∽ Brevet - Centres étrangers Est juin 2002 ∾

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES — 12 points

Exercice 1

On considère les nombres suivants :

$A = \dfrac{14}{45} \times \dfrac{27}{49}$; $B = \left(\dfrac{2}{3} - \dfrac{3}{2}\right) \div \dfrac{7}{11}$; $C = 3 - 5 \times \dfrac{1}{10} + 4 \times \dfrac{1}{100}$;

$D = \dfrac{18 \times 10^7}{0,9 \times 10^4}$; $E = \sqrt{12} + 4\sqrt{75}$.

En précisant les différentes étapes du calcul :

1. Écrire A et B sous la forme de fractions irréductibles.
2. Écrire C sous forme décimale.
3. Écrire D sous la forme $a \times 10^n$ où a est un entier compris entre 1 et 9 et n un entier relatif.
4. Écrire E sous la forme $b\sqrt{3}$ où b est un entier relatif.

Exercice 2

Recopier et compléter pour que chaque égalité soit vraie pour toutes les valeurs de x :

1. $(x + \cdots)^2 = \cdots + 6x + \cdots$
2. $(\cdots - \cdots)^2 = 4x^2 \cdots \cdots + 25$
3. $\cdots - 64 = (7x - \cdots)(\cdots + \cdots)$

Exercice 3

Un examen comporte les deux épreuves suivantes :

— une épreuve orale (coefficient 4) ;
— une épreuve écrite (coefficient 6).

Chacune des épreuves est notée de 0 à 20.
Un candidat, pour être reçu à l'examen, doit obtenir au minimum 10 de moyenne.
Le calcul de la moyenne m est donnée par la formule suivante

$$m = \frac{4x + 6y}{10}$$

où x est la note obtenue à l'oral et y la note obtenue à l'écrit.

1. Caroline qui a obtenu 13 à l'oral et 7 à l'écrit, sera-t-elle reçue à l'examen ? Justifier.
2. Etienne a obtenu 7 à l'oral.
   a. Quelle note doit avoir Etienne à l'écrit pour obtenir exactement 10 de moyenne ? Justifier.
   b. Les parents d'Etienne lui ont promis un ordinateur s'il obtenait à son examen une moyenne supérieure ou égale à 13.
   Quelle note minimale doit-il obtenir à l'écrit pour avoir son ordinateur ?

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES — 12 points

Exercice 1

L'unité de longueur est le centimètre.

1. **a.** Tracer un triangle ABC rectangle en A tel que : AB = 3 et AC = 9.
   Sur le segment [AC], placer le point I tel que CI = 5.
   b. Calculer la valeur exacte de la longueur BC, puis sa valeur arrondie au millimètre près.
2. La droite qui passe par I et qui est parallèle à la droite (AB) coupe la droite (BC) en E.
   En précisant la méthode utilisée, calculer la valeur exacte de la longueur EI.
3. Calculer la valeur exacte de la tangente de l'angle $\widehat{ACB}$, puis en déduire la valeur arrondie au degré près de la mesure de l'angle $\widehat{ACB}$.

