Durée : 2 heures

Brevet des collèges Centres étrangers juin 2005

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

EXERCICE 1

1. 288 et 224 sont-ils premiers entre eux ? Expliquer pourquoi.
2. Déterminer le PGCD de 288 et 224.
3. Écrire la fraction $\frac{224}{288}$ sous forme irréductible.
4. Un photographe doit réaliser une exposition en présentant ses œuvres sur des panneaux contenant chacun le même nombre de photos de paysage et le même nombre de portraits.

   Il dispose de 224 photos de paysage et de 288 portraits.

   Combien peut-il réaliser au maximum de panneaux en utilisant toutes les photos ?

   Combien chaque panneau contient-il de photos de paysage et de portraits ?

EXERCICE 2

On considère l'expression D, dont une écriture est la suivante : $D = (x-3)^2 - 25$.

1. Développer et réduire l'expression D.
2. Factoriser l'expression D.
3. Calculer D pour $x = \sqrt{5}$. Donner le résultat sous la forme $a + b\sqrt{5}$.
4. Résoudre l'équation $D = 0$.

EXERCICE 3

Montrer, en détaillant les calculs, que les nombres A, B et C ci-dessous sont tous égaux à un même nombre entier.

$\mathrm{A} = \frac{7}{9} + \frac{2-2\times 3}{3-3\times 7}$

$\mathrm{B} = \frac{(-2)\times 10^{-3}\times 25\times \left(10^2\right)^2}{50\times 10^5\times (-0,1)\times 10^{-3}}$

$\mathrm{C} = \frac{3\sqrt{96}}{4\sqrt{54}}$

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

EXERCICE 1

Un pavage est constitué de losanges tous identiques au losange ABCD comme sur la figure codée en **annexe 1**.

On appelle R la rotation de centre D qui transforme B en A.

On appelle t la translation de vecteur $2\overrightarrow{\mathrm{BC}}$.

On appelle $\mathrm{S_B}$ la symétrie de centre B.

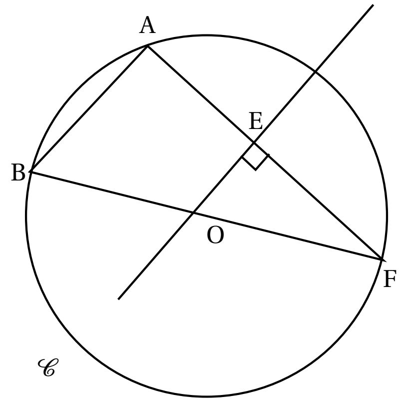
1. Quel est l'angle de la rotation R ? Justifier la réponse.
2. Sur l'annexe 1, tracer, en couleur, l'image $\mathrm{L_1}$ du losange ABCD par R.
3. Sur l'annexe 1, tracer, en couleur, l'image $\mathrm{L_2}$ du losange ABCD par t.

4. Sur l'annexe 1, tracer, en couleur, l'image L_3 du losange ABCD par t.

EXERCICE 2

Sur le croquis ci-contre
- $\mathscr{C}$ est un cercle de centre O et de diamètre BF = 40 mm.
- A est un point du cercle $\mathscr{C}$ tel que AB = 14 mm.
- La perpendiculaire à la droite (AF) passant par O coupe le segment [AF] en E.

1. Quelle est la nature du triangle ABF ? Justifier votre réponse.
2. Calculer la valeur arrondie au dixième de degré près de l'angle $\widehat{AFB}$.
3. Calculer la valeur arrondie au millimètre près de la longueur EF.



