Durée : 2 heures

∾ Brevet des collèges Reims ∾ septembre 2002

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

Dans toute cette partie, les résultats des calculs demandés doivent être accompagnés d'explications.
Le barème en tiendra compte

EXERCICE 1

On donne $A = (2x-3)(x-4)-(2x-3)^2$.

1. Développer et réduire A.
2. Calculer A lorsque $x = \frac{3}{2}$, puis lorsque $x = 3\sqrt{2}$.
3. Factoriser A.
4. Résoudre l'équation $(2x-3)(-x-1) = 0$.

EXERCICE 2

Au cours de la diffusion d'un film dans une salle de cinéma de 288 places, dont toutes les places sont occupées, on a noté, dans un tableau, la répartition par tranches d'âges de tous les spectateurs.

1. Compléter le tableau ci-dessous en prenant soin de détailler le calcul de la fréquence en pourcentage de la classe d'âge [15 ; 25[.

Classe d'âge	Effectif	Fréquence en pourcentage
[15 ; 25[	90	
[25 ; 35[	54	
[35 ; 45[	72	
[45 ; 55[		
[55 ; 65[		12,50
Total	288	100

2. Calculer la moyenne de cette série statistique, en remplaçant chaque classe par sa valeur centrale (par exemple, la classe [15 ; 25[sera remplacée par la valeur 20, la classe [25 ; 35[sera remplacée par la valeur 30, etc.).

EXERCICE 3

Soit f la fonction affine telle que $f(x) = \frac{2}{3}x + 1$.

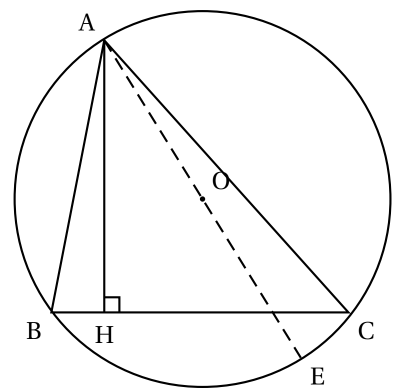
1. Quelle est l'image de 3 par la fonction f ? Quelle est l'image de -3 ?
2. Sur une feuille de papier millimétré, tracer la droite qui représente la fonction f (Sur les deux axes du repère orthonormal, l'unité de longueur choisie est 1 cm.)
3. Déterminer graphiquement le nombre x tel que $f(x) = 5$ et retrouver le résultat par le calcul.

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

EXERCICE 1

La figure ci-dessous n'est pas à refaire sur la copie, Elle n'est pas donnée en vraie grandeur.

A, B et C sont trois points d'un cercle $\mathscr{C}$ (voir figure).
On sait que AB = 3 cm.
La hauteur AH mesure 2,5 cm.
On trace le diamètre [AE].



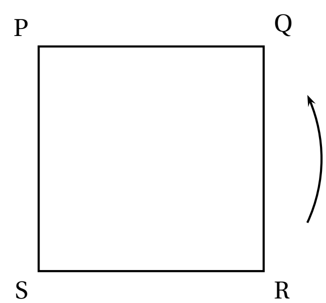
1. Quelle est la nature du triangle ACE ? Justifier la réponse.
2. Expliquer pourquoi les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{AEC}$ sont égaux.
3. En utilisant le triangle ABH, calculer la valeur exacte de $\sin\widehat{ABH}$ et en déduire la mesure de l'angle $\widehat{AEC}$ arrondie au degré

EXERCICE 2

1. Construire un triangle ABD tel que AB = 6 cm, AD = 8 cm et BD = 10 cm.
2. Démontrer que ce triangle est rectangle.
3. Placer le point C tel que $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$. Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ? Justifier la réponse.
4. Placer sur le segment [AB] le point K tel que AK = 4,5 cm, puis tracer la parallèle à (BD) passant par K. Elle coupe la droite (AD) en S. Calculer la longueur du segment [AS].

EXERCICE 3

PQRS est un carré. La flèche indique le sens direct.
Pour chacune des questions Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, une seule réponse est exacte.
Recopier, sans justification, cette bonne réponse sur la copie.



