression $D = (3x-1)(2x+5)-(3x-1)^2$.

1. Développer et réduire l'expression D.
2. Factoriser l'expression D.

Exercice 3

Résoudre les deux équations suivantes :

1. $(x+2)(3x-5) = 0$;
2. $x+2(3x-5) = 0$.

Exercice 4

1. Calculer le PGCD des nombres 462 et 546.
2. En déduire la fraction irréductible égale à $\dfrac{462}{546}$.

Exercice 5

Voici les notes obtenues par 13 élèves à un devoir de mathématiques :

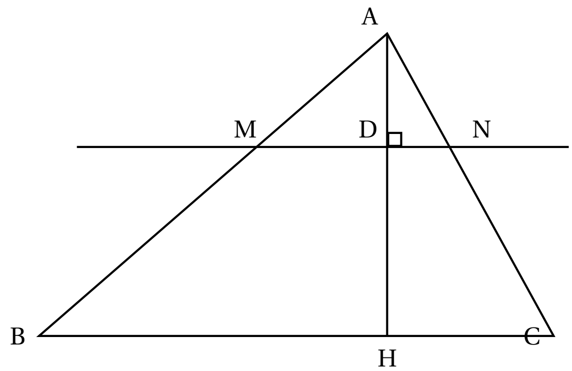
6 ; 8 ; 8 ; 9 ; 9; 10 ; 11 ; 12 ; 14 ; 17 ; 18; 18 ; 19.

1. Calculer la moyenne arrondie au centième de cette série de notes.
2. Déterminer la médiane de cette série de notes.

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

Exercice 1

Le schéma donné ci-dessous n'est pas en vraie grandeur.
On donne AM = 5 cm ; AB = 15 cm ; AN = 4 cm ; AC = 12 cm et AH = 7,5 cm.
Les droites (AH) et (MN) sont perpendiculaires en D.



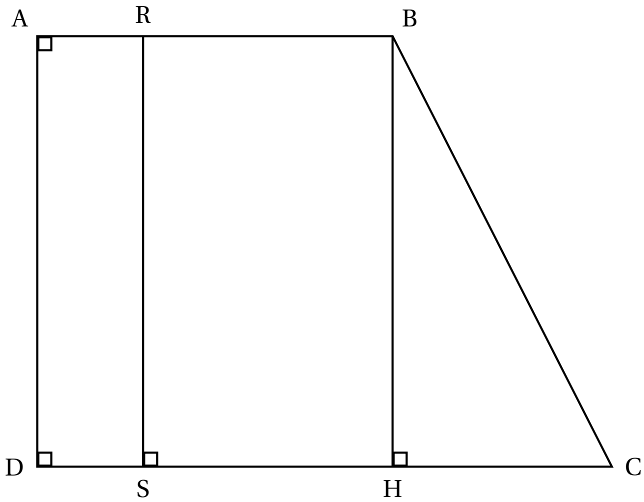
1. Démontrer que les droites (MN) et (BC) sont parallèles.
2. Calculer AD. Justifier.
3. Pourquoi peut-on dire que les angles $\widehat{AMN}$ et $\widehat{ABC}$ sont égaux ?
4. Montrer que le triangle AHB est rectangle en H.
5. Montrer que l'aire du triangle ABC est égale à 9 fois l'aire du triangle AMN.

Exercice 2

1. Construire :
   - **a.** Un carré ABCD de centre O et de côté 3cm.
   - **b.** Le point E tel que $\overrightarrow{OE} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$.
   - **c.** Le point F, symétrique de O par rapport à C.
   - **d.** Le point G tel que $\overrightarrow{CG} = \overrightarrow{BO}$.
2. Démontrer que :
   - **a.** Les points O, F et G sont situés sur un même cercle dont on précisera le centre et le rayon.
   - **b.** Le triangle OFG est rectangle en G.

PROBLÈME **12 points**

Sur la figure ci-dessous, qui n'est pas dessinée en vraie grandeur, ABCD est un trapèze rectangle.
On donne AB = 6 cm ; AD = 8 cm et DC = 10 cm.
(HB) et (RS) sont perpendiculaires à (DC) et R est un point du segment [AB] tel que AR = x.



Rappel : L'aire du trapèze est donnée par la formule

$$\mathscr{A} = \frac{(B+b)\times h}{2}.$$

B, b et h désignent respectivement les longueurs de la grande base, de la petite base et de la hauteur du trapèze.

1. Calculer l'aire du trapèze ABCD.
2. Calcul de BC.
   a. Démontrer que ADHB est un rectangle. En déduire HC.
   b. Calculer BC. (On donnera le résultat sous la forme $a\sqrt{b}$ avec b le plus petit possible).
3. Calculer la mesure de l ?angle $\widehat{\text{BCD}}$, arrondie au dixième de degré.
4. Calculs d'aires.
   a. Exprimer, en fonction de x, l'aire $f(x)$ du rectangle ARSD.
   b. Exprimer, en fonction de x, l'aire $g(x)$ du trapèze RBCS.
   c. Calculer x pour que ces deux aires soient égales ; donner alors la valeur commune de chacune de ces deux aires.
5. x est un nombre compris entre 0 et 6. Sur la feuille de papier millimétré, construire une représentation graphique des fonctions f et de g dans un repère orthonormal. Une unité en abscisse représente 1cm et une unité en ordonnée représente 4cm^2.
6. Retrouver sur le graphique le résultat de la question 5.
   On fera apparaître les pointillés nécessaires.