Brevet Est septembre 2006

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

Exercice 1

On considère les trois nombres A, B et C

$$\text{A} = \frac{5}{7} - \frac{2}{7} \div \frac{4}{13}\ ;\ \text{B} = 5\sqrt{3} - \sqrt{48} + 4\sqrt{27}\ ;\ \text{C} = \frac{\left(12 \times 10^{11}\right) \times \left(12 \times 10^{-3}\right)}{3 \times 10^{3}}.$$

En détaillant les calculs,

1. démontrer que $\text{A} = -\dfrac{3}{14}$,
2. écrire B sous la forme $a\sqrt{3}$, a étant un entier relatif,
3. donner l'écriture scientifique de C.

Exercice 2

On considère l'expression

$$\text{E} = 16x^2 - 25 + (x+2)(4x+5).$$

1. Développer et réduire E.
2. Factoriser $16x^2 - 25$, puis en déduire la factorisation de E.
3. Résoudre l'équation :
$$(4x+5)(5x-3) = 0.$$

Exercice 3

Un zoo propose deux tarifs d'entrée un tarif pour les adultes et un autre pour les enfants.
Un groupe constitué de quatre enfants et d'un adulte paie 22 euros.
On peut traduire ces données par l'équation à deux inconnues

$$4x + y = 22 \text{ notée } (\text{E}_1).$$

1. Que représente l'inconnue x et que représente l'inconnue y dans cette équation ?

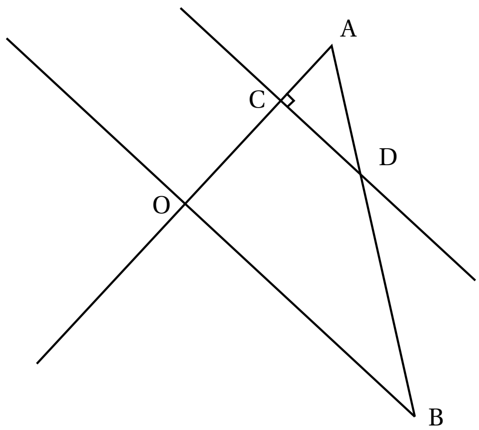
   Un autre groupe constitué de six enfants et de trois adultes paie 42 euros.
2. Traduire cette information par une seconde équation notée (E_2) dépendant de deux inconnues x et y.
3. Résoudre le système constitué des deux équations (E_1) et (E_2) précédentes.
4. Quel est le d'une entrée pour un enfant et quel est celui d'une entrée pour un adulte ?

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

Exercice 1

On considère la figure ci-dessous qui n'est pas dessinée en vraie grandeur.
L'unité de longueur est le centimètre.
Les droites (CD) et (OA) sont perpendiculaires.
On donne : OA = 9, OB = 12, AB = 15, AC = 3.

1. Démontrer que le triangle AOB est rectangle et en déduire que les droites (CD) et (OB) sont parallèles.
2. Démontrer en justifiant le raisonnement que CD = 4.
3. Un élève affirme que l'aire du triangle AOB est égale à trois fois l'aire du triangle ACD.
   Que pensez-vous de cette affirmation ? Justifiez votre réponse.



Exercice 2

On utilisera une feuille de papier millimétré
Dans un repère orthonormé (O ; I, J) tel que OI = OJ = 1 cm, placer les points :

$$A(-1\ ;\ 7) \quad B(1\ ;\ 3) \quad C(3\ ;\ 5)$$

1. **a.** Calculer les longueurs AB et AC.
   b. En déduire que 1e triangle ABC est isocèle.
2. Calculer les coordonnées du point R milieu du segment [BC] et placer ce point sur le dessin.
3. Calculer les coordonnées du point E, symétrique de A par rapport à R,
4. Démontrer que le quadrilatère ABEC est un losange.

PROBLÈME **12 points**

Un confiseur utilise une boîte de forme nouvelle pour emballer des dragées. Cette boîte a la forme dun solide SABCDEFGH à neuf faces, qui se compose d'un cube d'arête 4 cm en une pyramide régulière SABCD de sommet S. On note O le centre du carré ABCD et I le milieu du segment [BC]. (La pyramide SABCD étant régulière, on rappelle que SA = SB = SC = SD et que [SO] est sa hauteur.)

Partie A

Dans cette partie on pose SO = 2 cm.

1. On admet que le triangle SOI est rectangle en O.

a. Quelle est la longueur du segment [OI] ?

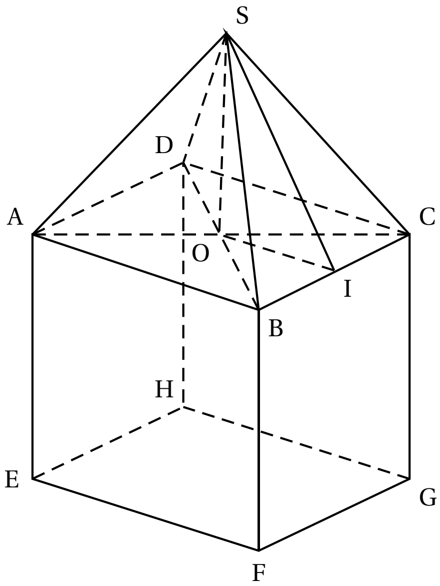
b. Démontrer alors que SI= $2\sqrt{2}$ cm.

2. Calcul de l'aire de la boîte

a. Justifier que (SI] est perpendiculaire à [BC].

b. En déduire la valeur exacte de l'aire du triangle SBC, puis la valeur exacte de l' aire des faces latérales de la pyramide SABCD

c. Calculer la valeur exacte de l'aure totale des faces du solide SABCDEFGH, puis en donner un arrondi au centième.



Partie B

Dans cette partie, on note x la longueur SO, exprimée en centimètres.

1. Montrer que le volume $\mathcal{V}$ du solide SABCDEFGH vérifie l'égalité

$$\mathcal{V} = \frac{16}{3}x + 64.$$

Rappel : le volume $\mathcal{V}$ d'une pyramide de hauteur h et d'aire de base b est donné par la formule :

$$\mathcal{V} = \frac{1}{3}b \times h.$$

2. On note f la fonction affine définie par $f(x) = \dfrac{16}{3}x + 64$.

Représenter la fonction f pour x compris entre 0 et 4,5 cm dans un repère orthogonal.

On prendra pour unités 4 cm sur l'axe des abscisses et 2 mm sur l'axe des ordonnées. Prendre l'origine du repère en bas et à gauche de la feuille de papier millimétré.

3. Le confiseur souhaite que le volume de sa boîte soit au moins égal à 80 cm^3. En utilisant la représentation graphique de la fonction f déterminer à partir de quelle valeur de x cette condition est remplie.

4. Retrouver le résultat précédent par le calcul.