Durée : 2 heures

Brevet des collèges Nouvelle–Calédonie mars 2005

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

Exercice 1

Calculer A et B et présenter les résultats sous la forme $a\sqrt{b}$, avec a et b entiers et b le plus petit possible :

- $\text{A} = 3\sqrt{45} + 2\sqrt{20} - 4\sqrt{80}$;
- $\text{B} = \sqrt{18} \times \sqrt{8} \times \sqrt{50}$.

Exercice 2

1. Vérifier que le plus grand diviseur commun à 63 et 105 est $d = 21$. Calculer les nombres a et b tel que :

$$63 = a \times d \quad \text{et} \quad 105 = b \times d.$$

2. Simplifier le plus possible $\dfrac{63}{105}$.

Exercice 3

On pose $A = (2x+1)^2 - 3(2x+1)$.

1. Développer et réduire A.
2. Factoriser A.
3. Calculer A pour $x = -\dfrac{2}{3}$.

Exercice 4

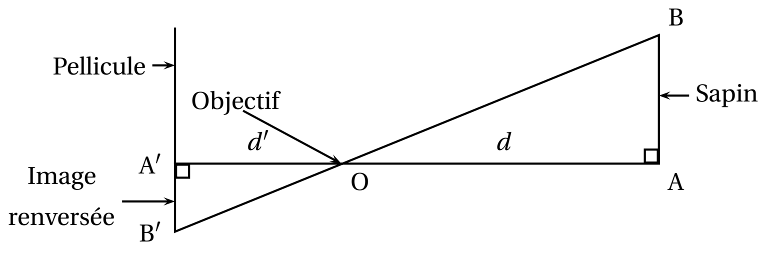
Résoudre le système :

$$\left\{\begin{array}{rcr} 2x+5y & = & 4 \\ 3x-2y & = & -13 \end{array}\right.$$

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

Exercice 1

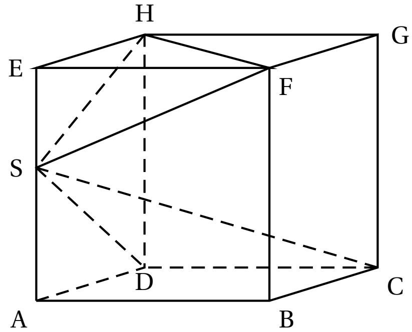
Voici le schéma simplifié du fonctionnement d'un appareil photographique : un objet [AB] situé à une distance d de l'objectif O a une image [A′B′] sur la pellicule située à une distance d' de O.



1. Prouver que les droites (AB) et (A'B') sont parallèles.
2. Démontrer l'égalité : $\dfrac{d}{d'} = \dfrac{\text{AB}}{\text{A}'\text{B}'}$.
3. Pour un certain appareil, $d' = 50$ mm. Un sapin d'une hauteur de 12 m se trouve à 15 m de l'objectif.
   Quelle est la hauteur de l'image qui se forme sur la pellicule ?

Exercice 2

ABCDEFGH est un cube de côté 6 cm. Un point S, choisi sur l'arête [AE], permet de définir une pyramide SABCD (de sommet S, de hauteur SA, de volume V_1)
On pose AS = x ($0 < x < 6$).



1. Montrer que $V_1 = 12x$.
2. Exprimer SE en fonction de x.
3. Expliquer pourquoi le triangle EFH est rectangle en E.
4. Calculer l'aire du triangle EFH.

Rappel : $V = \dfrac{1}{3}$aire de base × hauteur de la pyramide.

PROBLÈME **12 points**

On se placera dans un repère orthonormal (O ; I, J), *où l'unité est le centimètre et on complétera la figure au fur et à mesure des questions.*

1. Tracer ce repère et placer les points : M(4 ; 2), P(−2 ; 4) et N(2 ; −4).
2. Prouver que PM^2 = 40.
3. Sachant que PN^2 = 80 et MN^2 = 40, montrer que le triangle MNP est rectangle.
4. Placer le point E(2 ; 1) sur la figure.
5. Vérifier que E est le milieu de [OM].
6. Tracer le cercle $\mathscr{C}$ de centre E et de diamètre [OM].
7. Soit R(1 ; 3) le milieu de [MP].
   Sachant que le rayon du cercle est égal à $\sqrt{5}$, vérifier par le calcul que le point R est sur le cercle $\mathscr{C}$.
8. En déduire, sans aucun calcul, que le triangle OMR est rectangle (on précisera en quel sommet).