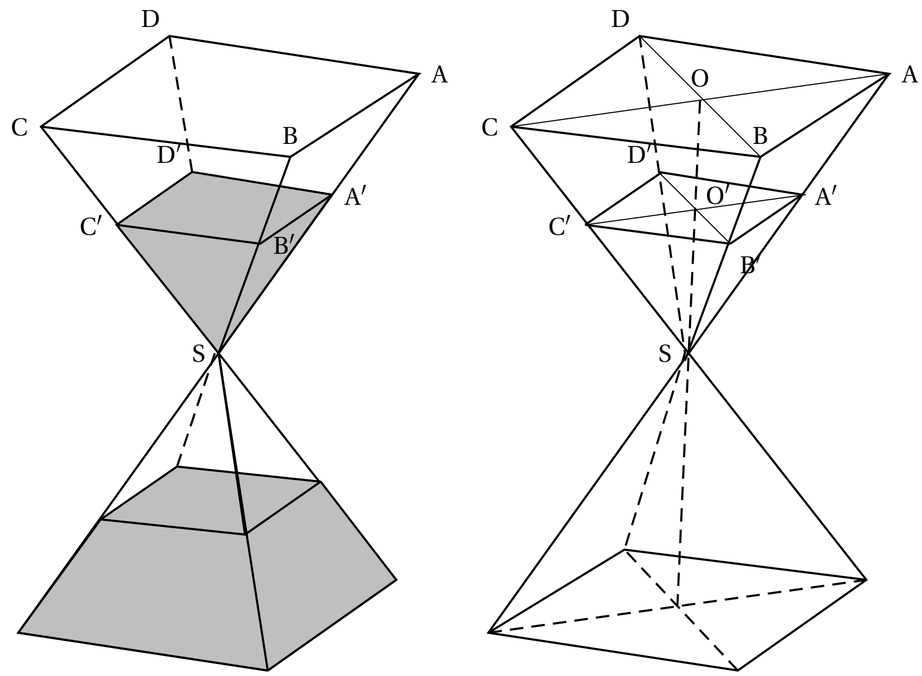
EXERCICE 3

Sur la figure présentée en **annexe 2**, le repère est orthonormé.
On a placé les points A(−3 ; 4), B(0 ; 6), C(4 ; 0), D(1 ; −2).

1. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$.
2. **a.** Calculer les valeurs exactes des longueurs AB, BC et AC.
   b. Prouver que le triangle ABC est rectangle.
3. Déduire des questions précédentes la nature du quadrilatère ABCD. Justifier.
4. **a.** Construire à la règle et au compas, le point E tel que ACDE soit un parallélogramme.
   b. Calculer les coordonnées du point E.

PROBLÈME **12 points**

Un sablier est constitué de deux pyramides superposées comme le montre le croquis ci-dessous.
Le sable s'écoule au niveau du point S. La surface du sable est représentée par le plan A′B′C′D′ horizontal et parallèle aux bases des pyramides.
On suppose qu'au départ, le volume du sable occupe la totalité de la pyramide SABCD.

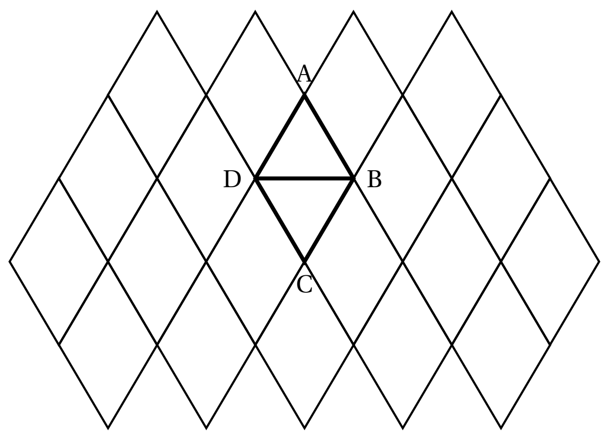


La pyramide SABCD est régulière, sa base est un carré ABCD, on rappelle que la hauteur (SO) est perpendiculaire au plan ABCD.
On donne : OA = 27 mm, SO = 120 mm.
Dans tout ce problème A′ est le milieu de [SA]

1. Représenter la base ABCD en vraie grandeur.
2. **a.** Justifier que le triangle AOB est rectangle isocèle.
   b. Montrer que AB = $27\sqrt{2}$ mm.
3. **a.** Calculer l'aire du carré ABCD.
   b. En déduite que le volume V de la pyramide SABCD est 58 320 mm^3.
4. Le triangle SOA est rectangle. Montrer que SA = 123 mm.
5. La pyramide SA′B′C′D′ est une réduction de la pyramide SABCD.
   a. Que peut-on dire des droites (OA) et(O′A′) ?
   b. Déterminer le coefficient de réduction $\dfrac{\text{SO}'}{\text{SO}}$.
6. On note V′ le volume de la pyramide SA′B′C′D′.
   Calculer V′.
7. On admet que le volume du sable descendu est proportionnel au temps écoulé. Tout le sable s'écoule en 4 minutes. Au bout de combien de temps le niveau de sable est-il dans la position étudiée ?

ANNEXES à rendre avec la copie

Annexe 1 : Activités géométriques (Exercice 1)



Annexe 2 : Activités géométriques (Exercice 3)