

Durée : 2 heures

∞ Brevet des collèges Groupe Est septembre 2003 ∞

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES

12 points

EXERCICE 1

Montrer que les deux expressions numériques A et B ci-dessous sont égales

à $\frac{1}{2}$. Les calculs devront être détaillés.

$$A = \frac{2}{3} - \frac{5}{3} \times \frac{1}{10} \quad ; \quad B = \frac{4 \times 10^{-10} \times 3 \times 10^5 \times 10^{-1}}{6 \times (10^{-2})^5 \times 2^2 \times 10^4}.$$

EXERCICE 2

On considère l'expression $C = (3x - 5)^2 - (3x - 5)(2x + 3)$.

1. Développer et réduire l'expression C.
2. Factoriser C.
3. Résoudre l'équation : $(3x - 5)(x - 8) = 0$.

EXERCICE 3

On donne les nombres $a = 1950$ et $b = 3640$.

1. Calculer le PGCD des deux nombres a et b .
2. En déduire la forme irréductible de la fraction $\frac{a}{b}$.

EXERCICE 4

1. Résoudre le système suivant :
$$\begin{cases} 6x + 9y = 1776 \\ x + y = 225 \end{cases}$$

2. Dans un grand parc d'attractions, le prix d'entrée est de 6 euros pour les enfants et de 9 euros pour les adultes.

On a acheté 225 entrées pour 1 776 euros. Combien d'enfants sont allés au parc d'attractions ?

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES

12 points

EXERCICE 1

1. Dans un repère orthonormé (O ; I, J) d'unité 1 cm, placer les points suivants : A(-4 ; -2) ; B(-1 ; -5) et C(4 ; 0).
2. Montrer que $AC = 2\sqrt{17}$.
3. Calculer les coordonnées du point M, milieu du segment [AC].
4. Montrer que $BM = \sqrt{17}$. En déduire la nature du triangle ABC.

EXERCICE 2

1. Tracer un cercle \mathcal{C} de centre O et de rayon 4 cm. Placer deux points A et B sur ce cercle tels que $\widehat{AOB} = 70^\circ$. Construire le point C diamétralement opposé au point A sur le cercle \mathcal{C} .
2. Démontrer que le triangle ABC est rectangle.
3. Expliquer pourquoi la mesure de l'angle \widehat{ACB} est 35° .
4. Calculer la longueur AB (donner la valeur arrondie au mm près).
5. Construire le point D, image du point C par la translation de vecteur \overrightarrow{BA} .
Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ? Expliquer pourquoi le point D est aussi sur le cercle \mathcal{C} .

PROBLÈME**12 points****Partie I**

1. Tracer un triangle ABC tel que : $AB = 12$ cm ; $AC = 9$ cm et $BC = 15$ cm.
On laissera apparents les traits de construction.
2. Démontrer que ABC est un triangle rectangle en A.
3. Montrer que l'aire du triangle ABC est égale à 54 cm².
4. Placer M le point du segment [AB] tel que $AM = 8$ cm et N le point de [AC] tel que $AN = 6$ cm.
Démontrer que les droites (MN) et (BC) sont parallèles.
5. Montrer que l'aire du triangle AMN est de 24 cm².

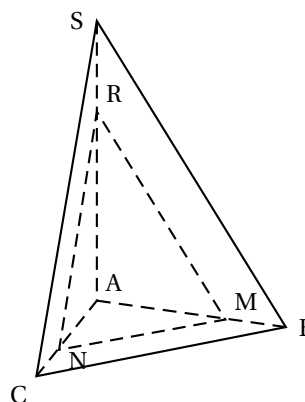
Dans la suite du problème, on considère la pyramide SABC de base le triangle ABC précédent et de hauteur [AS], tel que $AS = 18$ cm.

La figure ci-dessous n'est pas en vraie grandeur.

Partie II

Dans cette partie, on place un point R sur le segment [SA] tel que $AR = \frac{2}{3} AS$.

1. Prouver que le volume V de la pyramide SABC est égal à 324 cm³.
2. Calculer la longueur AR.
3. Calculer le volume V' de la pyramide RAMN.
4. Vérifier que : $\frac{V}{V'} = \left(\frac{2}{3}\right)^3$.

**Partie III**

Dans cette partie, on place un point R sur le segment [SA] tel que $SR = x$.

1. Exprimer en fonction de x la longueur AR.
2. Prouver que le volume V'' , de la pyramide RAMN peut s'écrire $V'' = 8(18 - x)$.
3. Soit f la fonction affine définie par : $f(x) = 8(18 - x)$.
 - a. Calculer $f(0)$ et $f(8)$.
 - b. Sur papier millimétré, tracer un repère orthogonal (O ; I, J). On placera l'origine O à gauche et en bas de la feuille. On prendra 1 cm pour 1 unité sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 10 unités, sur l'axe des ordonnées.
Tracer la représentation graphique de la fonction f dans ce repère, pour x compris entre 0 et 18.

- c. Calculer la valeur de x pour laquelle $f(x) = 96$. Effectuer ensuite une vérification graphique.
(On fera apparaître sur le graphique les traits de construction permettant la lecture.)