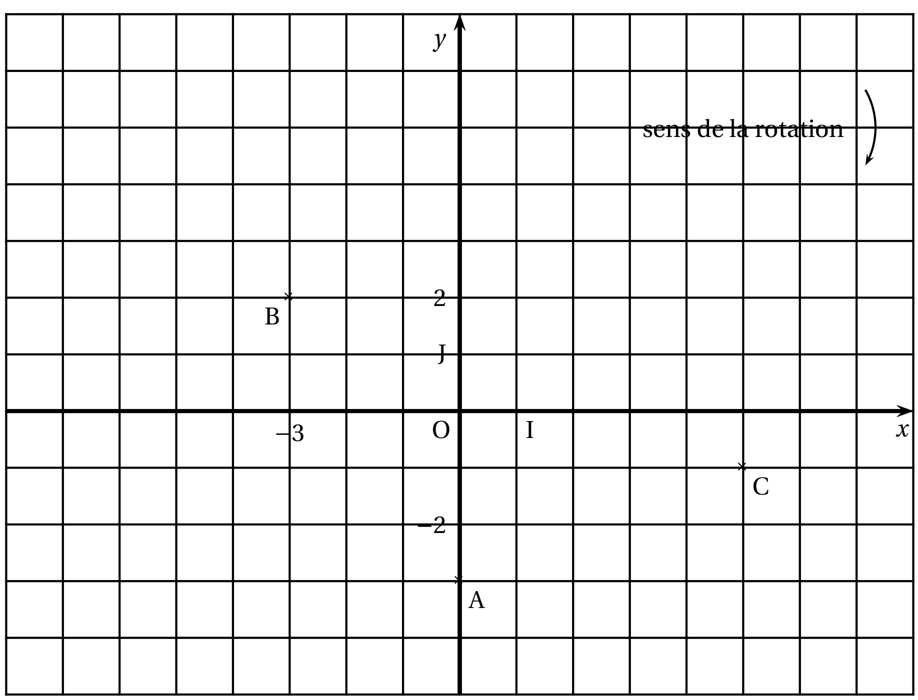
Exercice 2

L'unité de longueur est le centimètre.
Le plan est muni d'un repère orthonormé (O ; I, J).
Dans le repère, représenté ci-après, on a placé les points :

$$A(0\ ;\ -2),\quad B(-3\ ;\ 2)\quad \text{et } C.$$

Toutes les lectures sur le repère seront justifiées par des tracés en pointillé.

1. Lire les coordonnées du point C.
2. Lire les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.
3. Calculer la distance AB.
4. **a.** Placer le point D, image du point C par la translation qui transforme A en B.
   b. Quelle est la nature du quadrilatère ABDC ?
5. Placer le point E, image de B par la symétrie de centre O.
6. Placer le point F, image de C par la symétrie d'axe (Ox).
7. Placer le point G, image de A par la rotation de centre O et d'angle 90° dans le sens des aiguilles d'une montre.



PROBLÈME **12 points**

Toutes les lectures sur le graphique doivent être justifiées par des tracés en pointillé.

Partie A

Nicolas désire louer des cassettes vidéo chez Vidéomaths qui lui propose les deux possibilités suivantes pour une location à la journée :
Option A : Tarif à 3 € par cassette louée.
Option B : une carte d'abonnement de 15 € pour 6 mois avec un tarif de 1,50 € par cassette louée.

1. **a.** Reproduire et compléter le tableau suivant :

Nombre de cassettes louées en 6 mois / Prix payé en euros avec	4	8	10	12
l'option A				
l'option B				

   b. Préciser dans chaque cas l'option la plus avantageuse.

2. On appelle x le nombre de cassettes louées par Nicolas pendant 6 mois.
   a. Exprimer en fonction de x la somme $A(x)$ payée avec l'option A.
   b. Exprimer en fonction de x la somme $B(x)$ payée avec l'option B.

Partie B

On considère les fonctions définies par :

$$f(x) = 3x \quad \text{et} \quad g(x) = 1,5x + 15.$$

Dans toute la suite du problème, on admettra que la fonction f est associée à l'option A et que la fonction g est associée à l'option B.

1. Construire, dans un repère (O, I, J) orthogonal les représentations graphiques des fonctions f et g ; on placera l'origine en bas à gauche.
   En abscisse, 1 cm représente 1 cassette ; en ordonnée 1 cm représente 2 €.
2. Les représentations graphiques de f et g se coupent en E.
   a. Lire sur le graphique les coordonnées de E.
   b. Que représente les coordonnées de E pour les options A et B ?
3. Lire sur le graphique, la somme dépensée par Nicolas avec l'option A s'il loue 11 cassettes.
4. Nicolas dispose de 24 €. Lire sur le graphique, le nombre de cassettes qu'il peur louer en 6 mois avec l'option B.
5. Déterminer par le calcul à partir de quelle valeur de x l'option B est plus avantageuse que l'option A pour 6 mois.

Partie C

Nicolas ne veut dépenser que 36 € en 6 mois pour louer des cassettes.

1. Lire sur le graphique de la **partie B** le nombre maximum de cassettes qu'il peut louer chez Vidéomaths avec chaque option, avec 36 € en 6 mois.

2. Il se renseigne auprès de la société Cinémaths qui lui propose un abonnement de 7,50 € pour 6 mois permettant de louer chaque cassette à la journée pour 2,50 €.

L'objectif de cette partie est de déterminer parmi les trois tarifs, l'offre la plus avantageuse pour Nicolas.

Soit x le nombre de cassettes louées par Nicolas en 6 mois.

a. Montrer que le prix payé par Nicolas chez Cinémaths est donné par l'expression

$$h(x) = 2,5x + 7,5.$$

b. Calculer le nombre maximum de cassettes que Nicolas peut louer en 6 mois avec 36 € chez Cinémaths.

c. En déduire l'offre la plus avantageuse pour Nicolas.