Durée : 2 heures

Brevet des collèges Groupe Est septembre 2002

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

EXERCICE 1

1. On considère : $A = \frac{3}{5} + \frac{6}{5} : \frac{18}{7}$.
   Calculer A en indiquant les étapes (on donnera le résultat sous forme d'une fraction irréductible).
2. On considère $B = \sqrt{25} + \sqrt{20} + \sqrt{80}$ et $C = \left(\sqrt{5}+2\right)^2 + \left(\sqrt{5}-1\right)\left(\sqrt{5}+1\right)$.
   Calculer B et C (on donnera les résultats sous la forme $a + b\sqrt{5}$, où a et b sont des nombres entiers relatifs).

EXERCICE 2

On considère : $D = (3x-7)^2 - 81$.

1. Développer D.
2. Factoriser D.
3. Résoudre l'équation : $(3x-16)(3x+2) = 0$.

EXERCICE 3

1. Calculer le plus grand commun diviseur (PGCD) de 496 et de 806.
2. Écrire $\frac{496}{806}$ sous la forme d'une fraction irréductible.
3. Calculer $\frac{496}{806} - \frac{3}{26}$ (on donnera le résultat sous la forme d'une fraction irréductible).

EXERCICE 4

Perrine a 100 euros. Elle souhaite acheter des disques et des livres.
Si elle achète 4 disques et 5 livres, il lui manque 9,5 euros.
Si elle achète 3 disques et 4 livres, il lui reste 16 euros.
Calculer le prix d'un disque et celui d'un livre.

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

EXERCICE 1

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J). L'unité de longueur est le centimètre.

1. Placer les points A(1 ; 2) B(3 ; 0) C(−1 ; −2).
2. On note D le milieu du segment [AB].
   Calculer les coordonnées du point D.
3. **a.** Placer le point D sur la figure. Construire le point E symétrique du point C par rapport au point D.

   b. Montrer que AEBC est un parallélogramme.

   c. Calculer les coordonnées du point E.

4. Calculer AE et EB.

5. En déduire que AEBC est un losange.

EXERCICE 2

1. On considère un triangle ABC tel que :
AB= 4,5   AC = 7,5 et BC = 6.
Montrer que le triangle ABC est rectangle.

2. Tracer le triangle ABC.
Placer le point E tel que les points A, C et E soient alignés dans cet ordre et que CE = 4.
Placer le point F tel que $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{EF}$. On note G le point d'intersection des droites (BC) et (EF). Placer le point G.

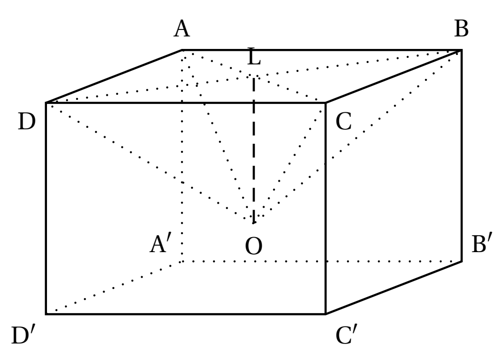
3. **a.** Donner la longueur EF. Justifier le résultat.
   b. Calculer la longueur EG.
   c. En déduire la longueur GF.

4. On noce O le milieu du segment [CE].
Les droites (OG) et (CE) sont-elles parallèles ?

PROBLÈME **12 points**

L'unité de longueur est le centimètre, l'unité d'aire est le centimètre carré, l'unité de volume est le centimètre cube.
On considère le pavé droit ABCDA′B′C′D′.
On note L le point d'intersection des segments [AC] et [BD].
On a creusé ce pavé en enlevant la pyramide OABCD de hauteur [OL].
On a : DD′ = 5 DC = 6 DA = 7

Première partie



Dans cette partie, on a OL = 4.

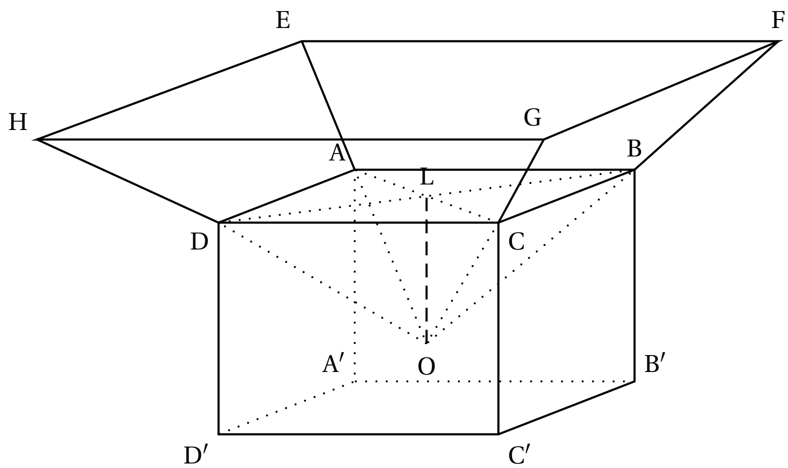
1. Construire, en vraie grandeur, la face ABCD et placer le point L.

2. **a.** Calculer BD (on donnera une valeur arrondie au dixième).
   b. En déduire DL (on donnera une valeur arrondie au dixième).

3. **a.** Calculer le volume du pavé droit ABCDA′B′C′D′.
   b. Calculer le volume de la pyramide OABCD.
   c. En déduire le volume du pavé creusé.

Deuxième partie

Dans cette partie, on pose OL = x, où x est un nombre compris entre 0 et 5.
Le pavé creusé que l'on obtient est le socle en bois d'un trophée.
Sur ce socle, on pose une pyramide en verre OEFGH qui est un agrandissement de la pyramide OABCD, de rapport 2.



1. **a.** Calculer le volume de la pyramide OABCD en fonction de x.

   b. Montrer que le volume du socle en bois est $210 - 14x$.
2. Montrer que le volume de la pyramide en verre OEFGH est $112x$.
3. Calculer la valeur de x pour laquelle le volume de verre est égal à 2 fois le volume de bois.

Troisième partie

On considère les fonctions f et g définies par $f : x \mapsto 210 - 14x$ et $g : x \mapsto 112x$.
Lorsque x est compris entre 0 et 5, la fonction f représente les variations du volume de bois et la fonction g représente les variations du volume de verre.

1. Représenter graphiquement les fonctions f et g pour x compris entre 0 et 5.
   Pour le repère, on prendra
   - l'origine en bas à gauche de la feuille ;
   - sur l'axe des abscisses, 2 cm pour 1 unité ;
   - sur l'axe des ordonnées, 1 cm pour 25 unités.
2. **a.** On veut que le volume de bois et le volume de verre soient égaux. En utilisant le graphique, donner une valeur approchée de x pour qu'il en soit ainsi (faire apparaître le tracé ayant permis de répondre).

   b. Retrouver ce résultat par un calcul.