Q_1	$\overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{PR}$	$\overrightarrow{SR} + \overrightarrow{RQ} = \overrightarrow{QS}$	$\overrightarrow{SP} + \overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{SR}$
Q_2	$\overrightarrow{SP} + \overrightarrow{SR} = \overrightarrow{QS}$	$\overrightarrow{RS} + \overrightarrow{RQ} = \overrightarrow{RP}$	$\overrightarrow{RQ} + \overrightarrow{RP} = \overrightarrow{RS}$
Q_3	L'image de P par la translation de vecteur $\overrightarrow{SR}$ est R	R a pour image S par la translation de vecteur $\overrightarrow{QP}$	Les vecteurs $\overrightarrow{PR}$ et $\overrightarrow{SQ}$ sont égaux.
Q_4	L'image de Q par la rotation de centre R et d'angle 90° dans le sens indiqué sur la figure est P	L'image de Q par la rotation de centre R et d'angle 45° dans le sens indiqué sur la figure est P	L'image de Q par la rotation de centre R et d'angle 90° dans le sens indiqué sur la figure est S.

PROBLÈME **12 points**

Première partie

ABCDEF est un hexagone régulier inscrit dans un cercle $\mathscr{C}$ de centre O et de rayon R = 26 cm. On rappelle que tous les côtés de cet hexagone mesurent 26 cm (figure 1 ci-contre).
L'hexagone ABCDEF est la base d'une pyramide régulière de sommet S et de hauteur SO = 83 cm (figure 2).
Le point H est le milieu de [AB]. (On rappelle que les faces latérales de cette pyramide sont des triangles isocèles en S.)

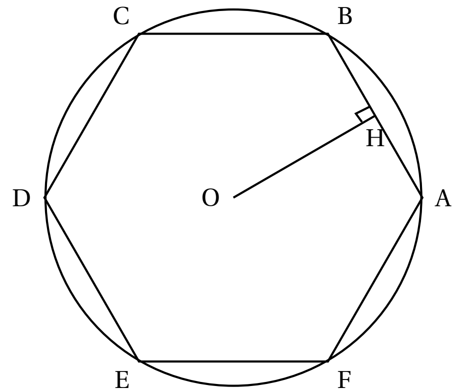


Figure 1

1. Le triangle SOB est rectangle en O. Calculer SB^2.
2. Que représente la droite (SH) pour le triangle SAB ? Justifier.
3. Montrer que SH= 86 cm.
4. Calculer, en cm^2, l'aire du triangle SAB.
5. En déduire que l'aire latérale de la pyramide (aire de la pyramide sans la base) est 6 708 cm^2.

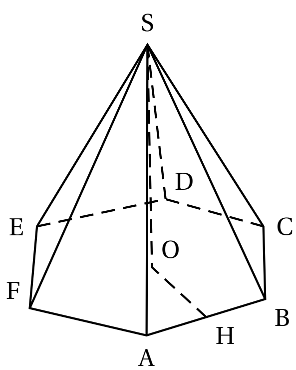


Figure 2

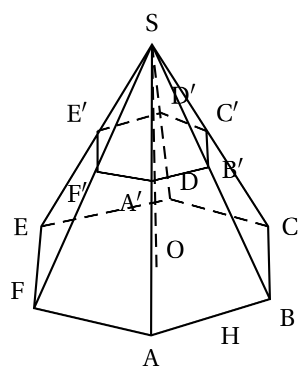


Figure 3

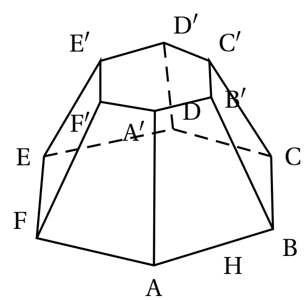


Figure 4

Deuxième partie

Pour fabriquer l'abat-jour d'une lampe, on a coupé cette pyramide d'un plan parallèle à la base (figure 3). On obtient ainsi un tronc de pyramide qui servira d'abat-jour (figure 4). Ainsi la pyramide $SA'B'C'D'E'F'$ est une réduction de la pyramide SABCDEF.

1. On donne $SO' = 33,2$ cm.
   Calculer $\dfrac{SO'}{SO}$ et expliquer comment obtenir l'aire latérale de $AB'C'D'E'F'$ à partir de l'aire latérale de SABDCDEF.
   Calculer alors l'aire de l'abat-jour en cm^2.
2. On suppose maintenant que $SO' = x$, avec $0 < x < 83$.
   Montrer que l'aire $\mathscr{A}$ de l'abat-jour vérifie :
   $\mathscr{A} = 6\,708 - \dfrac{6\,708}{6\,889}x^2$